

PERHITUNGAN ANALITIK PEMECAHAN SPIN RASHBA PADA *QUANTUM DOT* GaAs DALAM POTENSIAL PARABOLIK DUA DIMENSI

Wahyu Tri Cahyanto^{1*} dan Eko Hidayanto²

¹ Program Studi Fisika MIPA, Fakultas Sains & Teknik, UNSOED, Purwokerto

² Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro, Semarang

* Korespondensi penulis: wahyu.cahyanto @unsoed.ac.id

Abstract

Analytical calculation of Rashba spin-splitting on the GaAs-based quantum dots in the two-dimensional parabolic confinement. It has been investigated the spin splitting due to the Zeeman effect and a Rashba-type spin-orbit coupling on a disk-like GaAs-based quantum dot. Calculations were done analytically considering the influence of an external magnetic field applied perpendicularly to the dot. The result shows that spin-orbit interaction causes a “crossing” on the electron energy states in the dot with the same angular momentum and different spin polarizations in a nonzero magnetic field. The calculated magnitudes of spin splitting and magnetic fields at the crossing level can be used to discuss more realistic quantum dots model theoretically on the further research.

Keywords: Rashba spin-orbit coupling, GaAs-based quantum dots, crossing levels

Abstrak

Telah diteliti pemecahan aras-aras energi spin oleh efek Zeeman dan kopling spin-orbit tipe Rashba pada quantum dot berbasis material GaAs yang berbentuk cakram. Perhitungan dilakukan secara analitik dengan ikut mempertimbangkan pengaruh medan magnet luar yang dikenakan secara tegak lurus pada dot. Hasil menunjukkan bahwa interaksi spin-orbit menyebabkan munculnya overlap pada aras-aras energi elektron dot dengan momentum sudut yang sama dan polarisasi spin berbeda dalam medan magnet luar. Hasil penghitungan besar pemecahan spin dan medan magnet pada aras-aras overlap ini dapat digunakan untuk menentukan model quantum dot yang lebih realistik secara teoritik pada riset selanjutnya

Kata kunci: Kopling spin-orbit Rashba, quantum dot GaAs, aras-aras overlap

Pendahuluan

Struktur nano semikonduktor mengalami perkembangan yang cukup fenomenal pada tahun-tahun terakhir ini karena menjanjikan aplikasi dalam berbagai piranti optik dan elektronik [Chen *dkk*, 2008]. Eksplorasi terhadap aspek fisika secara mendasar juga sangat ideal dilakukan pada sistem berskala nanometer [Chen *dkk*, 2008; Valín-Rodríguez, 2004; Lipparini *dkk*, 2006]. Secara khusus, perhatian peneliti saat ini dialamatkan pada sifat-sifat elektronik spin yang terkungkung dalam *quantum dot*. Reduksi dimensi *quantum dot* memungkinkan manipulasi

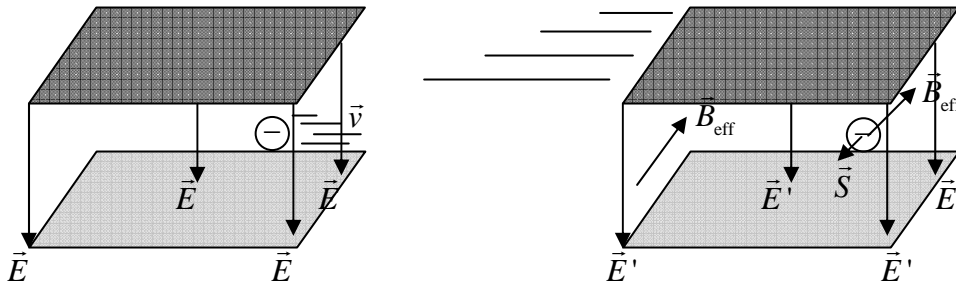
spin dalam kerangka pemahaman fenomena koherensi kuantum [Khaetskii dan Nazarov, 2001]. Disamping itu, perkembangan dalam upaya realisasi sistem-sistem elektronik berpolarisasi spin berbasis pada semikonduktor struktur nano membuka riset spintronik yang menjanjikan piranti mikroelektronik khas dengan dissipasi rendah [Kuan *dkk*, 2004; Zutic *dkk*, 2004]. Hasilnya, piranti elektronik seperti *spin-transistor* [Datta dan Das, 1990], *spin-waveguide* [Wang *dkk*, 2002] *spin-filter* [Koga *dkk*, 2002] dan sebagainya telah dapat direalisasikan.

Pengukuran efek-efek spin pada struktur mikro semikonduktor dilakukan dengan mengenakan medan magnet padanya. Akibat yang muncul dari pemberian medan magnet ini adalah interaksi spin intrinsik dalam bentuk interaksi Zeeman yang mengkopel spin elektron dengan medan magnet dan interaksi spin orbit (SOI). Interaksi spin orbit ini pada intinya merupakan koreksi relativistik terhadap elektron. Medan listrik yang terdapat pada semikonduktor dirasakan sebagai medan magnet *spin-dependent* oleh elektron dalam kerangka rehatnya. Berdasarkan pada asal sumber medan listrik, efek kopling spin orbit dibedakan menjadi dua [Valín-Rodríguez *dkk*, 2002], yaitu tipe Rashba yang bersumber dari potensial pengungkungan struktur nano dan tipe Dresselhaus dari inversi asimetri kristal (*Bulk Inversion Asymmetry, BIA*).

Paper ini membahas efek interaksi Zeeman dan kopling spin orbit tipe Rashba pada *quantum dot* dua dimensi berbasis material GaAs, model *quantum dot* dan metode analisis terhadap orientasi medan magnet yang diberikan, serta hasil perhitungan analitik *quantum dot*.

Model dan Metode

Interaksi spin orbit dalam semikonduktor heterostruktur disebabkan



Gambar 1 Skema proses terjadinya pemecahan spin tipe Rashba. Elektron yang bergerak dalam medan listrik merasakan medan magnet dalam kerangka rehatnya dan spin elektron mengkopel medan tersebut

oleh medan listrik tegak lurus terhadap gas elektron dua dimensi (*2DEG*). Dalam paper ini dibahas *2DEG* yang terbentuk pada material Galium Arsenida GaAs. Secara klasik, jika elektron bermassa m_0 dalam *2DEG* bergerak dengan kecepatan \vec{v} dalam pengaruh medan listrik \vec{E} , maka dalam kerangka rehat elektron, ini akan bertransformasi secara relativistik ke medan magnet efektif \vec{B}_{eff} menurut ungkapan

$$\vec{B}_{\text{eff}} = -\frac{1}{2c^2} \vec{v} \times \vec{E} \quad \dots (1)$$

dengan c adalah kelajuan cahaya. Kemudian momen magnetik elektron akan mengkopel \vec{B}_{eff} yang menghasilkan pemecahan spin orbit menurut

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{SO}} &= \vec{\mu} \cdot \vec{B}_{\text{eff}} = -\frac{1}{2c^2} \vec{\mu} \cdot (\vec{v} \times \vec{E}) \\ &= \frac{e\hbar^2}{4m_0^2 c^2} \vec{\sigma} \cdot (\vec{k} \times \vec{E}) \end{aligned} \quad \dots (2)$$

untuk $\vec{\mu} = -(e\hbar/2m_0)\vec{\sigma}$ dan $\vec{v} = \hbar\vec{k}/m_0$ dengan $\vec{\sigma}$ matriks Pauli dan \vec{k} vektor gelombang. Proses ini dikenal sebagai mekanisme Bychkov-Rashba (Rashba, 2004). Secara skematik, peristiwa ini dapat diilustrasikan dalam **Gambar 1**.

