

## **UJI KECEPATAN REKONSTRUKSI CITRA PADA CT-SCAN METODE *BACK-PROJECTION* (BP) DAN METODE *FILTERED BACK-PROJECTION* (FBP) DENGAN PEMFILTERAN PADA DOMAIN SPASIAL**

**Gusti Ngurah Sutapa<sup>1</sup> dan Choirul Anam<sup>2</sup>**

1. Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Udayana, Bali

2. Jurusan Fisika, FMIPA, Universitas Dionegoro, Semarang

### **Abstract**

*Conventional X-ray have many limitations in describing the object being imaged because of overlap on multiple objects on a single line of projection. To overcome this limitation, the object was exposed in several directions, and then the projections from several directions was reconstructed to get cross-section image. The reconstruction method was widely used filtered back projection method as the development of a simple back projection. In this study will be evaluated the speed of the reconstruction for the back projection method and filtered back projection in the spatial domain. It was conducted for the projection angle from 0 to 180 degree, with interval 25, 20, 15, 10 and 5 degrees. In this research the number pixels was 50x50. It was found that the smaller of the interval of the angle projections, then it will get better results, but it takes longer. From back projection and filtered back projection methods, was obtained if the interval of the angle projections a half times smaller, it will take nearly twice as long of time. It was found that the time difference between back-projection and filtered back projection methods is less than 0.1 seconds.*

*Keywords: Image reconstruction, back-projection, filtered back-projection, convolution*

### **Abstrak**

*Citra sinar-X konvensional banyak memiliki keterbatasan dalam menggambarkan objek yang dicitrakan karena terjadi tumpang tindih (overlapping) pada beberapa objek pada satu garis proyeksi. Untuk mengatasi hal ini, dilakukan ekposi radiografi pada beberapa arah, lalu dilakukan rekonstruksi untuk mendapatkan citra tampang-lintang (cross-section). Metode yang banyak digunakan adalah metode proyeksi balik terfilter sebagai pengembangan dari proyeksi balik sederhana. Pada riset ini diuji kecepatan waktu rekonstruksi untuk metode proyeksi balik dan proyeksi balik terfilter pada domain spasial. Riset dilakukan untuk sudut proyeksi 0-180 derajat dengan interval sudut 25, 20, 15, 10 dan 5 derajat. Dalam riset ini jumlah piksel dibuat 50x50. Diperoleh bahwa semakin kecil interval sudut yang digunakan, maka akan diperoleh hasil yang lebih baik, tetapi waktu yang dibutuhkan semakin lama. Baik untuk metode proyeksi balik dan proyeksi balik terfilter, untuk interval sudut setengah kali lebih kecil, dibutuhkan waktu hampir dua kali lebih lama. Diperoleh juga bahwa perbedaan waktu antara metode proyeksi balik dan proyeksi balik terfilter kurang dari 0.1 detik.*

*Kata kunci: rekonstruksi citra, proyeksi balik, proyeksi balik terfilter, konvolusi*

### **PENDAHULUAN**

Citra sinar-X konvensional banyak memiliki keterbatasan, dalam menggambarkan objek yang dicitrakan. Hal ini terjadi karena pencitraan sinar-x konvensional hanya merupakan proyeksi satu arah, sehingga jika pada objek kkrdapat daerah yang memiliki variasi densitas elektron pada arah berkas, maka variasi daerah tersebut tidak akan terdeteksi. Daerah tersebut akan

bertumpang tindih, sehingga tidak dapat dibedakan. Sebagai contoh adalah radiografi konvensional pada dada. Pada daerah tersebut terdapat tulang dengan densitas elektron tinggi, maka akan sulit menemukan informasi kelainan pada daerah paru dengan densitas elektron yang rendah, karena tumpang-tindih (*overlapping*) dengan tulang.

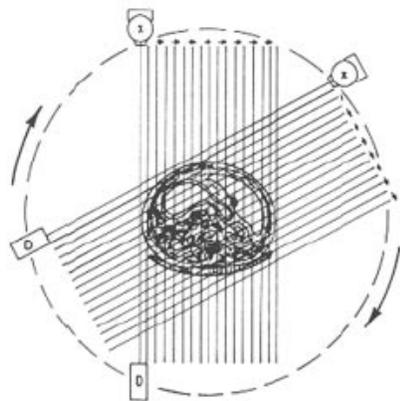
Salah satu cara untuk mengatasi hal ini, sehingga daerah yang *overlapping*

bisa terdeteksi, yaitu dengan menggunakan ekposi radiografi pada beberapa arah. Dengan teknik ini akan didapatkan banyak proyeksi dari berbagai arah, kemudian data proyeksi tersebut direkonstruksi untuk melihat citra objek. Dengan teknik ini informasi yang tersembunyi karena tumpang tindih, dapat dilihat lebih jelas [1].

