PEMROGRAMAN LINEAR INTEGER DENGAN ENAM VARIABEL ORIENTASI KARGO UNTUK MASALAH MINIMISASI BIAYA PEMUATAN MULTI-KONTAINER

Dian Pratiwi Sahar, Mohammad Thezar Afifudin*

Departemen Teknik Industri, Fakultas Teknik, Universitas Pattimura,
Jl. Ir. M. Putuhena, Kampus Unpatti, Ambon, Maluku, Indonesia 97233

(Received: March 25, 2020/ Accepted: August 29, 2020)

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematika untuk masalah minimisasi biaya pemuatan multi-kontainer dengan enam variabel orientasi kargo. Masalah ini dirumuskan sebagai model pemrograman linier biner integer untuk meminimalkan biaya. Faktor-faktor yang dipertimbangkan dalam formulasi termasuk alokasi kargo, lokasi kargo, hubungan kargo, dan orientasi kargo. Sedangkan, biaya yang dipertimbangkan termasuk biaya muatan volume kontainer ke kargo dan biaya transportasi kargo ke kontainer. Validasi model dilakukan melalui percobaan numerik pada ukuran kecil kargo dan kontainer. Hasil penelitian menunjukkan bahwa model dengan konsep orientasi kargo yang dikembangkan dapat menyelesaikan masalah sesuai dengan parameter numerik yang diberikan.

Kata kunci*:* *pemrograman integer; orientasi kargo; pemuatan kontainer; minimisasi biaya*

Abstract

[Integer Linear Programming with Six Cargo Orientation Variables for Multi-Container Loading Cost Minimization Problem] *This research aims to develop the mathematic model for multi-container loading cost minimization problems with six cargo orientation variables. The problem is formulated as a binary integer linear programming model to minimize costs. The factors considered in the formulation include cargo allocation, cargo location, cargo relations, and cargo orientation. Whereas, the costs considered include the container volume load cost to cargo and the cargo transport cost to the container. Model validation is performed through numerical experiments on the small size of cargo and containers. The results show that the model with developed cargo orientation concept can solve the problem according to the given numerical parameters.*

Keywords*:* *integer programming; cargo orientation; container loading; cost minimization*

1. Pendahuluan

Pemuatan kontainer adalah fungsi penting untuk mengoperasikan rantai pasokan secara efisien. Kinerja yang kurang baik dalam fungsi ini menghasilkan biaya-biaya tambahan (seperti biaya kontainer tambahan yang akan dikirim) dan ketidakpuasan pelanggan. Oleh karena itu, tidak mengherankan bahwa masalah pemuatan kontainer (*container loading problem* - CLP) sangat intens frekuensinya dalam literatur penelitian operasi.

Dalam penelitian ini, masalah CLP yang disinggung adalah masalah minimisasi biaya pemuatan multi-kontainer (*multi-container loading cost minimization problem* - MCLCMP). Kami mengembangkan model MCLCMP dengan pendekatan *integer programming*, yang berbeda dari model yang telah dikembangkan oleh Che *et al.* (2011b) sebelumnya. Pengembangan model dilakukan pada konsep orientasi kargo yang dimodifikasi dari konsep Huang dan He (2009). Dalam penelitian tersebut, satu variabel *integer general* digunakan dengan nilai *range* 1 sampai 6 untuk enam orientasi kargo. Sedangkan kami memodifikasinya menjadi enam variabel biner.

Berdasarkan topologi CLP yang diperkenalkan oleh Wäscher *et al*. (2007), MCLCMP dikategorikan sebagai varian dari *multiple stock-size cutting stock problem* (MSSCSP) atau *multiple bin-size bin packing problem* (MBSBPP), tergantung pada skala

*Penulis Korespondensi.
E-mail: thezar.afifudin@fatek.unpatti.ac.id

heterogenitas kargo dan kontainer. Tujuan dari MCLCMP adalah untuk meminimasi biaya penggunaan kontainer (Che *et al.*, 2011b).

Literatur terkait MCLCMP sangat jarang ditemukan. Dalam *review* Bortfeldt dan Wäscher (2013) terhadap 163 *paper*, dijelaskan bahwa publikasi terkait MSSCSP dan MBSBPP tergolong sangat sedikit (e.g. Almeida dan Figueiredo, 2010; Arenales dan Morabito, 1997; Brunetta dan Grégoire, 2005; Ceschia dan Schaerf, 2013; Che *et al.*, 2011a; Che *et al.*, 2011b; De Queiroz *et al.*, 2012; Eley, 2003; Fraser dan George, 1994; Ivancic *et al.*, 1989; Jin *et al.*, 2003; Lin *et al.*, 2006; Ren *et al.*, 2011; Techanitisawad dan Tangwiwatwong, 2004; Westerlund *et al.*, 2005; Westerlund *et al.*, 2007). Diantara artikel-artikel tersebut hanya tiga artikel yang menyinggung mengenai tujuan minimisasi *cost* dan orientasi kargo.