Tampak pada Gambar 1 bahwa spin-spin sejajar bidang dan tegak lurus dengan gerak elektron, sehingga medan listrik \vec{E} berarah ke-z dapat disubstitusi dengan $\vec{E} = \langle E \rangle (-\hat{n}_z)$ dengan $\langle E \rangle$ harga harap medan listrik pita konduksi dan \hat{n}_z adalah vektor satuan ke arah penumbuhan. Dengan demikian, persamaan (2) dapat dituliskan kembali dalam bentuk

$$\mathcal{H}_{SO} = \frac{e\hbar^2}{(2m_0c)^2} \langle E_z \rangle (\vec{\sigma} \times \vec{k}) \cdot (-\hat{n}_z) \quad \dots (3)$$

$$= \alpha_R (\vec{k} \times \vec{\sigma})_z$$

dengan $\alpha_R = -\frac{e\hbar^2}{(2m_0c)^2} \langle E_z \rangle$ dikenal

sebagai konstanta Bychkov-Rashba.

Selanjutnya, dengan memperhatikan efek Zeeman dan interaksi spin orbit, model *quatam dot* dalam paper ini secara matematis dapat dituliskan dalam bentuk Hamiltonian:

$$H = \frac{P_x^2 + P_y^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 (x^2 + y^2) \quad \dots (4)$$

$$+ \frac{1}{2} g^* \mu_B B \sigma_z + \alpha_R (\vec{k} \times \vec{\sigma})_z$$

dengan suku pertama merupakan suku tenaga kinetik, suku kedua adalah potensial pungguk, suku ketiga menyatakan efek Zeeman, dan suku terakhir adalah kopling spin orbit tipe Rashba. Di sini, m^* adalah massa efektif GaAs, ω_0 frekuensi osilator harmonis dua dimensi, g^* faktor giromagnet, $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ adalah magneton Bohr, B menyatakan intensitas medan magnet, dan σ_z matriks Pauli komponen-z.

Metode yang digunakan dalam analisis adalah perhitungan analitik dengan ikut mempertimbangkan efek medan magnet luar yang dikenakan tegak lurus pada *dot* $\vec{B} = (0, 0, B)$. Sebagai konsekuensinya, gerakan orbital elektron

pada bidang akan terpengaruh medan magnet melalui kebergantungan vektor potensial terhadap momentum umum menurut persamaan $\vec{P} = \vec{p} - (e/c)\vec{A}$, dengan $\vec{A} = (B/2)(-y, x, 0)$ adalah vektor potensial bersimetri gauge.

Hasil dan pembahasan

Dengan mempertimbangkan medan luar yang dikenakan pada *dot* dan mengadopsi Voskoboynikov *dkk*, 2003 untuk bentuk potensial Rashba dalam koordinat silinder, Hamiltonian (4) dapat dituliskan sebagai

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial}{\rho \partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{i}{2} \hbar \omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$+ \frac{1}{8} m^* \omega_c^2 \rho^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \rho^2$$

$$+ \sigma_z \alpha_R \frac{dV_c(\rho)}{d\rho} \left[-i \left(\frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{e}{2\hbar} B \rho \right]$$

$$+ \frac{1}{2} \sigma_z \mu_B g^* B \quad \dots (5)$$

dengan $V_c(\rho) = \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 \rho^2$ adalah potensial pungguk parabola dalam koordinat silinder. Penyelesaian persamaan Schrödinger dapat dilakukan dengan menyederhanakan Hamiltonian (5) menjadi

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\partial}{\rho \partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{i}{2} \hbar \omega_c \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$- i \sigma_z \alpha_R m^* \omega_0^2 \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{2} m^* \Omega_\sigma^2 \rho^2 + \frac{1}{2} \sigma_z \mu_B g^* B \quad \dots (6)$$

dengan

$$\Omega_\sigma^2 = \frac{1}{2} m^* \rho^2 \left(\omega_0^2 + \frac{1}{4} \omega_c^2 + \sigma_z (\alpha_R / \hbar) m^* \omega_0^2 \omega_c \right)$$

merupakan frekuensi efektif.