Teknik inilah yang kemudian dinamakan *Computed Tomography* (CT). Pada awalnya teknik ini dipakai untuk pencitraan otak (*brain*), namun kemudian berkembang untuk pencitraan yang lebih luas [2].

CT membuat citra dua dimensi potongan penampang lintang dari berbagai arah. Pembentukan citra dilakukan secara digital, tiap irisan dibagi menjadi banyak elemen atenuasi dengan atenuasi linear  $\mu(x, y)$  [2,3].

Setelah didapatkan proyeksi dari berbagai arah, langkah berikutnya adalah melakukan rekonstruksi dengan proyeksi balik, sehingga citra yang diharapkan diperoleh. Rekonstruksi disini dilakukan dengan algoritma tertentu dengan menggunakan program komputer [4].



Gambar 1. Proyeksi oleh berkas paralel pada sudut tertentu untuk menghasilkan citra tampang lintang [5].

Pada dasarnya untuk rekonstruksi citra ada dua metode utama, yaitu metode iterasi dan proyeksi balik [6]. Metode yang banyak

digunakan adalah metode proyeksi balik terfilter sebagai pengembangan dari proyeksi balik sederhana. Metode balik terfilter (FBP) dianggap sebagai metode rekonstruksi yang cepat dan akurat dalam beberapa dekade [7]. Pada riset ini akan diuji kecepatan waktu rekonstruksi untuk metode proyeksi balik dan proyeksi balik terfilter pada domain spasial.

### DASAR TEORI TEORI PROYEKSI CITRA

Dasar-dasar rekonstruksi tomografi dirumuskan oleh Radon. Ditinjau suatu objek dengan irisan pada bidang x-y, seperti dilukiskan pada Gambar 2. Proyeksi bidang irisan ini pada suatu sudut  $\theta$  adalah integral garis  $p(s, \theta)$  yang dinyatakan dalam integral berikut :

$$p(s, \theta) = R(f) = \iint f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy \quad (1)$$

dengan  $-\infty < s < \infty, 0 \leq \theta < \pi$

R disebut juga sebagai operator proyeksi. Dalam koordinat yang dirotasi (s, u), dimana :

$$s = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (2)$$

$$u = -x \sin \theta + y \cos \theta$$

Atau

$$x = s \cos \theta - u \sin \theta \quad (3)$$

$$y = s \sin \theta + u \cos \theta$$

Integral diatas dapat dinyatakan sebagai

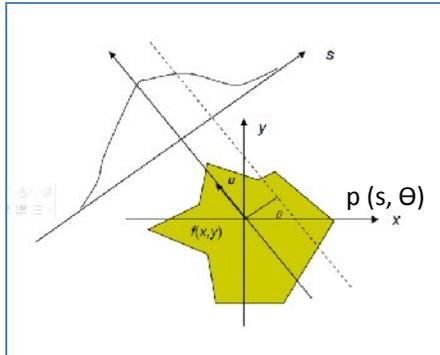
$$p(s, \theta) = \int f(s \cos \theta - u \sin \theta, s \sin \theta + u \cos \theta) du \quad (4)$$

dengan  $-\infty < s < \infty, 0 \leq \theta < \pi$

Pada CT, nilai  $p(s, \theta)$  menunjukkan atenuasi sinar-X oleh obyek pada sudut proseksi tertentu (dan koordinat s tertentu pula). Permasalahan dalam rekonstruksi tomografi adalah mendapatkan kembali  $f(x, y)$  jika diketahui  $p(s, \theta)$ .

Sebelum menentukan  $p(s, \theta)$ , terlebih dahulu ditinjau kasus sederhana proyeksi suatu titik untuk memberikan

gambaran “bentuk citra” dalam domain Radon.

