

PERUBAHAN FUNGSI GELOMBANG ELEKTRON PADA MULTIPLE SCATTERING UNTUK SUDUT HAMBUR NOL

Taat Guswantoro^{}, Muhammad Nur dan Vincencius Gunawan*

Jurusan Fisika, Universitas Diponegoro, Semarang

**Korespondensi Penulis, Email: taat@undip.ac.id*

Abstract

Multiple scattering in the plasma present due to movement of charged particle influenced by Coulomb interaction between charged particles in the plasma. Research on multiple scattering among influences of effective field on the multiple scattering, lost energy due to scattering processes, the aims of this study are to determine the scattered wave function, multiple scattering cross-sections and scattered electron energy. The understanding of the electron scattering in the plasma in this study using the optical approximation that is application of wave properties of electron. The calculation of scattered wave function is using first Born approximation, by taking the scattering potential energy is the summary of potential energy of electron by interaction with each ions that present in the plasma sphere. Electron wave function after scattered is changes, though the direction is same with the direction of initial electron coming, presence a reduction in amplitude as a function of the distance the wave trajectory.

Keywords: *Multiple Scattering, Plasma, Born approximation.*

Abstrak

Multiple scattering pada plasma terjadi ketika pergerakan partikel bermuatan dipengaruhi oleh interaksi Coulomb antar partikel bermuatan di dalam plasma. Penelitian mengenai multiple scattering antara lain pengaruh medan efektif pada multiple scattering, energi yang hilang akibat proses hamburan, sedangkan dalam penelitian bertujuan untuk menentukan fungsi gelombang terhambur, tampang lintang multiple scattering serta energi elektron terhambur. Pemahaman hamburan elektron dalam plasma pada penelitian ini menggunakan pendekatan optis yaitu memanfaatkan sifat gelombang elektron. Perhitungan fungsi gelombang terhambur dengan menggunakan pendekatan pertama Born, dengan mengambil energi potensial penghambur adalah jumlahan energi potensial elektron oleh interaksi dengan setiap ion yang ada dalam bola plasma. Fungsi gelombang elektron setelah mengalami hamburan mengalami perubahan meskipun arah geraknya sama dengan arah datangnya, mengalami pengurangan amplitudo sebagai fungsi dari jarak lintasan gelombang.

Kata kunci : *Multiple scattering, Plasma, Pendekatan Born*

Pendahuluan

Plasma adalah sekumpulan partikel-partikel bermuatan listrik yang bergerak dalam arah yang acak dan muatan rata-ratanya adalah netral [1]. Pada kondisi plasma, tumbukan berantai lebih banyak terjadi pada partikel bermuatan dibandingkan, hal ini disebabkan oleh adanya interaksi Coulomb range jauh yang menyebabkan adanya sudut defleksi sehingga partikel-partikel bermuatan akan terhambur pada sudut tertentu [2]. Penelitian tentang *multiple scattering* telah dilakukan

antara lain *multiple scattering* elektron pada sudut kecil berdasar hamburan Rutherford [3], pengaruh *multiple scattering* pada elektron, sebagai target, terhadap menembusnya ion berkecepatan rendah [4], hamburan Compton dengan pendekatan medan efektif pada plasma [5], *multiple scattering* untuk sudut hamburan kecil dengan target berupa penyaring lembaran tipis [6], energi yang hilang akibat *multiple scattering* elektron dengan target multi ionik [7].

Kecepatan pergerakan ion di dalam plasma sangat kecil jika dibandingkan kecepatan elektron[8]. Selubungawan ion dalam keadaan yang cenderung diam, sehingga selubungawan ion dapat dikatakan sebagai target dari proyektil elektron. Pendekatan pertama Born dapat digunakan untuk memper oleh fungsi gelombang dari gelombang datar yang terhambur[9].