Bentuk Hamiltonian persamaan (6) dapat diselesaikan dengan memisahkan fungsi gelombang menjadi variabel *radial*

dan *azimuthal*. Mengingat suku-suku $-i \frac{\partial}{\partial \varphi} = \hat{l}_z$ yang tidak lain adalah operator momentum sudut dengan swanilai bilangan kuantum *azimuth* m maka dengan memanfaatkan perhitungan Fock, 1928 diperoleh swanilai

$$E_{nms} = \hbar \Omega_{\sigma} (2n + |m| + 1) + \frac{1}{2} m \hbar \omega_c + m \alpha_R m^* \omega_0^2 s + \frac{1}{2} g^* \mu_B B s \quad \dots (7)$$

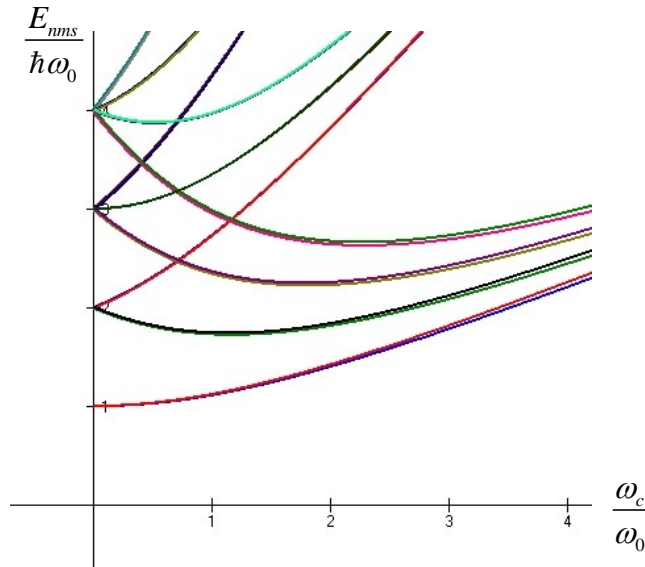
dengan n , m , dan s berturut-turut adalah bilangan kuantum utama, magnetik, dan spin. Selanjutnya, dengan substitusi nilai magneton Bohr $\mu_B = e \hbar / 2 m_e c$, frekuensi siklotron $\omega_c = \frac{eB}{m^* c}$, serta dengan memperkenalkan besaran karakteristik osilator $\lambda = \frac{m^* \omega_0}{\hbar}$, maka persamaan (7) dapat ditulis sebagai bentuk energi per osilator, yaitu

$$\frac{E_{nms}}{\hbar \omega_0} = (2n + |m| + 1) \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right)^2} + s \alpha_R \lambda \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} \right) + \frac{1}{2} m \frac{\omega_c}{\omega_0} + \frac{1}{4} g^* \frac{m^*}{m_e} s \frac{\omega_c}{\omega_0} + s \alpha_R m \lambda \quad \dots (8)$$

Pengaruh interaksi spin-orbit terhadap spektrum energi pada *quantum dot* yang paling signifikan dapat diamati pada pemecahan energi

$$\Delta E_{n,m}(B) = E_{n,m,+1}(B) - E_{n,m,-1}(B) \quad \dots (9)$$

Dengan mengambil nilai karakteristik yang terkait dengan pengaruh Zeeman dan efek Rashba untuk material GaAs, yaitu $m^*/m = 0,067$ dan $g^* = -0,44$ [Sze, 1981], panjang osilator $l_0 = 1/\sqrt{\lambda} = 338 \text{ \AA}$ untuk $\hbar \omega_0 = 1 \text{ meV}$ [Valín-Rodríguez, 2004], dan $\alpha_R = 2 \text{ meV nm}$ [Khaetskii dan Nazarov, 2000] diperoleh spektrum pemecahan spin orbit seperti ditunjukkan pada **Gambar 2**.



Gambar 2 Spektrum Fock-Darwin untuk empat kulit terendah pada *quantum dot* GaAs dengan kopling spin-orbit tipe Rashba

Gambar 2 menunjukkan kebergantungan aras-aras tenaga terhadap medan magnet untuk tiga kulit osilator harmonis terendah. Tambahan suku Zeeman dan suku Rashba sedikit menaikkan spektrum energi pada *quantum dot* parabolik. Tampak bahwa interaksi spin orbit memberikan perlintasan (*crossing*) antara aras-aras energi dengan momentum orbital sama tapi keadaan spin berbeda, yaitu saat $\Delta E_{n,m}(B_{cross}) = 0$. Pemecahan aras-aras energi spin akan memiliki besar yang sama untuk nilai bilangan kuantum azimuthal yang sama. Kemerosotan aras-aras tenaga elektron ganda semacam ini menunjukkan bahwa bilangan kuantum azimuth tidak lagi cukup baik mendiskripsikan dinamika elektron *dot* dalam pengaruh kopling spin-orbit. Kekuatan interaksi spin orbit ini bergantung pada jenis material yang sangat ditentukan oleh medan listrik internal dalam *2DEG*.

