

ANALISIS KEANDALAN SOLUSI METODE *MULTIDIMENSIONAL SEARCH* UNTUK MODEL-MODEL OPTIMASI NON LINIER

Euis Nina S. Y, Victor O. Lawalata

Program Studi Manajemen Industri, STT. Wastukencana Purwakarta
Program Studi Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Pattimura Ambon
ensy08@yahoo.com, l4w4l4t4@hotmail.com

Abstrak

Perilaku permasalahan aktual tidak selamanya menunjukkan pola solusi yang linier sehingga model-model non linier menjadi alternatif solusi yang layak dipertimbangkan. Penelitian ini mengkaji keandalan enam metode multidimensional search yaitu Rosenbrock with discrete steps, Levenberg Marquardt, Steepest Descent, Davidon-Fletcher-Powell, Gradien Konjugasi Fletcher dan Reeves, serta Zangwill. Perbandingan ini didasari pada kualitas hasil yang ditunjukkan oleh masing-masing metode dalam hal waktu komputasi dan nilai solusi optimalnya. Hasil penelitian menyajikan bahwa nilai solusi optimal yang dihasilkan setiap metode adalah signifikan tidak berbeda satu sama lain. Perbedaan lebih ditunjukkan oleh keragaman waktu komputasi akibat jumlah iterasi yang berbeda dari setiap metode.

Kata Kunci: keandalan solusi, metode multidimensional search, waktu komputasi, solusi optimal

Abstract

Non linear models become a feasible solution alternative that being considered since the actual problem behavior is not always be showed as a linear solution pattern. This research is arranged to investigate reliability of the six methods of multidimensional search such as Rosenbrock with discrete steps, Levenberg Marquardt, Steepest Descent, Davidon-Fletcher-Powell, Gradien Konjugasi Fletcher and Reeves, and Zangwill based on their computation times and optimal solution values. The research's results provide the common solutions significantly between methods. In contrast, the difference emerge in computation times caused by diversity of method's iteration.

Keywords: *solution reliability, multidimensional search, computation time, optimal solution*

PENDAHULUAN

Permasalahan Efisiensi atau efektifitas terhadap sumber daya menjadi isu penting yang selalu dihadapi oleh banyak organisasi, baik publik maupun swasta. Ketersediaan bahan baku dari alam yang kian menipis, peningkatan jumlah penduduk dan kebutuhannya, persaingan bisnis, kerusakan lingkungan bahkan gejolak politik, ekonomi, sosial, dan keamanan Negara termasuk dampak globalisasi menuntut banyak organisasi untuk mengembangkan suatu proses perencanaan kebijakan bisnis yang optimal. Perencanaan ini bukan saja untuk meminimumkan biaya operasional tetapi tetap mempertahankan layanan mereka kepada para pelanggan guna mendapatkan keuntungan yang setinggi-tingginya. Dalam hal ini, salah satu perhatian utama sebuah organisasi adalah bagaimana menetapkan metodologi yang tepat untuk perencanaan tersebut.

Konsep perencanaan yang optimal tidak akan lepas dari konsep sistem dan pemodelan. Pendekatan sistem membantu organisasi mengelaborasi masalah untuk pemilihan metode solusi yang tepat serta merumuskan dan menerapkannya secara akurat. Kegiatan pemodelan dapat meminimalkan resiko yang memungkinkan diperoleh tetapi tetap merepresentasikan permasalahan aktual sehingga model solusi akan tetap memberikan manfaat bagi organisasi.

Model digunakan dalam bentuk yang beraneka macam. Untuk perencanaan yang optimal maka model matematika menjadi salah satu pilihan bagi pemodel dengan metode yang disesuaikan pada karakteristik permasalahan. Umumnya permasalahan dapat dimodelkan secara linier dan nonlinier, namun pada kenyataannya permasalahan aktual organisasi cenderung untuk tidak linier sehingga diperlukan

metode solusi yang relevan. Penelitian ini menganalisis enam metode optimasi non linier tanpa pembatas yang multidimensi untuk membandingkan keandalannya sehingga dapat menjadi rekomendasi dalam pemilihan metode penelusuran solusi.

METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini menganalisis beberapa metode optimasi tanpa pembatas (*unconstraint optimization*) non linier yang dianalisis tergolong dalam jenis *multidimensional search* baik yang tanpa menggunakan turunan (metode Rosenbrock *with discrete steps*), dengan menggunakan turunan (metode Levenberg Marquardt dan metode *Steepest Descent*), maupun arah konjugasi (metode Davidon – Fletcher – Powell, metode Gradien Konjugasi Fletcher dan Reeves, dan metode Zangwill) (Bazaraa & Shetty, 1990).

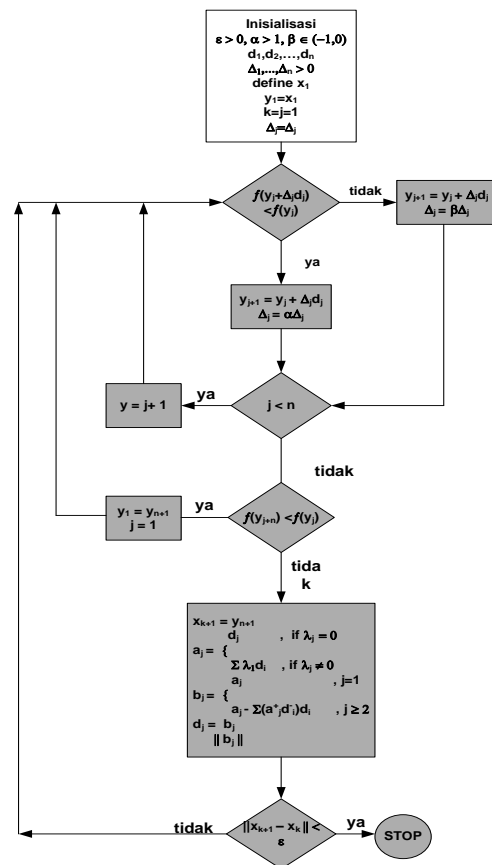
Metode Rosenbrock *with discrete steps* (RBK) dapat dibedakan dalam dua level komputasi yaitu *upper level*, yaitu tahapan dimana arah pencarian baru digeneralisasikan; dan *lower level*, dimana setiap tahapan meliputi pencarian berurutan sepanjang arah yang tetap. Arah pencarian akan berubah hanya dalam transisi dari satu tahapan ke tahapan lain (Beveridge & Schechter, 1970). Metode Levenberg Marquardt (LM) merupakan perbaikan terhadap kelemahan metode newton dan metode *steepest descent*. Metode *Steepest Descent* (SD) merupakan prosedur yang paling mendasar untuk minimasi suatu fungsi turunan dari beberapa variabel, dimana arah pencarian ditentukan dengan menghitung vektor gradien fungsi (Bazaraa & Shetty, 1990).

Metode Davidon-Fletcher-Powell (DFD) mengembangkan formulasi pencarian matriks koreksi untuk setiap iterasi berdasarkan matriks arah pada iterasi sebelumnya, dengan menggunakan metode *rank-two updates* (Bazaraa & Shetty, 1990). Metode Gradien Konjugasi Fletcher dan Reeves (FR) digunakan dalam mengoptimasi masalah *unconstrained* (tidak ada batasan) dari sistem persamaan linear di mana minimasi fungsi kuadrat *positive definite* terjadi bila gradien fungsi sama dengan nol (Hestenes & Stiefel, 1952).