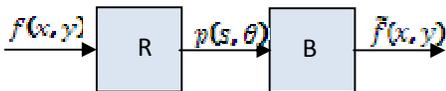


Gambar 2. Proyeksi tomografi sebagai integral garis

Jika objek dinyatakan dalam koordinat polar  $(r, \phi)$  (dimana  $x = r \cos \phi$  dan  $y = r \sin \phi$ ) maka suatu titik  $(r, \phi)$  akan dipetakan ke sebuah kurva sinusoid  $s = r \cos(\phi - \theta)$ . Hal ini dilukiskan dalam Gambar 2. Dengan demikian, irisan benda sebagai kumpulan titik-titik akan merupakan superposisi kurva-kurva sinusoid jika dilihat pada domain Radon. Oleh karena itu, citra dalam domain Radon juga disebut sebagai sinogram [8].

**PROYEKSI BALIK**

Permasalahan utama dalam tomografi adalah mendapatkan kembali  $f(x,y)$  dari data proyeksi  $(s, \theta)$ .



Gambar 3. Proses Proyeksi Balik

Untuk melakukan proyeksi balik, digunakan operator proyeksi balik B yang didefinisikan sebagai:

$$b(x,y) = B(p) = \int_0^\pi p(x \cos \theta + y \sin \theta, \theta) d\theta \tag{5}$$

atau dalam bentuk polar

$$b(x,y) = b_p(r, \theta) = \int_0^\pi p(r \cos(\theta - \phi), \theta) d\theta \tag{6}$$

Proyeksi-balik menyatakan penjumlahan sinar yang melewati suatu titik  $(x,y)$  atau  $(r,\phi)$ .

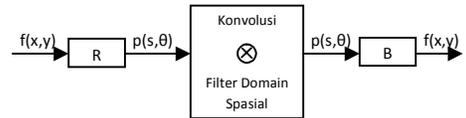
**PROYEKSI BALIK TERFILTER**

Fungsi dalam domain Radon yang di-proyeksi-balik-kan adalah citra  $f(x,y)$  yang dikaburkan dengan suatu PSF (Point Spread Function)  $(x^2 + y^2)^{-1/2}$

$$\tilde{f}(x,y) = B(p) = B(R(f)) = f(x,y) \otimes (x^2 + y^2)^{-1/2} \tag{7}$$

Dengan demikian, operator proyeksi-balik B bukanlah inverse dari transformasi Radon R. Proyeksi balik ini menghasilkan blurring pada citra hasil rekonstruksi. Untuk mengurangi hal ini dapat dilakukan dengan melakukan filter terhadap  $p(s, \theta)$  dengan filter satu dimensi yang memiliki respon frekuensi  $|\xi|$ , kemudian hasilnya dimasukkan ke operator proyeksi balik dan menghasilkan  $f(x,y)$ .

Ada beberapa cara menghitung inverse transformasi Radon, diantaranya adalah dengan metode konvolusi. Dengan metode ini pemfilteran dilakukan pada domain spasial (ruang). Perhitungan dilakukan seperti pada Gambar 5.



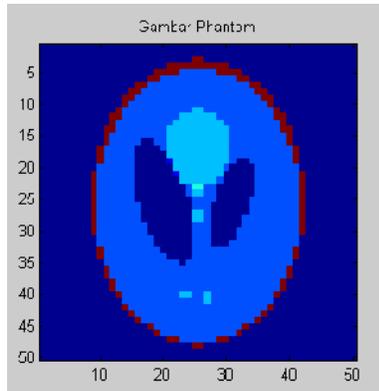
Gambar 4. Data proyeksi dilakukan konvolusi dengan suatu filter pada domain spasial sebelum dilakukan proyeksi balik.

**METODE**

Dalam riset ini dibuat program untuk rekonstruksi citra pada CT dengan metode proyeksi balik (BP) dan proyeksi balik terfilter (FBP) dengan pemfilteran pada domain spasial. Lalu kedua metode ini diuji kecepatannya.

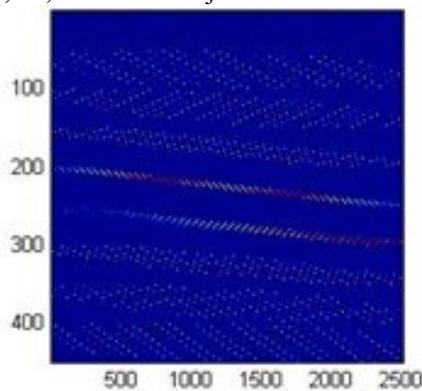
**Fantom, Matriks Pembobot dan Proyeksi**

Obyek yang digunakan adalah fantom Shapp-Logan yang sudah ada pada Matlab dan untuk menggunakannya tinggal dilakukan pemanggilan. Matriks fantom Shapp-Logan diset dengan ukuran  $n \times n = 50 \times 50$ .