Kesimpulan

Telah diteliti pemecahan aras-aras energi spin oleh efek Zeeman dan kopling spin-orbit tipe Rashba. Kenaikan energi aras dasar yang tidak terlalu signifikan dan *overlap* antar aras tenaga dengan momentum orbital sama dan keadaan spin berbeda teramati pada spektrum tenaga *quantum dot* parabolik. Penentuan besar pemecahan spin dan besar medan magnet pada aras *overlap* ini memungkinkan studi model-model teoritik yang lebih mendekati nyata untuk fenomena *quantum dot* dan menarik untuk diverifikasi efek secara eksperimental.

Daftar Pustaka

Chen, H-Y., Pietlainen, P., dan Chakraborty, T., 2008, "Some unique magnetic properties of nanoscale quantum rings subjected to a Rashba spin-orbit interaction", *Physical Review B* **78**, 073407

- Datta, S., dan Das, B., 1990, "Electronic analog of the electro-optic modulator" *Applied Physics Letters* **56**, 665
- Fock, V., 1928, "Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im magnetfeld", *Zeitschrift fur Physik* **47**, 446
- Khaetskii, A.V., dan Nazarov, Y.V., 2001, "Spin-flip transitions between Zeeman sublevels in semiconductor quantum dots", *Physical Review B* **64**, 125316
- Khaetskii, A.V., dan Nazarov, Y.V., 2000, "Spin relaxation in semiconductor quantum dots" *Physical Review B* **61** (19), 12639
- Koga, T., Nitta, J., Takayanagi, H., dan Datta, S., 2002, "Spin-filter device based on the Rashba effect using a non-magnetic triple barrier resonant tunneling diode" *Physical Review Letters* **88**, 126601
- Kuan, W.H., Tang, C.S., dan Xu, W., 2004, "Energy levels of a parabolically confined quantum dot in the presence of spin-orbit interaction", *Journal of Applied Physics* **95** (11), 8368
- Lipparini, E., Barranco, M., Malet, F., Pi, M., dan Serra, Ll., 2006, "Spin-orbit effects in GaAs quantum wells: Interplay between Rashba, Dresselhaus, and Zeeman interactions", *Physical Review B* **74**, 115303
- Rashba, E.I., 2004, "Electron spin operation by electric fields: spin dynamics and spin injection", *Physica E* **20**, 189
- Sze, S.M., "Physics of Semiconductor Devices", 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1981

- Valín-Rodríguez, M., 2004, "Renormalization of spin-orbit coupling in quantum dots due to the Zeeman interaction", *Physical Review B* **70**, 033306
- Valín-Rodríguez, M., Puente, A., dan Serra, Ll., 2004, "Zeeman energy and anomalous spin splitting in lateral GaAs quantum dots" *European Physical Journal B* **39**, 87
- Valín-Rodríguez, M., Puente, A., Serra, Ll., dan Lipparini, E., 2002, "Electronic spin precession in semiconductor quantum dots with spin-orbit coupling", *Physical Review B* **66**, 045317
- Voskoboynikov, O., Bauga, O., Lee, C.P., dan Tretyak, O., 2003, "Magnetic properties of parabolic quantum dots in the presence of the spin-orbit interaction", *Journal of Applied Physics* **94** (9), 5891
- Wang, X.F., Vasilopoulos, P., dan Peeters, F.M., 2002, "Spin-current modulation and square-wave transmission through periodically stubbed electron waveguides" *Physical Review B* **65**, 165217
- Zutic, I., Fabian, J., dan Das Sarma, S., 2004, "Spintronics: Fundamentals and applications" *Reviews of Modern Physics* **76**, 323