

APLIKASI PRAKTIS MODEL IDENTIFIKASI AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE EXOGENOUS (ARMAX) DENGAN METODA KUADRAT TERKECIL REKURSIF

Ainie Khuriati Riza Sulistiati

Laboratorium Instrumentasi dan Elektronika, Jurusan Fisika, Universitas Diponegoro

Abstract

Effect on variations in power heating to air temperature in the mosquito box were modelled. Transfer function for temperature ranges from 34.93 °C to 39.93 °C determined experimentally. A step function used to excite power control and its effect on the air temperature measured. From these information, the transfer function in the ARX and ARMAX form determined and compared. An analysis of the computational results has confirmed that the ARMAX model and the recursive least square method are superior to the ARX model and the Extended Least Square method to model the thermal behaviour in the mosquito box as indicated by the level of fitting and system stability.

Keywords: *Identification, prediction error method, caged mosquitoes*

Abstrak

Efek variasi daya pemanas terhadap suhu udara di dalam sangkar nyamuk dimodelkan. Fungsi alih untuk rentang suhu dari 34,93°C sampai 39,93°C ditentukan secara eksperimental. Fungsi tangga digunakan sebagai masukan dan efek yang dihasilkan pada suhu udara diukur. Dari informasi ini, fungsi alih dalam bentuk ARX dan ARMAX ditentukan. Dari analisis hasil komputasi diperoleh bahwa model ARMAX dan metode kuadrat terkecil rekursif lebih unggul daripada model ARX dan metode kuadrat terkecil dalam memodelkan perilaku termal dalam sangkar nyamuk, seperti ditunjukkan oleh tingkat kecocokan dan kestabilan sistem.

Kata Kunci: *Identifikasi, metode prediksi kesalahan, sangkar nyamuk*

Pendahuluan

Secara mendasar sebuah model dibangun dari data yang diamati [8]. Pemodelan dinamik (model matematik) sangat diperlukan pada tahap perancangan sampai dengan pada tahap penalaan sistem kendali [13] guna memperoleh system pengendalian yang mempunyai efisiensi optimum dan reliabilitas tinggi [14]. Banyak penelitian dilakukan untuk mengembangkan penyelesaian berbasis model seperti pengendalian optimal, robust, dan tak linier [2][3][11]. Terdapat dua teknik pemodelan yang berbeda yaitu pemodelan fisika atau kotak putih dan pemodelan kotak-hitam [10]. Model matematika kotak hitam

pada umumnya digunakan dikarenakan kurangnya pengetahuan tentang karakteristik fisik dari proses yang diselidiki. Ada dua jenis model kotak hitam yaitu kotak hitam model linier dan taklinier [10]. Penapisan berbasis algoritma kuadrat terkecil rekursif untuk sistem ARMAX diperoleh dengan menapis data masukan-keluaran dengan fungsi transfer yang diestimasi. Algoritma ini terbukti memerlukan perhitungan yang sedikit dan memberikan hasil sangat akurat dibandingkan dengan algoritma kuadrat terkecil diperluas rekursif [7]. Siklus hidup nyamuk *aedes egypti* sangat dipengaruhi oleh perubahan iklim terutama suhu dan kelembaban [4].

Kecepatan dan durasi perkembangan larva diatur oleh serangkaian internal dan eksternal faktor [1] tapi salah satu pemicu eksternal yang paling penting adalah suhu. Penelitian menunjukkan bahwa peningkatan suhu global dari 1,4-5,8°C [12] berdampak pada waktu pengembangan dan kapasitas vectorial dari nyamuk *Aedes aegypti*. Oleh karena itu perlu dilakukan penelitian lebih mendalam sebagai upaya untuk mengendalikan perkembangan nyamuk *aedes aegypti* sampai pada tahap tidak membahayakan. Sangkar nyamuk sebagai salah satu sarana penelitian akan dikembangkan sehingga suhunya dapat diatur sesuai dengan tujuan. Modelisasi perilaku termal dalam sangkar nyamuk dibangun berbasis model ARMAX dengan metode kuadrat terkecil rekursif [7] dan hasilnya akan dibandingkan dengan model ARX dengan metode kuadrat terkecil [5].

Dasar Teori

1. Struktur Model Identifikasi

Pandang struktur model linier waktu diskret masukan-keluaran umum yang dinyatakan oleh

$$y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t) \quad (1)$$

Dengan $y(t)$ menyatakan keluaran dari model proses, u adalah masukan model proses. $G(q, \theta)$ adalah model proses, $H(q, \theta)$ adalah model gangguan adalah masukan, dan $e(t)$ menyatakan white deraue dengan statistik Gaussian, rerata nol dan variansi satu. Sedangkan q adalah operator geser maju $q^{-1}u(t) = u(t - T)$ dan θ adalah vector parameter.