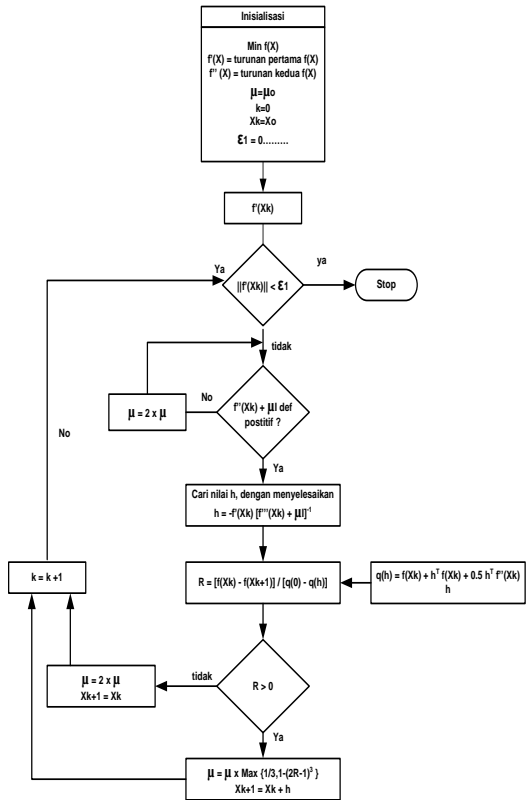
Metode ini merupakan pembelokan arah pada *steepest descent* dengan menambahkan arah positif yang digunakan pada langkah terakhir. Penelusuran solusi dari metode Zangwill (ZGWL) dilakukan dengan metode arah konjugasi dan hasilnya adalah sebuah bidang yang dibentuk dari sebuah kombinasi linier yang dibatasi oleh dua vektor, yaitu vektor gradien dan vektor yang dipilih dari penurunan langkah sebelumnya (Bazaraa & Shetty, 1990).

Algoritma penelusuran dari keenam metode tersebut disajikan dalam bentuk diagram seperti yang diilustrasikan pada gambar 1 sampai gambar 6 dibawah ini.

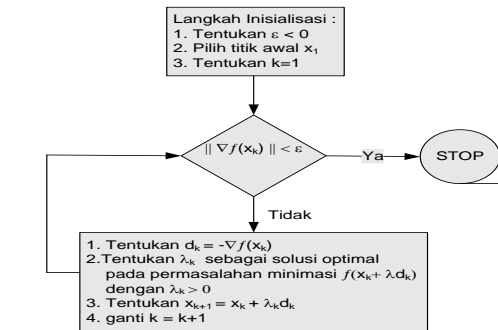
Algoritma dari metode-metode tersebut di-*running* menggunakan *software* Matlab 7.0 dengan menggunakan 30 persamaan non linier yang dipilih secara random sebagai data hipotetik. Hasil yang diperoleh menjadi dasar perbandingan antar metode dalam hal kualitas solusi dan waktu komputasi.



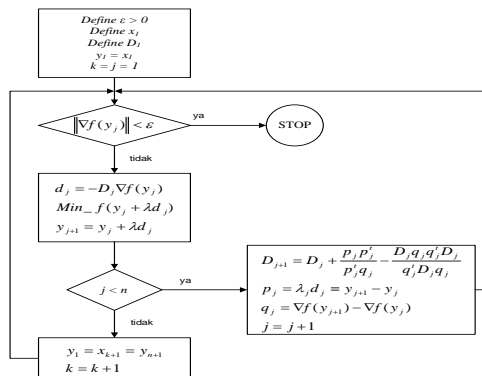
Gambar 1 Algoritma Metode Rosenbrock *with Discrete Steps*



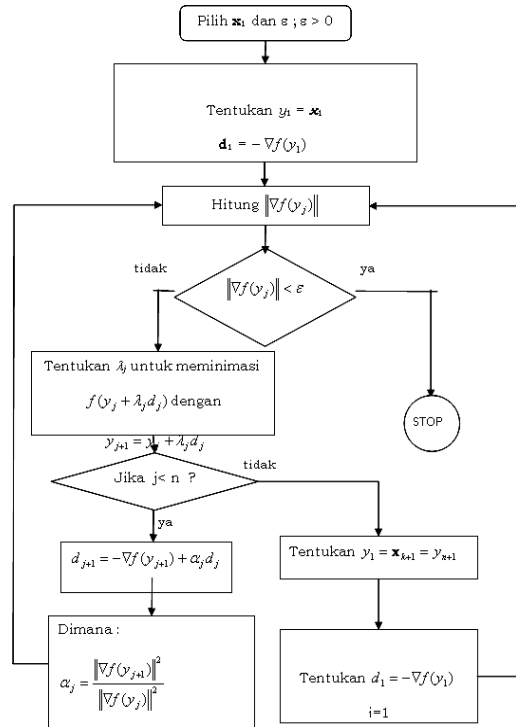
Gambar 2 Algoritma Metode Levenberg Marquardt