Che *et al.* (2011b) dan Che *et al.* (2011a), menggunakan pendekatan yang sama untuk menyelesaikan MCLCMP. Mereka mengubah MCLCMP menjadi *extended set cover problem* yang dirumuskan menggunakan pemrograman integer linier dan menyelesaikannya dengan heuristik untuk menggenerasi kolom. Tujuannya adalah untuk memuat produk dari berbagai jenis ke dalam kontainer dengan berbagai ukuran untuk meminimalkan biaya total. Ceschia dan Schaerf (2013) mempelajari masalah serupa (MBSBPP) dimana mereka menyelesaikannya dengan teknik mereka berdasarkan pada metaheuristik *local search*. Tujuannya adalah untuk meminimalkan kombinasi tiga tujuan (kargo tidak dimuat, biaya tetap penggunaan kontainer, dan ruang kosong). Dalam makalah ini, kami mengembangkan konsep orientasi kargo untuk dapat diintegrasikan ke dalam model *pure integer programming*, berbeda dengan pendekatan dari tiga artikel terkait di atas.

Terkait dengan konsep orientasi untuk pemrograman integer, kami temukan pada beberapa artikel yang membahas mengenai varian CLP berbeda. Chen *et al*. (1995) mengembangkan model *mixed integer programming* (MIP) dengan menggunakan sembilan variabel binari untuk menentukan orientasi kargo secara ortogonal pada masalah pemuatan kontainer tiga-dimensional, yaitu l_{xi}, l_{yi}, l_{zi}, w_{xi}, w_{yi}, w_{zi}, h_{xi}, h_{yi}, dan h_{zi}. Notasi l menyatakan panjang kargo, w menyatakan lebar kargo, h menyatakan tinggi kargo. Notasi x, y, dan z menyatakan axis kontainer. Sedangkan indeks i menyatakan kargo. Jika l_{xi} bernilai 1, maka berarti bahwa panjang kargo i paralel dengan axis X kontainer. Chien *et al*. (2009) mengembangkan model MIP dengan prosedur komputasional dua fase untuk menentukan pola pemuatan kontainer pada masalah *knapsack* tiga-dimensional. Kargo diasumsikan dapat berorientasi secara horisontal jika karakteristik kargo lainnya berubah. Orientasi ditentukan oleh kombinasi fungsi generasi *strip* vertikal $f(l_i,w_j,H)$ ke dalam dinding lateral $V_w(l_i,W,H)$ dan longitudinal $V_L(L,w_j,H)$, serta kombinasi dinding lateral dan longitudinal ke dalam kontainer ($V_w(L,W,H)$ dan $V_L(L,W,H)$). Junqueira *et al*. (2012) menggunakan satu variabel binari a_{ixyz} untuk menentukan orientasi item dalam model ILP masalah pemuatan kontainer tiga-dimensional. a_{ixyz} bernilai 1 jika kargo i ditempatkan dengan posisi (x,y,z) sesuai kornernya (*front-left-bottom*) sehingga $0 \leq x \leq L\text{-}l_i$, $0 \leq y \leq W\text{-}w_i$, dan $0 \leq z \leq H\text{-}h_i$. Variabel L, W, dan H masing-masing merupakan panjang, lebar, dan tinggi kontainer, sedangkan l, w, h untuk panjang, lebar, dan tinggi kargo. Paquay *et al*. (2016) menggunakan delapan belas variabel binari untuk menentukan orientasi item dalam model *mixed integer linear programming* (MILP) untuk masalah pemuatan kontainer tiga-dimensional. Kedelapan belas variabel tersebut diaproksimasikan sebagai r_{iab}, dimana i merupakan indeks kargo, a menyatakan axis (a = {x:=1, y:=2, z:=3}), dan b menyatakan sumbu (ukuran) kargo (b = {l :=1, w:=2, h:=3}). Huang dan He (2009) menggunakan satu variabel binari O_i untuk menentukan enam orientasi (ortogonal) kargo i dalam pemuatannya ke kontainer, dimana $O_i = \{(l_i,w_i,h_i):=1, (l_i,h_i,w_i):=2, (w_i,l_i,h_i):=3, (w_i,h_i,l_i):=4, (h_i,l_i,w_i):=5, (h_i,w_i,l_i):=6\}$. Misalkan, jika panjang, lebar, dan tinggi kargo i (l_i,w_i,h_i) masing-masing sejajar dengan sumbu kontainer (X,Y,Z), maka kargo i akan berorientasi dengan posisi pertama (O_i=1). Konsep ini juga diadopsi oleh He *et al*. (2012).

Diantara konsep-konsep tersebut, kami tertarik dengan konsep yang diperkenalkan oleh Huang dan He (2009). Konsep tersebut kami modifikasi menjadi enam variabel *binary integer* yang dibahas lebih rinci pada Bagian 2. Konsep orientasi yang dimodifikasi, selanjutnya diintegrasikan ke dalam model masalah pemuatan kontainer yang dikembangkan oleh Hifi *et al*. (2010). Mereka memperkenalkan *three-dimensional bin packing problem* (3D-BPP) dimana bin (kontainer) diasumsikan sama (homogen). Konsekuensi dari integrasi konsep orientasi adalah adanya beberapa penyesuaian pada formulasi matematis. Namun, penyesuaian yang kami lakukan tidak menghilangkan prinsip-prinsip formulasi terkait alokasi kargo, lokasi (koordinat) kargo, dan relasi antar kargo (*left-behind-bellow*). Pembahasan mengenai formulasi matematis dapat dilihat pada Bagian 3. Selain itu, untuk menentukan tujuan dari model ini, biaya-biaya yang dipertimbangkan pada model ini hanya pada biaya beban kargo (volume/ berat) dan transportasi, berbeda dengan Che *et al.* (2011b), Che *et al.* (2011a), dan Ceschia dan Schaerf (2013).

Percobaan numerikal dilakukan dengan menggunakan ukuran kecil kargo dan kontainer standar dari representasi salah satu kasus yang dihadapi oleh industri-industri kecil di daerah kepulauan. Kontribusi dari makalah ini adalah sebagai berikut. Pertama, memperkenalkan konsep baru yang terkait dengan orientasi kargo dalam formulasi MCLCMP menggunakan pemrograman linear integer. Kedua, merumuskan model MCLCMP dengan konsep orientasi tersebut.

2. Metode Penelitian

Fokus penelitian ini adalah untuk mengembangkan model penyelesaian MCLCMP dengan menggunakan konsep enam variabel orientasi kargo. Penelitian ini dibagi menjadi 3 tahapan utama, yaitu: pengumpulan dan pengolahan data, pengembangan model, dan validasi model.

2.1. Pengumpulan dan Pengolahan Data

Penelitian dilakukan berdasarkan hasil kajian literatur-literatur yang terkait dengan pendekatan dan model masalah minimisasi biaya pemuatan kontainer dan konsep orientasi kargo, serta wawancara dengan pelaku industri (khususnya industri kecil) terkait kasus-kasus pengiriman barang (kargo) yang sering dihadapi di daerah kepulauan.

Data primer pada penelitian ini berupa model Hifi *et al*. (2010) dan faktor-faktor yang akan dipertimbangkan dalam model seperti orientasi kargo, alokasi kargo ke kontainer, lokasi (koordinat) kargo di kontainer, dan relasi antar kargo. Untuk mendukung validasi model, maka diperlukan beberapa data yang akan digunakan sebagai variabel *input*, seperti ukuran kargo, ukuran kontainer standar, biaya pemuatan kargo ke kontainer, dan biaya transportasi kargo ke lokasi kontainer.

2.2. Pengembangan Model

Pengembangan model dilakukan dengan pendekatan pemrograman integer untuk memformulasikan masalah pemuatan kontainer sebagai model linear integer. Masalah diformulasi dengan tujuan meminimisasi biaya dengan mengintegrasikan konsep enam-variabel yang dimodifikasi dari Huang dan He (2009) ke dalam model Hifi *et al*. (2010).

Adapun konsep enam-variabel dapat dijelaskan sebagai berikut. Terdapat enam variabel *binary integer* (O_i^1, O_i^2, O_i^3, O_i^4, O_i^5, O_i^6) yang digunakan untuk menentukan orientasi kargo *i*. Jumlah keenam variabel untuk setiap kargo harus sama dengan 1. O_i^1 bernilai 1 jika panjang kargo *i* (l_i^{cr}) paralel dengan panjang kontainer *k* (l_k^{cn}) dan lebar kargo *i* (w_i^{cr}) paralel dengan lebar kontainer *k* (w_k^{cn}). O_i^2 bernilai 1 jika l_i^{cr} paralel dengan w_k^{cn} dan w_i^{cr} paralel dengan l_k^{cn}. O_i^3 bernilai 1 jika l_i^{cr} paralel dengan l_k^{cn} dan w_i^{cr} paralel dengan tinggi kontainer *k* (h_k^{cn}). O_i^4 bernilai 1 jika l_i^{cr} paralel dengan h_k^{cn} dan w_i^{cr} paralel dengan w_k^{cn}. O_i^5 bernilai 1 jika l_i^{cr} paralel dengan w_k^{cn} dan w_i^{cr} paralel dengan h_k^{cn}. O_i^6 bernilai 1 jika l_i^{cr} paralel dengan h_k^{cn} dan w_i^{cr} paralel dengan l_k^{cn} yang dapat dilihat pada **Gambar 1**.

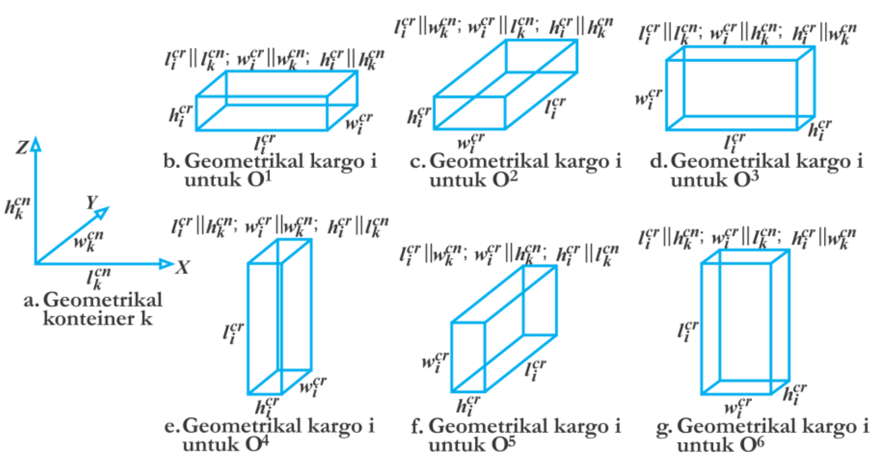
2.3. Validasi Model

Validasi model dilakukan melalui uji numerikal model terhadap kesesuaian variabel *input* dan *output*. Uji numerikal dilakukan dengan ukuran-kecil kontainer dan kargo, serta biaya-biaya. Untuk memudahkan pengujian, maka formulasi model diprogram dengan bantuan *software* Lingo. Model dijalankan dengan menggunakan tipe *solver branch-and-bound*.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Formulasi Model

Graf masalah terdiri dari set-set dan link sebagai berikut. $U = \{1,2,...,M\}$ merupakan set dari kargo rektanguler yang memiliki variasi ukuran panjang l_i^{cr}, lebar w_i^{cr}, dan tinggi h_i^{cr}, dimana *i* adalah indeks untuk kargo. Sedangkan, $V = \{1,2,...,N\}$ merupakan set dari kontainer rektanguler yang memiliki variasi ukuran panjang l_k^{cn}, lebar w_k^{cn}, tinggi h_k^{cn}, dimana *k* merupakan indeks untuk kontainer. Total volume kargo yang akan dimuat tidak lebih dari volume kontainer. Faktor-faktor yang dipertimbangkan dalam formulasi, yaitu alokasi kargo ke kontainer, lokasi kargo di kontainer, relasi



Orientasi kargo i	Sumbu kargo i yang sejajar dengan sumbu konteiner k		
	l_k^{cn}	w_k^{cn}	h_k^{cn}
O_i^1	l_i^{cr}	w_i^{cr}	h_i^{cr}
O_i^2	w_i^{cr}	l_i^{cr}	h_i^{cr}
O_i^3	l_i^{cr}	h_i^{cr}	w_i^{cr}
O_i^4	h_i^{cr}	w_i^{cr}	l_i^{cr}
O_i^5	h_i^{cr}	l_i^{cr}	w_i^{cr}
O_i^6	w_i^{cr}	h_i^{cr}	l_i^{cr}

Gambar 1. Konsep Enam Variabel Orientasi Kargo

antar kargo, dan orientasi kargo.

Alokasi kargo ke kontainer ditentukan oleh variabel (binari) keputusan lc_{ik}, dimana akan bernilai 1 jika kargo i dilokasikan ke kontainer k, dan bernilai 0 jika tidak. Jumlah lc_{ik} untuk setiap kargo i harus sama dengan 1. Lokasi (*corner*) kargo i di kontainer ditunjukkan secara geometrikal oleh variabel keputusan x_i, y_i, dan z_i. