

Kajian Teoritis Penentuan Tetapan Planck Menggunakan Model Elektrodinamika Maxwell

Imy Zaada Faidullah, Dwi P. Sasongko dan Priyono
Jurusan Fisika FMIPA Universitas Diponegoro

Abstract

Theory of Electromagnetism and Planck constant have important role in the development of light theory. Electromagnetism theory explains the velocity of light is constant and finite because light is phenomenon of propagation of Electromagnetism Wave. Distribution of Planck Radiation that introduces Planck constant also based on the theory of Electromagnetism, however, now light treated like as a particle. Planck constant not only radically changes concept of light but also has be main source of the birth of Modern Physics. An interesting thing to investigate connection between Maxwell equation that well known with concept of classically Physics and Planck constant, a constant that often used in Quantum Mechanics.

Deriving Planck constant from Maxwell Equation can be done by understanding study of Radiation Quantization that based on the assumption. First, Electromagnetism wave is on the vacuum space so there is no charge and current. Second, Hamiltonian of Radiation stated by Hamiltonian of Harmonic Oscillation. Third, mass of Photon regarded does not affect Hamiltonian of Radiation because it is difficult to determine rest mass of Photon. Fourth, Dirac postulate used as non commutable multiplication rule of position and momentum coordinate.

In this research has obtained an elaborate explanation deriving Planck constant from Maxwell equation that can be shorted as follow. From Maxwell equation will be derived Maxwell wave equation that consist of Vector Potential Fields. Its form similar with Harmonic Oscillation function so Hamiltonian Radiation can be stated as Hamiltonian of Harmonic Oscillation. By Using Dirac postulate, Oscillation Harmonics can be studied in Quantum Mechanic so will be obtained Planck constant that contained on the Fourier Coefficient Operator.

Keywords : Maxwell Equation, Planck Constant, Fourier Coefficient Operator.

Abstrak

Teori Gelombang Elektromagnetik Maxwell dan Planck pada awal abad dua puluh menjadi kajian yang sangat menarik sekaligus kontroversi disebabkan terjadinya perbedaan yang cukup signifikan antara keduanya disebabkan pandangan yang berbeda. Maxwell yang menganggap bahwa gelombang elektromagnetik bersifat kontinum sedangkan pandangan Max planck terkuantisasi. Penemuan tetapan Planck tidak hanya merubah secara radikal konsep cahaya tetapi juga menjadi bibit kelahiran Fisika Modern. Menarik sekali mengkaji hubungan persamaan Maxwell yang lekat dengan konsep pemikiran Fisika klasik dengan tetapan Planck, sebuah tetapan yang banyak digunakan dalam Mekanika Kuantum.

Dalam makalah ini dan menggunakan berbagai asumsi akan dilakukan kajian teoritis untuk menjelaskan kuantisasi radiasi yang diwujudkan dalam tetapan Planck menggunakan persamaan Maxwell sehingga tidak terjadi kontroversi. Asumsi pertama, dengan menganggap gelombang Elektromagnetik berada dalam ruang hampa, tidak terdapat muatan. Asumsi kedua pada Radiasi Gelombang dinyatakan dalam Hamiltonian Osilasi Harmonik klasik dengan massa Foton dianggap tidak mempengaruhi Hamiltonian Radiasi tersebut.

Hasil penjabaran untuk menurunkan tetapan Planck dari persamaan Maxwell diperoleh persamaan gelombang yang mengandung Medan Potensial Vektor yang identik dan serupa dengan fungsi yang menjabarkan gerak Osilasi Harmonik. Dari kondisi ini Hamiltonian radiasi hasil penjabaran persamaan Maxwell dapat dinyatakan dalam Hamiltonian Osilasi Harmonik. Selanjutnya dengan menggunakan postulat Dirac, Osilasi Harmonik tersebut dengan Operator Koefisien Fourier dapat diturunkan untuk mendapatkan tetapan Planck.

Kata kunci: Persamaan Maxwell, Tetapan Planck, Operator Koefisien Fourier

PENDAHULUAN

Dua tetapan fundamental yang sangat berpengaruh dalam teori gelombang elektromagnetik khususnya cahaya adalah tetapan kelajuan cahaya c dan tetapan Planck h . Tidak terdapat satu penjelasan teoritis yang dapat menjawab keingintahuan ilmuwan untuk menemukan fakta bahwa kelajuan cahaya besarnya berhingga kecuali doktrin Ether yang diusulkan oleh Maxwell[1]. Sebelum percobaan Michelson-Morley yang mampu mengungkap kesesatan konsep ether, sehingga doktrin Maxwell yang begitu berpengaruh di kalangan ilmuwan dapat gugur meskipun Einstein pernah berujar bahwa kajian Fisika berakhir sekaligus bermula dari gagasan Maxwell [2]. Keberhasilan dan kesuksesan Maxwell dalam menyatukan gejala kelistrikan, kemagnetan serta optis seakan-akan telah merampungkan teori Fisika sedangkan kegagalannya dalam mempertahankan doktrin *ethernya* telah memberi ruang bagi kelahiran fisika modern dan relativitas dan Max Planck memberi jawaban baru dan fenomenal serta menjadi bibit lahirnya Fisika modern.

Nilai tetapan Planck dapat merubah secara radikal pandangan kontinuitas transmisi energi radiasi elektromagnetik menjadi transmisi radiasi yang bersifat diskrit. Ketika cahaya diemisikan, sejumlah energi dikeluarkan oleh benda bercahaya dan jika cahaya terserap oleh benda lainnya, benda kedua ini akan memanaskan, hal ini menunjukkan bahwa benda kedua telah menerima energi. Selama interval waktu setelah cahaya meninggalkan benda pertama dan sebelum mencapai benda selanjutnya pasti terdapat ruang yang menampung energi penjalanan. Bermula dari petunjuk ini mulailah perdebatan mengenai arti fisis sebenarnya dari ruang bagi penjalanan energi cahaya.

Dalam teori riak gelombang yang dikembangkan Huygen, Fresnel, Young,

Green. Energi ini sebagian menjadi potensial dan sebagian menjadi kinetik. Energi potensial berperan dalam distorsi energi medium sehingga medium harus dianggap elastik. Energi kinetik berperan dalam gerak gelombang medium. Sehingga medium harus dianggap memiliki densitas berhingga[3].

Dalam teori listrik dan magnet penjelasan ini diadopsi dalam bentuk dua macam energi yang dikenal yaitu elektrostatik dan elektrokinetik. Memiliki pola yang sama dan tidak selalu berlaku hanya bagi benda terpengaruh listrik dan magnet saja tetapi juga pada setiap bagian ruang di sekelilingnya. Makanya teori ini sepakat dengan teori riak gelombang yang mengasumsikan keberadaan medium yang dapat menjadi wadah dua bentuk energi tersebut [4].

Gelombang Bidang Maxwell

Menurut Maxwell keyakinan bahwa cahaya adalah sebuah gejala perambatan gelombang elektromagnetik didasarkan tidak hanya karena nilai perhitungan teoretik besaran kelajuan cahaya mendekati nilai yang diukur dalam berbagai percobaan. Tetapi juga karena terdapatnya kesamaan asumsi keberadaan medium penjalanan oleh dua cabang ilmu berbeda, optik dan listrik-magnet yang dirumuskan dalam persamaan (1) hingga persamaan (4).

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (4)$$

Medan Elektromagnetik Bebas

Medan Potensial Vektor telah menjadi sebuah besaran yang merangkum konsep persamaan Maxwell. Tidak hanya karena keterkaitannya dengan medan magnet

dan listrik tetapi juga karena posisinya sebagai fungsi yang menggambarkan perilaku penjalaran gelombang bidang Maxwell. Karena medan Potensial Vektor berada dalam koordinat posisi dan waktu maka dapat dinyatakan

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (5)$$

Untuk pengembangan teori kuantum medan elektromagnetik, perlu sekali menyatakan medan dalam susunan variabel diskret. Medan elektromagnetik terkurung dalam kotak dengan volume $\Omega = L^3$, dengan pengandaian ini medan elektromagnetik terkuantisasi. Medan \mathbf{A} secara keseluruhan adalah superposisi normal mode $\mathbf{A}_{k,\alpha}$. Koefisien Fourier $a_{k,\alpha}(t)$ dalam ekspansi ini akan dipergunakan sebagai variabel medan yang menunjukkan sifat dinamis. Tujuan utamanya adalah kuantisasi variabel medan ini [5]. Pada waktu sesaat seperti ketika $t = 0$, medan potensial vektor \mathbf{A} diekspansikan dalam deret Fourier. Solusi persamaan (5) adalah sebuah fungsi eksponensial

$$\mathbf{A}(x, y, z, t) = \mathbf{A}_0 e^{i(k \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \quad (6)$$