Gambar 5. Fantom Shepp-Logan=

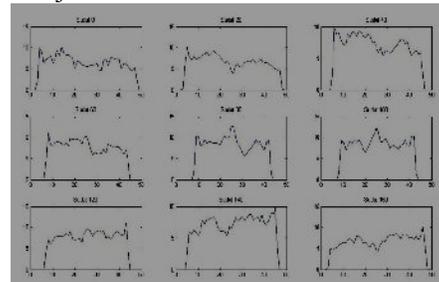
Sementara untuk mendapatkan proyeksi objek pada sudut-sudut tertentu diperlukan medan yang akan membawa informasi tersebut. Medan tersebut sering dinamakan matriks pembobot ( $w$ ). Matriks pembobot ( $w$ ) didesain untuk berkas paralel. Proyeksi dan rekonstruksi dilakukan dari sudut 0-180 derajat, dengan interval sudut dari 25, 20, 15, 10 dan 5 derajat.



Gambar 6. Matriks pembobot total untuk dari sudut 0 sampai 180 derajat dengan selang 20 derajat.

Dari gambar 6. diatas terlihat matriks pembobot dengan sudut 0 sampai 180 derajat dengan interval sudut 20. Sumbu Y Gambar 6 menunjukkan bahwa dari nilai 0-50 mewakili sudut 0 derajat, 51-100 sudut 40 derajat, dan seterusnya. Sumbu X adalah perkalian matriks  $n \times n = 50 \times 50 = 2500$ .

Setelah dibuat matrik pembobot ( $w$ ), matriks pembobot tersebut kemudian dikenakan pada objek Phantom Shepp-Logan, yaitu dengan perintah  $P = w * A$ . Gambar 7. adalah proyeksi fantom Shepp-Logan pada sudut 0-160 dengan interval sudut 20 derajat.



Gambar 7. Proyeksi dari sudut 0-10 dengan interval sudut 20 derajat

Jika proyeksi-proyeksi digabung maka akan didapatkan proyeksi gabungan atau yang lazim dinamakan Sinogram.

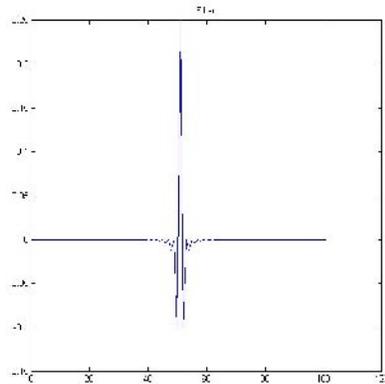
**Proyeksi Balik dan proyeksi Balik Terfilter**

Sebelum dilakukan rekonstruksi dengan metode FBP sebelumnya dilakukan terlebih dahulu rekonstruksi dengan metode BP, yaitu dengan operasi matriks  $A1 = w' * P$ . Rekonstruksi BP ini nantinya digunakan sebagai komparasi.

Selanjutnya dilakukan rekonstruksi dengan metode FBP dengan pemfilteran pada domain spasial. Filter yang digunakan adalah filter Ram-Lak dengan persamaan:

$$h = (1/2) * \text{sinc}(T) - (1/4) * (\text{sinc}(T/2)).^2$$

Fungsi ini bila ditampilkan dalam grafik, akan tampak seperti gambar berikut:

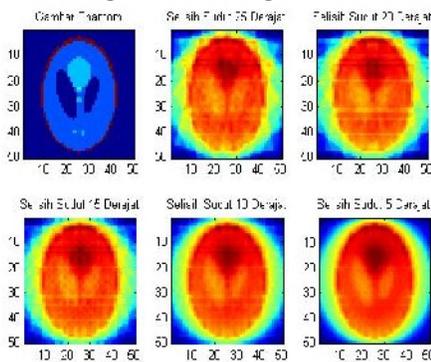


Gambar 8. Filter yang akan diterapkan pada proyeksi balik

Fungsi ini (h) kemudian dikonvolusi dengan proyeksi citra (P).