Hubungan masukan-keluaran yang paling sederhana diberikan dalam bentuk persamaan diferensi linier [8]

$$y(t) + a_1y(t - 1) + \dots + a_{n_a}y(t - n_a) = b_1u(t - 1) + \dots + b_{n_b}u(t - n_b) + e(t) + c_1e(t - 1) + \dots + c_{n_c}e(t - n_c) \quad (2)$$

Atau dapat dituliskan pula dalam format yang lebih kompak sebagai berikut:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C e(t) \quad (3)$$

Dengan $e(t)$ adalah derau putih dengan statistik Gaussian, rata-rata nol dan ragam (variance) sama dengan satu $e(t) \sim N(0,1)$.

Sedangkan polynomial $A(q)$ dan $B(q)$ diberikan oleh:

$$A(q) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{n_c}q^{-n_c}$$

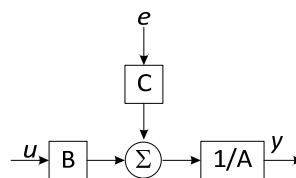
Pers. (2) disebut model ARMAX (AutoRe-gressive Moving Average eXogeneous). Sistem linier ini mempunyai gangguan stabil tipe kelas ARMA dengan masukan “exogenous” (eksternal) $u(t)$. Bagian $B(q)u(t)$ adalah masukan “exogenous”

Kita peroleh hubungan antara pers (1) dengan pers (3),

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)}$$

$$H(q, \theta) = \frac{C(q)}{A(q)} \quad (4)$$

Diagram kotak struktur model ARMAX ditunjukkan gambar 1



Gambar 1. Diagram kotak struktur model ARMAX

Setelah memilih struktur model, maka perlu dibuat pilihan berikut untuk mendefinisikan kesalahan prediksi yang bertujuan untuk meminimalkan $\epsilon(t, \theta)$

1. Memilih predictor $\hat{y}(t|\theta)$.

Prediktor umum dapat dinyatakan sebagai

$$\hat{y}(t|\theta) = L(q, \theta)y(t) + M(q, \theta)u(t)$$

2. Memilih fungsi kriteria $f(\theta, Z^N)$

2.2. Filter Prediksi

Sebagai model gangguan dari kelas moving average. Dalam hal ini sasaran estimasi, bukan hanya model sistem $A(q)$ dan $B(q)$, tetapi juga model filter $C(q)$ (Haryono).

Didefinisikan galat penduga keluaran model a posteriori sebagai berikut:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|\theta) \tag{5}$$

Metode kuadrat terkecil merupakan pendekatan geometris. Secara geometris, garis yang paling mewakili sebaran sampel adalah garis yang mempunyai simpangan minimum, atau galat terkecil dengan pencaran data [9]. Teknik kuadrat terkecil yang digunakan untuk persoalan terakhir ini dikenal sebagai kuadrat terkecil diperluas (ELS, *extended least squares*) dengan vector informasi $\varphi_o(t)$

$$\varphi_o(t) = \begin{bmatrix} \varphi_n(t) \\ \varphi_s(t) \end{bmatrix} \tag{7}$$

Dengan

$$\varphi_s = \begin{bmatrix} -y(t-1), \dots, -y(t-n_a), \\ u(t-1), \dots, u(t-n_b) \end{bmatrix}^T$$

$$\varphi_n = [\varepsilon(t-1), \dots, \varepsilon(t-n_c)]^T$$

Didefinisikan vektor parameter θ

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_n \\ \theta_s \end{bmatrix} \tag{8}$$

Dengan

$$\theta_s = [a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}]^T$$

$$\theta_n = [c_1, \dots, c_{n_c}]^T$$

Sehingga galat penduga

$$\varepsilon(t) = C(q)\varepsilon(t) = \varphi_n^T(t)\theta_n + \varepsilon(t) \tag{9}$$

$$y(t) = [1 - A(q)]y(t) + B(t)u(t) + \varepsilon(t)$$

$$= \varphi_s^T(t)\theta_s + \varepsilon(t)$$

$$= \varphi_s^T(t)\theta_s + \varphi_n^T(t)\theta_n + \varepsilon(t)$$

$$= \varphi_o^T(t)\theta + \varepsilon(t) \tag{10}$$

2.3. Fungsi Kriteria

Karena vektor informasi $\varphi_n(t)$ dalam $\varphi_o(t)$ pada suku sebelah kanan mengandung besaran derau tak dapat diukur $\varepsilon(t-1)$, algoritma kuadrat terkecil rekursif standar tidak bisa menghasilkan estimasi vektor parameter θ [7].

Penyelesaiannya adalah mengganti derau tak dapat diukur $\varepsilon(t-1)$ dalam $\varphi_n(t)$ dengan residual terestimasi $\hat{\varepsilon}(t-1)$ dan didefinisikan sebagai:

$$\hat{\varphi}_n(t) = [\hat{\varepsilon}(t-1), \dots, \hat{\varepsilon}(t-n_c)]^T \tag{11}$$

Estimasi dari θ ,

$$\hat{\theta}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_s(t) \\ \hat{\theta}_n(t) \end{bmatrix} \tag{12}$$

Sehingga estimasi dapat dihitung dari

$$\hat{\theta} = y(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t) \tag{13}$$

Penyaringan berbasis algoritma kuadrat terkecil rekursif dari estimasi vector parameter θ_s dan θ_n untuk sistem ARMAX [7]:

$$\hat{\theta}_s(t) = \hat{\theta}_s(t-1) + L_s(t) [\hat{y}_f(t) - \varphi_f^T(t)\hat{\theta}_s(t-1)] \tag{14}$$

$$L_f(z) = \frac{F_f(z-1)\hat{\phi}_f(z)}{1 + \hat{\phi}_f^T F_f(z-1)\hat{\phi}_f(z)} \tag{15}$$

$$F_f(z) = [1 - L_f(z)\hat{\phi}_f^T] F_f(z-1), F_f(0) = p_0 I \tag{16}$$

$$\hat{\phi}_f = [-\hat{\beta}_f(z-1), \dots, -\hat{\beta}_f(z-n_\beta), \hat{\alpha}_f(z-1), \dots, \hat{\alpha}_f(z-n_\alpha)]^T \tag{17}$$

$$\hat{\beta}_f(z) = -\hat{a}_1 \hat{\beta}_f(z-1), \dots, -\hat{a}_{n_\alpha} \hat{\beta}_f(z-n_\alpha) + y(z) \tag{18}$$

$$\hat{\alpha}_f(z) = -\hat{b}_1 \hat{\alpha}_f(z-1), \dots, -\hat{b}_{n_\beta} \hat{\alpha}_f(z-n_\beta) + u(z) \tag{19}$$

$$\hat{a}_n(z) = \hat{a}_n(z-1) + L_n(z)[e_f(z) - \hat{\phi}_n^T(z)\hat{a}_n(z-1)] \tag{20}$$

$$L_n(z) = \frac{R_n(z-1)\hat{\phi}_n(z)}{1 + \hat{\phi}_n^T R_n(z-1)\hat{\phi}_n(z)} \tag{21}$$

$$R_n(z) = [1 - L_n(z)\hat{\phi}_n^T] R_n(z-1), R_n(0) = p_0 I \tag{22}$$

$$\hat{\phi}_n = [e(z-1), \dots, e(z-n_\epsilon)]^T \tag{23}$$

$$e(z) = y(z) - \hat{\phi}_n^T(z)\hat{a}_n(z) \tag{24}$$

$$f(z) = e(z) - \hat{\phi}_n^T(z)\hat{a}_n(z) \tag{25}$$

$$\hat{\phi}_n(z) = \begin{bmatrix} -y(z-1), \dots, -y(z-n_\epsilon) \\ u(z-1), \dots, u(z-n_\epsilon) \end{bmatrix}^T \tag{26}$$

$$\hat{a}_n = [\hat{a}_{n_1}, \dots, \hat{a}_{n_{n_\alpha}}, \hat{b}_{n_1}, \dots, \hat{b}_{n_{n_\beta}}]^T \tag{27}$$

$$\hat{b}_n = [\hat{b}_{n_1}, \dots, \hat{b}_{n_{n_\beta}}]^T \tag{28}$$

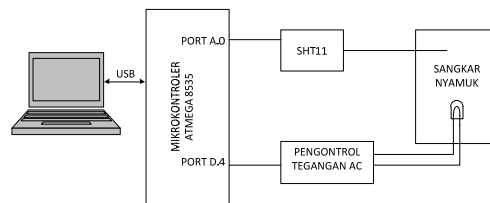
Metode Penelitian

Sistem yang digunakan dalam percobaan adalah pemanas udara dalam sangkar nyamuk yang dibangkitkan oleh empat buah lampu pijar ditunjukkan pada gambar 2. Dalam sangkar juga dipasang

kipas digunakan untuk memberikan gangguan.



Gambar 2. Sangkar nyamuk yang dilengkapi dengan pemanas dan sensor suhu



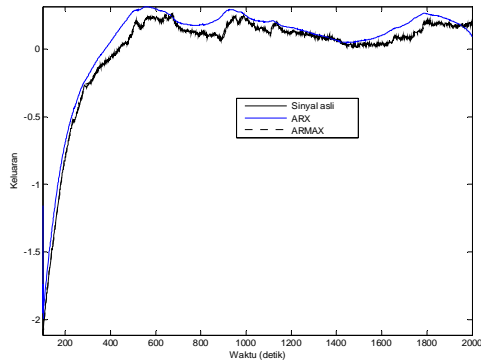
Gambar 3. Diagram kotak yang digunakan untuk penelitian nyamuk aedes egypti

Untuk menunjukkan pelacakan setpoint, setpoint diubah 34,93-39,93°C secara mendadak melalui computer yang terhubung ke mikrokontroler ATMEGA 8535 melalui port USB. Suhu sangkar nyamuk diukur dengan menggunakan sensor SHT11, hasilnya dikirimkan ke mikrokontroler melalui port A0. Gambar 3 memperlihatkan diagram kotak system pengendalian suhu.

Untuk identifikasi off-line, pengolahan data diimplementasikan pada sebuah PC dengan menggunakan Toolbox Sistem Identifikasi dari MATLAB.

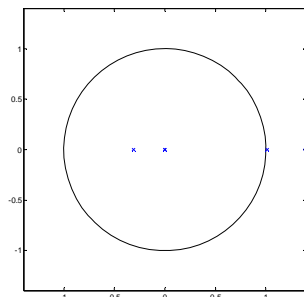
Gbr. 4 menggambarkan tanggapan fungsi tangga model identifikasi (model estimasi) dengan menggunakan metode yang diusulkan. Sebagai perbandingan, tanggapan fungsi tangga untuk rentang

suhu 34,93-39,93°C dari model asli ditunjukkan pada gambar yang sama. Perbandingan hasil prediksi keluaran proses aslinya model dan model estimasi didasarkan pada operasi normal.

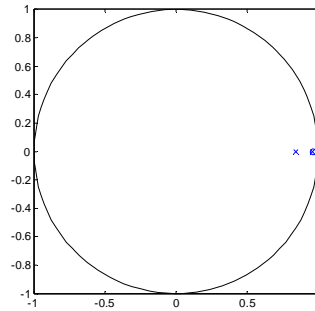


Gambar 4. Perbandingan tanggapan fungsi tanga antara model asli dan model yang diidentifikasi

Tabel 1 memberikan koefisien dari fungsi transfer untuk rentang suhu yang dipelajari. Gambar 5 menunjukkan diagram kutub-zero dari fungsi alih untuk model ARMAX dan ARX dalam kawasan Z. Seperti dapat dilihat pada model ARMAX semua kutub dan zero ditemukan dalam lingkaran satuan, menunjukkan bahwa sistem stabil dan hasil identifikasi yang akurat. Sedangkan untuk model ARX terdapat 1 zero dan kutub yang terletak diluar lingkaran satuan, ini menunjukkan bahwa system tidak stabil.

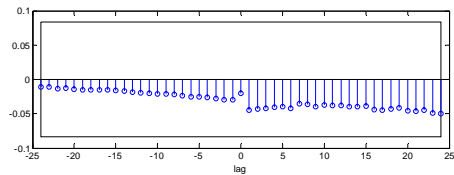
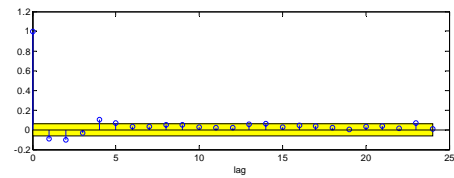


(a)

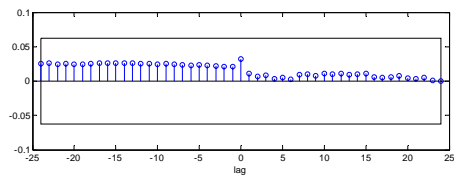
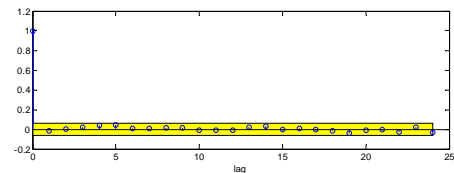


(b)

Gambar 5. Letak kutub dan zero (a) Model ARX (b). Model ARMAX



Gambar 6, Model ARX (a). Autokorelasi (b) Korelasi silang



Gambar 7. Model ARMAX (a). Autokorelasi (b). Korelasi silang

Gambar 6 dan 7 menunjukkan contoh tes validasi. Gambar 6(a) dan 7(a) menunjukkan otokorelasi galat residual untuk rentang suhu 34,93 – 39,93°C masing-masing untuk model ARX dan ARMAX. Gambar 6(b) dan 7(b) menunjukkan korelasi silang antara galat

dan masukan untuk kisaran yang sama. Garis horisontal di kedua angka menunjukkan interval kepercayaan 99% untuk semua kasus, suhu diprediksi

cocok dengan terukur dengan tingkat kecocokan 78% untuk model ARX dan 97,13% untuk model ARMAX.

Algoritma	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3	b_4	c_1	c_2
ARMAX	-1,803	0,8096	0,01719	-0,01661			-1,418	0,4388
ARX	-0,7048	-0,3145			0,006884	-0,009592		

Kesimpulan

Model ARMAX linear telah berhasil digunakan untuk memodelkan perilaku termal di dalam sangkar nyamuk. Model ARMAX yang diperoleh menunjukkan kecocokan lebih dekat dengan yang sebenarnya bila dibandingkan dengan yang diperoleh dengan model ARX.

Daftar Pustaka

- [1]. Azad M, Dave D, “Chadee Effects of different temperature regimens on the development of *Aedes aegypti* (L.) (Diptera: Culicidae) mosquitoes Acta Tropica, Volume 119, Issue 1, July 2011, Pages 38-43
- [2]. Chang R Q, “Prediction Error Method for Identification of a Heat Exchanger, Eindhoven University of Technology Research Reports”, Eindhoven University Of Technology Report 90-E-237, ISBN 90-6144-237-0, January 1990
- [3]. DeHaan D, Guay M, “ A new real-time perspective on non-linear model predictive control” , Journal of Process Control, Volume 16, Issue 6, July 2006, Pages 615-624
- [4]. Hemme R R., Tank J L., Chadee D D, Severson D W., Environmental conditions in water storage drums and influences on *Aedes aegypti* in Trinidad, West Indies, Acta Tropica 112 (2009) 59–66
- [5]. Howard T,S Fan Bengt C, S, B “ Least Squares Parameter Estimation of Continuous-Time ARX Models from Discrete-Time Data” IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. 42, No. 5, May 1997
<http://dx.doi.org/10.1016/j.conengprac.2012.09.021>
- [6]. Konan J, Yamashita Y, Tanaka T , Tashiro A, Daiguji M, “ Practical application of model identification based on ARX models with transfer functions , Control Engineering Practice, 2012,
- [7]. Liao Y, Wang D, Ding F, “Data filtering based recursive least squares parameter estimation for ARMAX models”, 2009 International Conference on Communications and Mobile Computing
- [8]. Ljung L, “Prediction error estimation methods”, Circ. Syst. Signal Process. 21 (2002) 11–21.
- [9]. M. Tirta, Model Statistika Linier (Versi Elektronik), 2008
- [10]. Mustafaraja G., Lowryb G., Chena J. “Prediction of room temperature and relative humidity by autoregressive linear and nonlinear neural network models for an open office Energy and Buildings “ vol 43 (2011) 1452–1460

- [11]. Pagano S, Russo R, Strano S, Terzo M, “Non-linear modelling and optimal control of a hydraulically actuated seismic isolator test rig Original”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, In Press, Corrected Proof, Available online 20 September 2012
- [12]. Parry, M.L., Canziani, O.F., Palutikof, J.P., van der Linden, P.J., Hanson, C.E. (Eds.), *Contribution of Working Group II to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, 2007. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
- [13]. Tjokronegoro, H, A “Estimasi Model Parametrik Komponen Feedback, Feedforward, dan Nois pada Sistem Lup Tertutup dengan Teknik Extended Least Square”, *PROC. ITB Sains & Tek. Vol. 35 A, No. 1, 2003, 1-17*
- [14]. Zhao Y, Huang B, Su H, Chu J, “Prediction error method for identification of LPV models, *Journal of Process Control* 22 (2012) 180– 193