Apabila diasumsikan keadaan syarat batas periodik medan \mathbf{A} dalam kotak tertutup dengan sisi $L = (V)^{1/2}$, maka medan \mathbf{A} dirumuskan [5] dalam bentuk

$$\mathbf{A}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \sum_{\alpha=1,2} (a_{k,\alpha}(0) u_{k,\alpha}(x) + a_{k,\alpha}^*(0) u_{k,\alpha}^*(x)) \quad (7)$$

Adapun cara penyelesaian persamaan (5) dalam usulan Dirac dilakukan dengan menyatakan Medan Potensial Vektor dalam komponen Fourier.

$$\mathbf{A}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \sum_{\alpha} (a_{k,\alpha}(t) e^{i(k \cdot x - \omega t)} + a_{k,\alpha}^*(t) e^{i(k \cdot x + \omega t)}) \quad (8)$$

Agar Hamiltonian radiasi dinyatakan dalam Hamiltonian osilator harmonik maka nilai $a_{k,\alpha}$ perlu didefinisikan nilai koefisien Fourier gayut waktu [6] yaitu dalam bentuk

$$a_{k,\alpha} = \frac{c}{2\omega} (\omega X + iP) \quad (9)$$

Bentuk Koefisien Fourier seperti di atas mempertegas sifat partikel dari cahaya karena digunakannya P dan x sebagai koordinat momentum dan posisi. Perlu diperhatikan bahwa ω adalah kelajuan angular yang bernilai tetap dan bukanlah representasi gejala penjalaran gelombang cahaya tetapi merupakan nilai yang mempengaruhi energi radiasi [7].

Dipostulatkan bahwa P dan Q bukan suatu nilai tertentu tetapi merupakan sebuah operator [8] yang memenuhi

$$[Q_{k,\alpha}, P'_{k'} \alpha'] = i\hbar \delta'_{kk'} \delta'_{\alpha\alpha'} \quad (10)$$

$$[Q_{k,\alpha}, P'_{k'} \alpha'] = 0 \quad (11)$$

$$[P_{k,\alpha}, P'_{k'} \alpha'] = 0 \quad (12)$$

Kombinasi linear dari $P_{k,\alpha}$ dan $Q_{k,\alpha}$ diberikan dalam bentuk

$$\eta_{k,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}} (\omega Q_{k,\alpha} + iP_{k,\alpha}) \quad (13)$$

$$\eta_{k,\alpha}^* = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega}} (\omega Q_{k,\alpha} - iP_{k,\alpha}) \quad (14)$$

Dalam persamaan (13) dan (14) nilai $\eta_{k,\alpha}$ dan nilai $\eta_{k,\alpha}^*$ terlihat seperti operator yang analog dengan koefisien Fourier $a_{k,\alpha}$ dan $a_{k,\alpha}^*$ dalam persamaan (8). Ketika dimasukkan faktor yang membuat $\eta_{k,\alpha}$ dan $\eta_{k,\alpha}^*$ menjadi tak berdimensi [8].

$$a_{k,\alpha} \rightarrow c \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \eta_{k,\alpha} \quad (15)$$

Kuantisasi Medan Radiasi

Koefisien Fourier dalam ekspansi medan radiasi klasik harus diganti dengan operator penciptaan (creation) dan pemusnahan (annihilation) jika variabel kanonik osilator radiasi diartikan sebagai operator mekanika kuantum nonkomutatif. Dengan penggantian,

$$a_{k,\alpha}(t) \rightarrow c \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \eta_{k,\alpha}(t) \tag{16}$$

$$a_{k,\alpha}^*(t) \rightarrow c \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \eta_{k,\alpha}^*(t) \tag{17}$$

Diperoleh

$$A(\omega,t) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_k \sum_\alpha \left(c \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \eta_{k,\alpha}(t) e^{i\omega t - i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + c \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \eta_{k,\alpha}^*(t) e^{i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \right) \tag{18}$$

Hamiltonian operator medan yang terkuantisasi [8] didapat dalam bentuk

$$H = \sum_k \sum_\alpha \hbar\omega \left(N + \frac{1}{2} \right) \tag{19}$$

Hamiltonian Osilator Harmonik Klasik

Kemudian dengan menggunakan persamaan di atas Hamiltonian radiasi menjadi

$$H_{Radiasi} = \frac{1}{2} \sum_{k\sigma} (\omega_k^2 X_{k\sigma}^2 + P_{k\sigma}^2) \tag{20}$$

Dengan demikian radiasi gelombang elektromagnetik dapat diperlakukan seperti kumpulan osilator harmonik yang *independent* dan variabel dinamikanya adalah kombinasi linear Koefisien Fourier [8].

Setelah menyatakan Hamiltonian radiasi sebagai Hamiltonian osilator harmonik klasik masih terdapat permasalahan yaitu bagaimana mengkaji radiasi dalam konsep kuantum lagipula tetapan Planck sejauh ini sama sekali belum dimunculkan. Hal inilah yang membuktikan bahwa fisika klasik sama sekali tidak mengenal tetapan Planck. Kehadirannya menandakan telah terjadi proses transisi dari konsep klasik menuju kuantum.

Oleh karena itu osilator harmonik klasik dikaji dalam mekanika kuantum non relativistik. Kajian osilator harmonik klasik dalam mekanika kuantum nonrelativistik adalah jalan mengkaitkan tetapan Planck dengan persamaan Maxwell yang sekarang direpresentasikan oleh Koefisien Fourier. Berikut alur memperoleh Operator Koefisien Fourier yang mengandung tetapan Planck.

Hamiltonian radiasi dalam konsep klasik yang dinyatakan dalam Koefisien Fourier dirumuskan[9]

$$H = \sum_{k\sigma} \frac{\omega_k^2}{c^2} (a_{k\sigma} a_{k\sigma}^* + a_{k\sigma}^* a_{k\sigma}) \tag{21}$$

dengan

$$a_{k\sigma} = \frac{c}{2\omega} (\omega X + iP) \tag{22}$$

Hamiltonian osilator Harmonik dalam Mekanika Kuantum dirumuskan

$$H = \sum_{k\sigma} \hbar\omega_k \left(N + \frac{1}{2} \right) \tag{23}$$

Agar Hamiltonian radiasi klasik dapat dinyatakan dalam hamiltonian osilator harmonik kuantum maka Koefisien Fourier perlu dimodifikasi.

Koefisien Fourier yang telah dikaji dalam mekanika Kuantum nonrelativistik disebut dengan Operator Koefisien Fourier yang berbentuk,

$$\eta = (2\hbar\omega)^{-\frac{1}{2}} (\omega X + iP) \tag{24}$$

Jika dicermati Operator Koefisien Fourier tersebut telah memenuhi dua hal yang telah dipersyaratkan sebelumnya yaitu Bentuk Operator Koefisien Fourier serupa dengan Koefisien Fourier karena mengandung koordinat posisi dan momentum. Hal ini dapat diperkuat dengan kesamaan bentuk turunan keduanya,

Koefisien Fourier

$$a_{k\sigma} = \frac{c}{2\omega} (\omega X + iP) \tag{25}$$

Turunan kedua Koefisien Fourier

$$\ddot{a}_{k\sigma} = -\omega^2 a_{k\sigma} \tag{26}$$

Operator Koefisien Fourier

$$\eta = (2\hbar\omega)^{-\frac{1}{2}} (\omega X + iP) \tag{27}$$

Turunan kedua Operator Koefisien Fourier

$$\ddot{\eta} = -\omega^2 \eta \tag{28}$$

Akan tetapi terdapat perbedaan yang jelas di antara keduanya yaitu Operator Koefisien Fourier adalah sebuah Operator tidak hanya sebuah nilai saja. Berbeda dengan Koefisien Fourier yang telah dikenalkan sebelumnya. Operator Koefisien Fourier tidak mengikuti sifat

komutasi perkalian karena koordinat posisi dan momentum yang menjadi terkandung di dalamnya mengikuti aturan postulat Dirac. Sedangkan Koefisien Fourier karena hanya sebuah nilai dapat bersifat komutatif.

Jika Operator Koefisien Fourier dimasukkan kembali ke persamaan Hamiltonian radiasi klasik persamaan (21) dengan memperhatikan sifat tidak komutnya perkalian koordinat posisi dan momentum maka akan diperoleh Hamiltonian osilator harmonik kuantum

$$H = \sum_{k,u} \hbar \omega_k \left(N + \frac{1}{2} \right) \quad (29)$$

Dengan demikian telah diperoleh tetapan Planck. Perlu diperhatikan bahwa dalam langkah menentukan Operator Koefisien Fourier digunakan persamaan kanonik yang merupakan persamaan yang biasanya digunakan hanya dalam kasus gerak partikel. Hal ini mempertegas sifat partikel dari cahaya.

Dari penjelasan di atas telah diperoleh gambaran kaitan tetapan Planck dengan persamaan Maxwell. Tetapan Planck yang diperkenalkan dalam distribusi radiasi spektrum normal Planck sedangkan semua distribusi radiasi didasarkan pada konsep teori elektromagnetik jelas menunjukkan keterkaitan keduanya. Langkah untuk menurunkan tetapan Planck dari persamaan Maxwell dapat dirangkum dalam penjelasan berikut. Persamaan gelombang elektromagnetik diturunkan dari persamaan Maxwell. Bentuk solusi umum persamaan gelombang elektromagnetik sama dengan fungsi yang menjelaskan gerak osilasi harmonik partikel. Sehingga Hamiltonian radiasi dinyatakan seperti Hamiltonian osilator harmonik klasik. Kemudian osilasi harmonik dikaji dalam mekanika kuantum non relativistik sehingga akan diperoleh tetapan Planck yang merupakan komponen Operator Koefisien Fourier.

Setelah diperoleh tetapan Planck, alur kuantisasi medan radiasi elektromagnetik menjadi lebih lengkap. Berikut rekonstruksi ulang petunjuk yang sebelumnya tidak saling terkait. Pertama, solusi persamaan Maxwell yang serupa dengan persamaan gerak osilasi harmonik mengisyaratkan bahwa cahaya berperilaku seperti partikel. Kedua, telah diperoleh Hamiltonian radiasi yang menunjukkan sifat partikel tetapi kajian yang digunakan masih dalam konsep Fisika klasik sedangkan telah disadari bahwa mekanika kuantum non relativistik lebih lengkap membahas fenomena cahaya. Keterkaitan dua petunjuk tersebut dapat dipahami dengan cara menyatakan Koefisien Fourier dalam Operator Koefisien Fourier kemudian menjabarkan medan potensial vektor A . Dengan demikian medan potensial vektor mengandung tetapan Planck dan Operator Koefisien Fourier. Hamiltonian total pun dapat diperoleh dengan menggunakan bentuk medan potensial vektor A tersebut.

KESIMPULAN

Dari menurunkan tetapan Planck menggunakan persamaan medan kontinum Maxwell dapat dilakukan bila diterapkan berbagai asumsi yang dapat mendukung keterkaitan antara keduanya. Asumsi dasar yang didukung dengan Hamiltonian osilator harmonik dapat digunakan untuk mengkaitkan dua konsep yang berbeda dalam memandang gelombang elektromagnetik. Proses tersebut sekaligus memberi gambaran konsep kuantisasi medan radiasi elektromagnetik hasil perumusan planck telah merubah secara radikal konsep cahaya dan Fisika itu sendiri.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Arfken, G. B. dan Weber, H. J. 2001. *Mathematical Methods for Physicist*. San Diego: Harcourt-Academic Press.

- [2] Eisberg, R. M. 1963. *Fundamentals of Modern Physics*. New York: John Wiley & Sons.
- [3] Greiner, W. 1998. *Quantum Mechanics Special Chapters*. Berlin: Springer Verlag.
- [4] Maxwell, J. C. 1954. *A Treatise on Electricity and Magnetism : Volume Two*. New York: Dover Publications.
- [5] Mahon, B. 2003. *The Man Who Change Everything*. West Sussex: John Wiley & sons Ltd.
- [6] Planck, M. 1901. *On The Law of Distribution of Energy in The Normal Spectrum*. Annalen der Physics. Volume 4. No 553.
- [7] Roman, P. 1965. *Advanced Quantum Theory*. Massachusetts: Addison Wesley.
- [8] Sakurai, J. J. 1967. *Advanced Quantum Mechanics*. Menlo Park : Benjamin/Cummings.
- [9] Serway, Raymond A. Moses, Clement J. dan Moyer, Curt A. 2005. *Modern Physics : Third Editions*. Belmont: Thomson Learning, Inc.