**HASIL DAN PEMBAHASAN**  
**Proyeksi Balik**

Dengan melakukan proyeksi balik terhadap suatu proyeksi, maka akan didapatkan citra seperti Gambar 9.

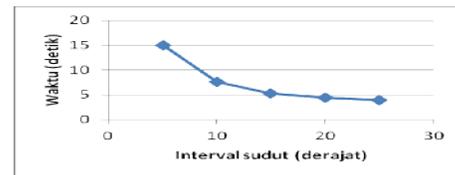


Gambar 9. Gambar proyeksi balik sederhana

Gambar 9. diatas adalah proyeksi balik fantom Shepp-Logan, dengan pencitraan 0-180 derajat. Gambar pertama adalah fantom seperti sebelumnya. Gambar yang kedua adalah hasil proyeksi balik dari sudut 0-180 derajat dengan interval sudut 25 derajat. Gambar yang ketiga dengan interval

sudut 20 derajat, dan seterusnya hingga 5 derajat. Terlihat bahwa interval sudut semakin kecil, citra yang diperoleh semakin baik. Akan tetapi hasil citra rekonstruksi masih tampak berbeda dengan gambar fantom aslinya. Terlihat bahwa citra hasil rekonstruksi mengalami pengaburan (*blurring*).

Sementara waktu yang dibutuhkan untuk proyeksi dan proyeksi balik untuk berbagai selisih sudut ditunjukkan oleh Gambar 10. Dari Gambar 10. tampak bahwa semakin kecil interval sudut, maka waktu yang dibutuhkan semakin lama dan sebaliknya. Tampak juga bahwa untuk interval sudut lebih kecil setengahnya, dibutuhkan waktu dua kali lipat lebih lama. Pada interval sudut 20 dan 10 derajat waktu yang dibutuhkan 4.4 dan 7.6 detik, pada interval sudut 10 dan 5 derajat, waktu yang dibutuhkan 7,6 dan 14.9 detik.

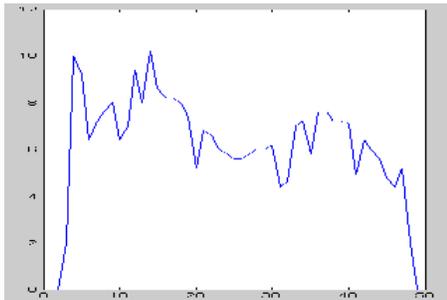


Gambar 10. Grafik waktu yang dibutuhkan untuk proyeksi dan proyeksi balik untuk berbagai interval sudut

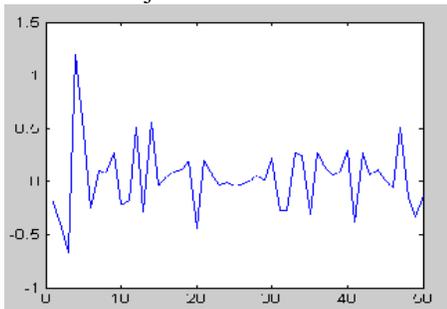
**Proyeksi Balik Terfilter**

Dengan proyeksi balik sederhana, citra yang diperoleh banyak *blurring* sehingga citra menjadi kurang jelas. Salah satu cara agar didapat citra yang lebih baik, dapat ditambah filter. Secara teknis, pemfilteran dilakukan pada domain spasial, yaitu hasil proyeksi yang diperoleh pada suatu sudut tertentu dikonvolusi dengan filter Ram-Lak, lalu hasilnya dilakukan proyeksi balik seperti sebelumnya.

Hasil proyeksi pada suatu sudut tertentu ditunjukkan pada Gambar 11 dan hasil proyeksi setelah difilter dengan Ram-lak ditunjukkan oleh Gambar 12.



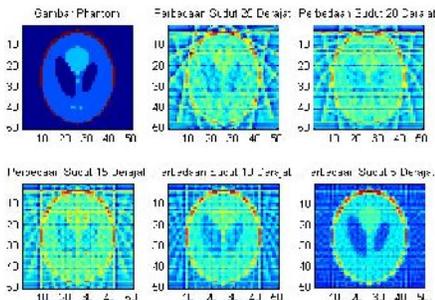
Gambar 11. Hasil proyeksi pada sudut 0 derajat sebelum difilter.



Gambar 12. Hasil proyeksi pada sudut 0 derajat setelah difilter.

Dari Gambar 12 tampak bahwa tinggi sinyal pada suatu titik mengalami penurunan, meskipun dengan pola yang masih relatif sama dibanding sebelum difilter. Tampak juga bahwa hasil pemfilteran ini ada beberapa nilai negatif.

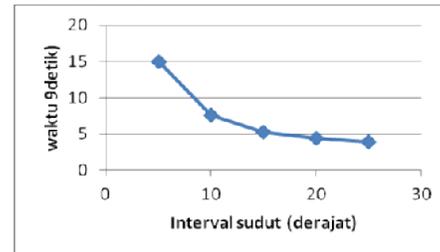
Pemfilteran dengan fungsi Ram-Lak ini sebenarnya memebrikan nilai negatif pada sisi kanan dan kiri pada suatu piksel tertentu, sehingga nilai negative ini nantinya saling menghilangkan saat dilakukan proyeksi balik [6].



Gambar 13. Hasil rekonstruksi dengan proyeksi balik terfilter.

Setelah difilter, hasil proyeksi ini kemudian dilakukan proyeksi balik dan hasilnya tampak pada Gambar 13.

Dari gambar 13. di atas terlihat bahwa citra yang difilter menghasilkan citra yang lebih baik. *Blurring* yang ada pada citra proyeksi balik sederhana, dapat dihilangkan dengan filter ini. Terlihat bahwa semakin kecil interval sudut, yaitu 5 derajat, citra akan semakin baik. Interval sudut lebih kecil dari 5 derajat, akan lebih baik lagi, hanya saja iterasi akan semakin banyak, sehingga memakan waktu yang lebih lama dalam proses rekonstruksi, seperti tampak pada Gambar 14.



Gambar 14. Grafik waktu yang dibutuhkan untuk proyeksi dan proyeksi balik terfilter untuk berbagai interval sudut

Perbandingan waktu yang dibutuhkan pada rekonstruksi proyeksi balik biasa dan proyeksi balik terfilter tampak pada Tabel 1.

Tabel 1. Perbandingan waktu untuk rekonstruksi proyeksi balik biasa dan rekonstruksi balik terfilter

Interval sudut (derajat)	BP (detik)	FBP (detik)
5	15	15
10	7.6	7.6
15	5.2	5.2
20	4.4	4.4
25	3.9	3.9

Dari Tabel 1. Tampak bahwa waktu yang dibutuhkan antara dua metode ini tidak ada perbedaan. Artinya pemfilteran yang dilakukan kurang dari

0.1 detik sehingga tidak tampak ada perbedaan untuk ketelitian 1 digit dibelakang koma.

Dari sini dapat dikatakan bahwa metode proyeksi balik terfilter merupakan metode yang sangat cepat. Karena itulah metode ini banyak digunakan untuk keperluan praktis.

#### **KESIMPULAN**

Perbedaan waktu yang dibutuhkan oleh metode proyeksi balik terfilter dan proyeksi balik biasa, sangat singkat, bahkan kurang dari 0.1 detik. Baik pada metode proyeksi balik biasa atau proyeksi balik terfilter, semakin kecil selang sudut, maka waktu yang dibutuhkan semakin lama. Untuk selang interval lebih kecil setengahnya, dibutuhkan waktu dua kali lipat lebih lama.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Wolbarst AB, *Physics of Radiology*, Medical Physics Publishing, Madison, Wisconsin, 2005
- [2] Johns HE & Cuningham JR, *The Physics of Radiology*, Charles Thomas Publisher, Illinois, USA, 1983
- [3] Bushberg, JT, Seibert, JA, dan Boone, JM, Boone, 2002, *The Essential Physics of Medical Imaging*, Lippicott Williams & Wilkins, Philadelphia.
- [4] Dendy, PP dan Heaton B, 1999, *Physics for Diagnostic Radiology*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia.
- [5] Handee, WR dan Ritenour ER, 2002, *Medical Imaging Physics*, Wiley-Liss, Inc, New York.
- [6] Dowsett D.J. and Johnston R.E., *The Physics of Diagnostic Imaging*, Hodder Arnold, London, 2006
- [7] Cho S, Xia D, Pellizzari CA, Pan X, *A BPF-FBP tandem algorithm for image reconstruction in reverse helical cone-beam CT*, Med.Phys. 37 (1), January 2010
- [8] Mazin SR & Pelc NJ, *Fourier Properties of the Fan Beam Sinogram*, Med. Phys. 37 (4), April 2010