Teori

Di dalam sebuah ruangan terdapat dua buah molekul tanpa spin bertumbukan lenting sempurna, maka akan terjadi kekekalan momentum dan energi kinetik [10]. Ketika kedua partikel yang bertumbukan adalah partikel bermuatan, maka akan terjadi interaksi elektrostatis. Permasalahan dalam penyelesaian tumbukan adalah ketika telah menyelesaikan pada kerangka pusat massa untuk mencari perubahan kecepatan relatif partikel, kemudian ditransformasikan menjadi kerangka laboratorium. Untuk kasus banyak partikel bermuatan yang bertumbukan dalam keadaan plasma, sebagian partikel akan melambat karena kehilangan momentum sebagian yang lain akan menjadi lebih cepat karena mendapatkan tambahan momentum karena proses tumbukan [8].

Dalam plasma ideal terdapat elektron-elektron dan ion-ion dengan jumlah yang sama dan partikel plasma seperti mengikuti distribusi Maxwell-Boltzmann. Misalkan dalam plasma, elektron dan ion memiliki energi kinetik yang sama, maka kecepatan ion jauh lebih kecil dibandingkan dengan kecepatan elektron [11]. Persamaan distribusi kerapatan spesies dalam plasma berdasarkan distribusi Maxwell-Boltzmann mengikuti persamaan:

$$n_{\sigma} = n_{\sigma 0} \exp \left[-\frac{q_{\sigma} \phi}{K_B T_{\sigma}} \right] \tag{1}$$

dengan $n_{\sigma 0}$ adalah sebuah konstanta yang menunjukkan kerapatan awal

partikel dalam plasma, q_{σ} adalah muatan dari spesies, ϕ adalah potensial listrik di dalam plasma, K_B adalah Konstanta Boltzmann dan T_{σ} adalah suhu dari spesies [8].

Ketika terdapat sebuah partikel bermuatan dalam plasma sebagai partikel uji, maka partikel ini akan diselubungi oleh partikel lain sehingga terbentuk selubungawan partikel yang disebut dengan bola Debye. Potensial listrik dalam bola Debye ini dirumuskan sebagai:

$$\phi(r) = \phi_0 \exp \left(-\frac{r}{\lambda_D} \right) \tag{2}$$

dengan ϕ_0 adalah potensial saat $r=0$, r adalah posisi sebuah titik terhadap pusat bola, dan λ_D adalah panjang Debye yang dapat dinyatakan sebagai:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 K_B T_e}{e^2 n_0}} \tag{3}$$

dengan ϵ_0 adalah permitivitas ruang hampa, T_e adalah suhu elektron, e adalah muatan elektron, n_0 adalah rapat partikel pada keadaan awal [1].

Dalam teori hamburan kuantum, sebuah gelombang datar $\psi(z) = A e^{ikz}$, berjalan pada arah \mathbf{z} , pada daerah yang terlingkupi potensial penghambur, menghasilkan gelombang sferis. Solusi dari persamaan Schrodinger dalam bentuk umum dinyatakan dalam bentuk:

$$\psi(r, \theta) \approx A \left\{ e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right\} \tag{4}$$

dengan k adalah bilangan gelombang yang terkait dengan jumlah energi partikel datang.

Penyelesaian fungsi gelombang terhambur dapat digunakan persamaan pendekatan pertama Born sebagai berikut:

$$f(\theta) = -\frac{2\mu}{\hbar^2 q} \int_0^{\infty} r' V(r') \sin(qr') dr' \tag{5}$$

dengan $V(r')$ adalah energi potensial penghambur, \hbar adalah konstanta Planck

μ adalah massa tereduksi, dan q adalah perubahan bilangan gelombang:

$$q = 2k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (6)$$

dengan θ adalah sudut hamburan.

Disain Penelitian

Pada penelitian ini persamaan-persamaan diturunkan dengan alur sebagai berikut:

1. Memilih persamaan potensial penghambur yang akan digunakan.
2. Menentukan amplitudo gelombang terhambur dengan menggunakan pendekatan pertama Born.

Hasil dan Pembahasan

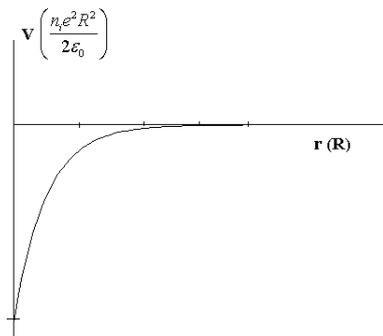
Energi potensial yang dirasakan oleh elektron yang terpengaruh oleh bola Debye dapat diperoleh dari nilai potensial dalam persamaan (2), dan untuk di pusat bola bermuatan dengan rapat muatan n_i . Energi potensial dalam bola Debye dapat dituliskan dengan:

$$V(r) = -\frac{n_i e^2 R^2}{2\epsilon_0} \exp\left(-\frac{r}{R}\right) \quad (7)$$

dengan R adalah jari-jari bola Debye yang besarnya sama dengan panjang Debye dalam persamaan (3). Energi potensial pada persamaan (7) adalah energi potensial yang menyebabkan adanya hamburan dari pergerakan elektron. Persamaan (7) ini kemudian dimasukkan ke dalam persamaan (5) untuk mendapatkan nilai amplitudo gelombang terhambur. Energi potensial ini dapat digambarkan seperti pada gambar 1.

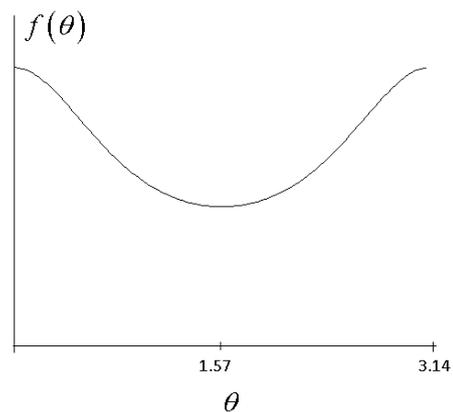
Fungsi gelombang terhambur diperoleh dengan persamaan pendekatan Born seperti pada persamaan (5) dengan energi potensial seperti persamaan (7) dan dengan pergeseran bilangan gelombang dalam persamaan (6) diperoleh:

$$f(\theta) = -\frac{2\mu n_i e^2 R^2}{\epsilon_0 \hbar^2 \left(4k^2 R^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 1\right)} \quad (8)$$



Gambar 1. Energi potensial dalam bola Debye.

Gambar 2 adalah penggambaran amplitudo gelombang terhambur sebagai fungsi sudut hambur, terlihat bahwa amplitudo terbesar terjadi pada sudut 0 dan π , hal ini menunjukkan bahwa elektron akan lebih mudah mengalami hamburan terus atau hamburan balik. Amplitudo akan bernilai minimum ketika sudut hamburannya adalah $\pi/2$, hal ini menunjukkan bahwa probabilitas hamburan terkecil pada arah tegak lurus terhadap arah pergerakan elektron mula-mula.

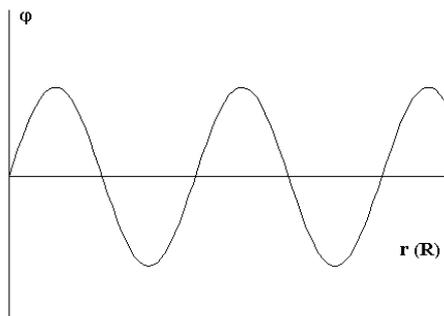


Gambar 2. Amplitudo gelombang terhambur terhadap sudut hambur.

Persamaan gelombang terhambur untuk proyektil elektron yang menuju target berupa bola Debye untuk sudut hambur elektron sama dengan nol maka fungsi gelombang adalah:

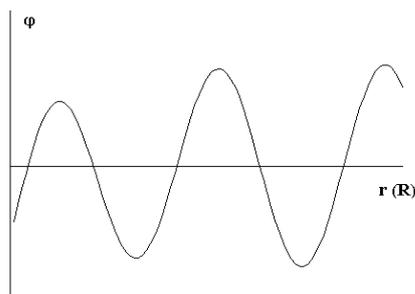
$$\varphi_{sc} \propto e^{ikz} - \frac{2\mu n_i e^2 R^5}{\epsilon_0 \hbar^2} \frac{e^{ikz}}{z} \quad (9)$$

Persamaan (9) merupakan fungsi gelombang elektron tak terhambur, setelah melewati bola Debye tidak sama dengan fungsi gelombang datang elektron, hal seperti ini tidak terjadi pada *single scattering* dimana elektron tak terhambur tidak mengalami perubahan fungsi gelombang.



Gambar 3. Gelombang electron sebelum terhambur.

Gambar 3 adalah penggambaran gelombang elektron sebelum mengalami hamburan, sedangkan gambar 4 adalah penggambaran gelombang elektron ketika mengalami hamburan terus. Terlihat terdapat perbedaan antara gelombang sebelum terhambur dengan gelombang setelah terhambur, yaitu pada daerah yang mendekati pusat bola Debye maka amplitude gelombang akan mengalami perubahan, sedangkan pada daerah yang jauh dengan bola debye gelombang akan kembali lagi seperti gelombang datangnya.



Gambar 4 Gelombang elektron yang mengalami hamburan pada sudut 0°.

Perubahan fungsi gelombang elektron tak terhambur ini dapat dijelaskan secara sederhana dengan menganggap bahwa sebenarnya elektron mengalami hamburan berkali-kali namun pada akhirnya arah gerak elektron kembali ke arah gerak mula-mula. Pada hamburan awal, elektron telah mengalami perubahan fungsi gelombang, sehingga pada hamburan akhir yang menghasilkan arahnya gerak elektron sama dengan arah elektron datang, fungsi gelombang elektron tidak sama dengan fungsi gelombang elektron datang. Karena telah mengalami beberapa hamburan sebelumnya.

Perubahan fungsi gelombang juga mengindikasikan adanya perubahan besaran-besaran fisis yang lain yaitu antara lain energi dan momentum dari elektron. Persamaan (8) juga menunjukkan bahwa untuk gelombang tak terhambur tersirat sebuah tampang lintang diferensial yang memperkuat pernyataan bahwa pada kasus tak terhambur, arah gerak elektron setelah melewati bola Debye sama dengan arah gerak elektron datang, sebenarnya elektron telah mengalami hamburan berulang-ulang namun pada akhirnya kembali ke arah semula.

Kesimpulan

Kajian *multiple scattering* elektron dalam plasma dengan menggunakan pendekatan optis, yang terhambur oleh potensial Coulomb bola Debye ion, diperoleh hasil gelombang tak terhambur mengalami perubahan fungsi gelombang dari fungsi gelombang datangnya pada daerah di dekat bola Debye, sedangkan pada daerah yang jauh dari bola Debye akan kembali ke gelombang datangnya.

DaftarPustaka

- [1] Liebermann, M.A and Lichtenberg, A.J. 1994. *Principles of Plasma Discharge and Materials Processing*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- [2] Nur, M. 2011. *Fisika Plasma dan Aplikasinya*. Semarang : Universitas Diponegoro.
- [3] Goudsmit, S., Saunderson, J.L. 1940. *Multiple scattering of electron*. Physical review, volume 57, pp 24-29
- [4] Deutsch, C. and Popoff, Romain. 2007. *Low-velocity ion stopping in a dense and low-temperature plasma target*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, volume 577, pp 337-342.
- [5] Kumar, Ravindra, et al. 2012. *An effective field theory approach to Compton scattering in plasma*. Physics Letters A, volume 376, pp 2053-2056.
- [6] Ikegami, Seiji. 2013. *A new screening length for small angle multiple scattering*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B, volume 311, pp 14-19.
- [7] Deutsch, C, et al. 2013. *Multiple scattering in elektron fluid and energy loss in multi-ionik targets*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A, Elsevier, volume 733, pp 39-44.
- [8] Bellan, Paul M. 2006. *Fundamental of Plasma Physics*. Springer-Verlag.
- [9] Zettili, Nouredine. 2001. *Quantum Mechanics Concepts and Applications*. England: John Wiley and Son. LTD
- [10] Huang, Kerson. 1987. *Statistical Mechanic*. USA : John Wiley and Son.
- [11] Fitzpatrick, Richard. 1998. *Introduction to Plasma Physics*. The University of Texas at Austin, PHY 380L.