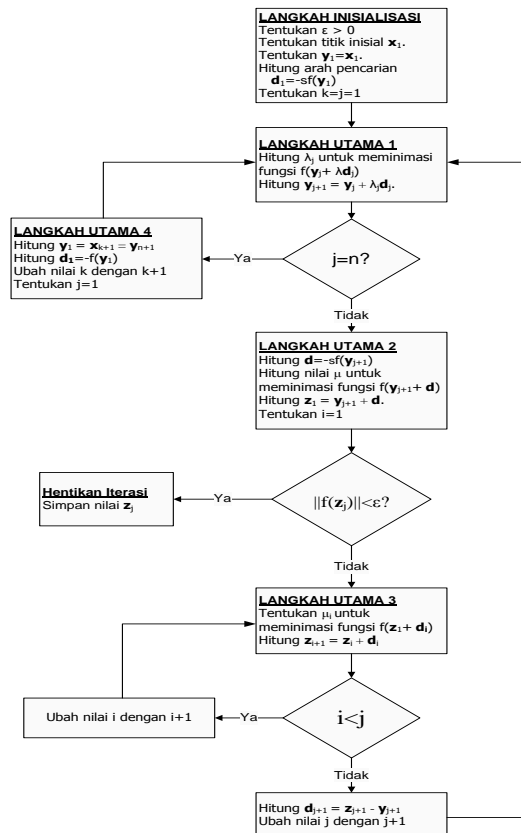
Gambar 3 Algoritma Metode Steepest Descent



Gambar 4 Algoritma Metode Davidon – Fletcher – Powell



Gambar 5 Algoritma Metode Gradien Konjugasi Fletcher dan Reeves



Gambar 6 Algoritma Metode Zangwill

Tabel 1 Daftar Persamaan untuk Perbandingan Metode dengan Matlab 7.0

| Persamaan | |
|----------------------------|-----------------------|
| $(x1.x2-2)^2+(7x1-8x2)^2$ | $(x1-5)^4+(2x2+9)^2$ |
| $(6x1-24)^4+(2x2-3)^6$ | $(8x1-5)^6+(x2+5)^6$ |
| $(6x1-5)^4+(x2-88)^6$ | $(x16-9)^4+(x2-5)^6$ |
| $(8x1-2)^4+(2x2+6)^2$ | $(5x2-7)^4+(x1-2)^6$ |
| $(8x1-5)^4+(2x2+5)^4$ | $(x1-3)^4+(3x2-5)^4$ |
| $(2x1.x2-2)^2+(5x2)^2$ | $(6x1-9)^4+(x2-5)^4$ |
| $(4x1-32)^4+(x2-33)^6$ | $x1^4+(x2+5)^4$ |
| $(x1.x2-3)^2+(7x1-6x2)^2$ | $(3x2)^6+(x1-2)^4$ |
| $(x1-2)^4+(3x1-2x2)^6$ | $(5x1-7)^4+(x2-2)^6$ |
| $(4x1-82)^4+(2x2-34)^6$ | $(3x2-99)^6+(x1-2)^4$ |
| $(4x1-84)^4+(6x2-34)^6$ | $(8x1-5)^6+(5x2-9)^2$ |
| $(9x1.x2-2)^2+(5x1-8x2)^2$ | $(9x2)^6+(x1-9)^6$ |
| $(x1.x2-2)^2+(7x1-6x2)^2$ | $(x2+9)^4+(1-x1)^6$ |
| $(8x1-5)^6+(8x2+5)^6$ | $(9x2)^6+(x1-9)^4$ |
| $(x2.x1-7x2)+(5x1-8x2)^6$ | $(4x1-3)^4+(x2-22)^6$ |

Analisis perbandingan menggunakan pendekatan desain eksperimen pembandingan berganda untuk menguji perbedaan metode dan uji Duncan untuk memilih metode yang lebih baik.

ANALISA DAN PEMBAHASAN

Hasil running program menyajikan data waktu hasil komputasi dan titik solusi untuk setiap persamaan (Tabel 2 dan 3).

Hasil ANOVA (Tabel 4) untuk uji beda waktu komputasi dibandingkan dengan nilai F tabel ($\alpha = 5\%$, $v1=5$, $v2=174$) yaitu 2.21 menunjukkan bahwa ada keragaman rata-rata waktu komputasi dari enam metode tersebut. Penelusuran lebih lanjut dengan uji Duncan menunjukkan metode Rosenbork *with discrete steps* (RBK) yang memiliki nilai selisih rata-rata perlakuan yang lebih besar dari pembandingnya. Untuk perbandingan kualitas hasil komputasi, hasil ANOVA (Tabel 5), menunjukkan adanya keragaman yang signifikan ($F \text{ tabel} < F \text{ hitung}$) pada tingkat signifikansi dan derajat bebas yang sama dengan analisis waktu komputasi diatas. Hasil uji Duncan (Tabel 6) menunjukkan bahwa keenam metode memiliki nilai selisih rata-rata perlakuan yang lebih kecil dari pembandingnya.

Dengan demikian, walaupun secara analitik nilainya berbeda, namun secara statistik, nilai titik solusi optimal yang dihasilkan signifikan tidak berbeda.

Tabel 2 Waktu Hasil Running Algoritma

| Persamaan | DFD | SD | RBK | ZGWL | FR | LM |
|-------------------------------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|
| $(x1*x2-2)^2+(7*x1-8*x2)^2$ | 1.1410 | 0.3410 | 12.0416 | 9.2340 | 10.6260 | 6.0575 |
| $(x1-5)^4+(2*x2+9)^2$ | 2.3230 | 0.7710 | 3.5879 | 0.9710 | 2.9840 | 1.2073 |
| $(8*x1-5)^6+(x2+5)^6$ | 4.2370 | 1.9920 | 12.6943 | 4.3060 | 2.9240 | 5.8865 |
| $(x2*9)^6+(x1-9)^6$ | 6.6200 | 5.4570 | 1.0450 | 3.7460 | 3.7250 | 11.4118 |
| $(x2*5-7)^4+(x1-2)^6$ | 3.0140 | 1.7120 | 2.6580 | 1.7320 | 2.9340 | 2.2049 |
| $(x1*6-9)^4+(x2-5)^4$ | 3.4550 | 3.4050 | 7.6943 | 0.9310 | 3.9850 | 1.4273 |
| $(x1*4-32)^4+(x2-33)^6$ | 4.7670 | 3.9250 | 42.5723 | 2.7140 | 3.1440 | 10.5950 |
| $(x1*x2-3)^2+(7*x1-6*x2)^2$ | 1.0320 | 0.8020 | 58.0562 | 0.7810 | 1.4720 | 0.7363 |
| $(x1-2)^4+(3*x1-2*x2)^6$ | 3.0940 | 5.5980 | 22.5681 | 1.2220 | 3.4750 | 2.6853 |
| $(x2*3-99)^6+(x1-2)^4$ | 6.1290 | 5.8680 | 5.4701 | 1.0710 | 5.3280 | 28.7874 |
| $(x1*4-84)^4+(x2*6-34)^6$ | 5.2370 | 2.4730 | 5.0822 | 3.3940 | 3.4950 | 11.6149 |
| $(9*x1*x2-2)^2+(5*x1-8*x2)^2$ | 1.2820 | 2.5040 | 25.4067 | 1.1820 | 1.9130 | 4.5659 |
| $(x1*x2-2)^2+(7*x1-6*x2)^2$ | 1.0820 | 1.3220 | 13.8494 | 1.1810 | 1.6620 | 0.7562 |
| $(8*x1-5)^6+(8*x2+5)^6$ | 6.2380 | 3.4550 | 5.0028 | 3.7360 | 4.6770 | 17.5479 |
| $(x1*6-9)^4+(x2-5)^6$ | 3.7750 | 1.6130 | 27.1242 | 1.7430 | 2.6930 | 1.5607 |
| $(x1*6-24)^4+(x2*2-3)^6$ | 4.3370 | 2.4140 | 1.7241 | 2.2840 | 2.6230 | 5.5503 |
| $(x1*6-5)^4+(x2-88)^6$ | 7.1810 | 6.6200 | 53.6443 | 2.0030 | 4.2260 | 3.6227 |
| $(x2*x1-7*x2)+(5*x1-8*x2)^6$ | 1.5730 | 36.8630 | 21.3055 | 2.7740 | 7.3510 | 17.7056 |

Tabel 2 Waktu Hasil Running Algoritma (Lanjutan)

| Persamaan | DFD | SD | RBK | ZGWL | FR | LM |
|---------------------------|--------|--------|---------|--------|--------|---------|
| $*x1-5)^4+(2*x2+5)^4$ | 3.9260 | 1.5720 | 22.2107 | 2.2040 | 2.1730 | 2.6612 |
| $(x1-3)^4+(3*x2-5)^4$ | 2.9740 | 1.0420 | 8.8554 | 0.8810 | 1.9430 | 1.9524 |
| $(2*x1*x2-2)^2+(x2*5)^2$ | 0.8510 | 0.6910 | 34.7781 | 0.8110 | 1.5820 | 0.7562 |
| $x1^4+(x2+5)^4$ | 2.0730 | 0.7610 | 0.5742 | 1.8620 | 1.9230 | 13.1141 |
| $(x2*3)^6+(x1-2)^4$ | 5.0470 | 2.7240 | 15.5161 | 1.3020 | 3.2850 | 8.6817 |
| $(x1*5-7)^4+(x2-2)^6$ | 3.3350 | 2.8940 | 2.2682 | 1.1220 | 2.8040 | 2.0825 |
| $(x1*4-82)^4+(x2*2-34)^6$ | 5.0680 | 5.1370 | 64.6387 | 2.6840 | 3.2440 | 11.8141 |
| $(8*x1-5)^6+(5*x2-9)^2$ | 4.0860 | 1.5220 | 24.7762 | 1.0320 | 1.9430 | 12.4442 |
| $(8*x1-2)^4+(2*x2+6)^2$ | 1.1110 | 2.2030 | 34.0040 | 2.8540 | 2.2030 | 3.6583 |
| $(x2+9)^4+(1-x1)^6$ | 2.7040 | 1.2620 | 22.7959 | 1.2110 | 2.3840 | 2.7364 |
| $(x2*9)^6+(x1-9)^4$ | 5.2580 | 5.4080 | 30.1516 | 1.9930 | 4.0460 | 20.2158 |
| $(x1*4-3)^4+(x2-22)^6$ | 4.2770 | 3.7150 | 21.4596 | 2.2230 | 2.9640 | 11.7308 |

Tabel 3 Titik Solusi Hasil Running Algoritma

| Persamaan | DFD | SD | RBK | ZGW | FR | LM |
|-------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| $(x1*x2-2)^2+(7*x1-8*x2)^2$ | 0.00000 | 0.00397 | 0.12366 | 0.00401 | 0.00000 | 10.30736 |
| $(x1-5)^4+(2*x2+9)^2$ | 0.00090 | 0.22810 | 0.11068 | 0.17561 | 0.00060 | 0.11720 |
| $(8*x1-5)^6+(x2+5)^6$ | 0.01200 | 0.08799 | 0.15176 | 0.00153 | 0.02687 | 0.18834 |
| $(x2*9)^6+(x1-9)^6$ | 0.00141 | 0.00540 | 0.80727 | 0.05340 | 0.00443 | 0.02565 |
| $(x2*5-7)^4+(x1-2)^6$ | 0.00790 | 0.03483 | 0.78262 | 0.05320 | 0.00300 | 0.01510 |
| $(x1*6-9)^4+(x2-5)^4$ | 0.00036 | 0.25310 | 0.07906 | 0.09239 | 0.00071 | 0.05282 |
| $(x1*4-32)^4+(x2-33)^6$ | 0.16697 | 0.11907 | 0.32402 | 0.12433 | 0.03170 | 0.23060 |
| $(x1*x2-3)^2+(7*x1-6*x2)^2$ | 3.74349 | 3.73939 | 3.66777 | 3.73732 | 3.74349 | 3.74349 |
| $(x1-2)^4+(3*x1-2*x2)^6$ | 0.98591 | 0.47680 | 2.35619 | 0.95178 | 0.99610 | 1.09100 |
| $(x2*3-99)^6+(x1-2)^4$ | 0.21082 | 0.21082 | 0.81546 | 0.03369 | 0.01690 | 0.06040 |
| $(x1*4-84)^4+(x2*6-34)^6$ | 0.01452 | 0.01834 | 4.56485 | 0.00653 | 0.00418 | 0.02750 |
| $(9*x1*x2-2)^2+(5*x1-8*x2)^2$ | 0.00000 | 0.00058 | 1.61665 | 0.00003 | 0.00000 | 0.00000 |
| $(x1*x2-2)^2+(7*x1-6*x2)^2$ | 0.00000 | 0.01142 | 0.58323 | 0.00098 | 0.00000 | 0.00014 |
| $(8*x1-5)^6+(8*x2+5)^6$ | 0.00495 | 0.02319 | 0.11784 | 0.00224 | 0.00000 | 0.02116 |
| $(x1*6-9)^4+(x2-5)^6$ | 0.90021 | 0.91320 | 0.85742 | 0.90401 | 0.90248 | 0.94174 |
| $(x1*6-24)^4+(x2*2-3)^6$ | 0.00648 | 0.04592 | 1.87949 | 0.02688 | 0.03777 | 0.11711 |
| $(x1*6-5)^4+(x2-88)^6$ | 0.01484 | 0.05608 | 0.24143 | 0.06630 | 0.06640 | 0.24180 |
| $(x2*x1-7*x2)+(5*x1-8*x2)^6$ | 0.00010 | 0.00237 | 0.99134 | 0.00104 | 0.00000 | 0.00000 |
| $(8*x1-5)^4+(2*x2+5)^4$ | 0.00244 | 0.00430 | 0.11043 | 0.07864 | 0.00081 | 0.03631 |
| $(x1-3)^4+(3*x2-5)^4$ | 0.00010 | 0.21744 | 0.20427 | 0.11012 | 0.05347 | 0.02198 |
| $(2*x1*x2-2)^2+(x2*5)^2$ | 0.00000 | 0.02945 | 4.10857 | 0.00000 | 0.37405 | 0.00000 |
| $x1^4+(x2+5)^4$ | 0.00000 | 0.09250 | 8.00000 | 0.00000 | 0.00010 | 0.10139 |
| $(x2*3)^6+(x1-2)^4$ | 0.01144 | 0.26699 | 0.07786 | 0.05394 | 0.00963 | 0.07380 |
| $(x1*5-7)^4+(x2-2)^6$ | 0.01144 | 0.35544 | 0.33362 | 0.20369 | 0.00210 | 0.26391 |
| $(x1*4-82)^4+(x2*2-34)^6$ | 0.02131 | 0.05800 | 0.09829 | 0.00905 | 0.09650 | 0.10395 |
| $(8*x1-5)^6+(5*x2-9)^2$ | 0.00540 | 0.01360 | 0.11818 | 0.00367 | 0.01360 | 0.01980 |
| $(8*x1-2)^4+(2*x2+6)^2$ | 0.00414 | 0.00291 | 0.11782 | 0.00148 | 0.00571 | 0.00600 |
| $(x2+9)^4+(1-x1)^6$ | 0.00550 | 0.25951 | 0.14250 | 0.17492 | 0.05042 | 0.14806 |

Tabel 3 Titik Solusi Hasil Running Algoritma (Lanjutan)

| Persamaan | DFD | SD | RBK | ZGW | FR | LM |
|------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $(x2*9)^6+(x1-9)^4$ | 0.01077 | 0.10497 | 0.80727 | 0.00411 | 0.05968 | 0.01930 |
| $(x1*4-3)^4+(x2-22)^6$ | 0.16907 | 0.11947 | 0.35461 | 0.02400 | 0.03318 | 0.25220 |

Tabel 4 Hasil Uji Beda Rata-Rata Waktu Komputasi dengan ANOVA

| Sumber variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Kebebasan | Rataan Kuadrat | F Hitungan |
|----------------|----------------|-------------------|----------------|------------|
| Perlakuan | 6911.698574 | 5 | 1382.339715 | 20.57451 |
| Galat | 11690.54041 | 174 | 67.18701382 | |
| Jumlah | 18602.23898 | 179 | | |

Tabel 5 Hasil Uji Beda Rata-Rata Solusi dengan ANOVA

| Sumber variasi | Jumlah Kuadrat | Derajat Kebebasan | Rataan Kuadrat | F Hitungan |
|----------------|----------------|-------------------|----------------|------------|
| Perlakuan | 21.39631017 | 5 | 4.279262035 | 2.853669 |
| Galat | 260.9243426 | 174 | 1.499565187 | |
| Jumlah | 282.3206527 | 179 | | |

Tabel 6 Perbandingan Rata-Rata Solusi antar Perlakuan dengan Uji Duncan

| Perbandingan perlakuan | Selisih rata-rata perlakuan | Nilai Pembanding | Perbandingan perlakuan | Selisih rata-rata perlakuan | Nilai pembanding |
|------------------------|-----------------------------|------------------|------------------------|-----------------------------|------------------|
| RBK vs DFD | 0.941 | 1.569 | LM vs SD | 0.349 | 1.383 |
| RBK vs RF | 0.933 | 1.541 | SD vs DFD | 0.048 | 1.505 |
| RBK vs ZGWL | 0.922 | 1.505 | SD vs RF | 0.040 | 1.456 |
| RBK vs SD | 0.893 | 1.456 | SD vs ZGWL | 0.029 | 1.383 |
| RBK vs LM | 0.544 | 1.383 | ZGWL vs DFD | 0.019 | 1.456 |
| LM vs DFD | 0.397 | 1.541 | ZGWL vs RF | 0.011 | 1.383 |
| LM vs RF | 0.389 | 1.505 | RF vs DFD | 0.008 | 1.383 |
| LM vs ZGWL | 0.378 | 1.456 | | | |

KESIMPULAN

Pencarian solusi optimal dengan metode Rosenbrock *with discrete steps*, Levenberg Marquardt, *Steepest Descent*, Davidon-Fletcher-Powell, Gradien Konjugasi Fletcher dan Reeves, serta Zangwill signifikan memberikan hasil akhir yang tidak berbeda satu sama lain. Akan tetapi, perbedaan tingkat kompleksitas tahapan pencarian solusi (banyaknya iterasi) dari masing-masing metode akan berpengaruh pada kecepatan penemuan hasil optimalnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Ashari, Santosa Purbayu. (2005). *Analisis Statistik Dengan Microsoft Excel dan SPSS*. 1th edition. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Away, Gunaidi A. (2006). *The Shortcut of MATLAB Programming*. Bandung: Penerbit Informatika.
- Bahagia, S. N. (2007). *Pengantar Teknik Industri*. Lab POBSI ITB. Bandung: Penerbit ITB.
- Bazaraa, M S. and C. M. Shetty. (1990). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Singapura: John Wiley & Sons.
- Santoso, S. (2002). *Buku Latihan SPSS Statistik Multivariat*. 3th edition. Jakarta: Penerbit PT Gramedia.
- Venkataraman, P. (2001). *Applied Optimization with Matlab Programming*. John Wiley & Son.
- Walpole, R. E. and H. M. Raymond. (1995). *Ilmu Peluang dan Statistika Untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Terjemahan Edisi Keempat. Bandung: Penerbit ITB.
- Mattjik, A. A., and Made S. (2000). *Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab*. Jilid 1. IPB Press.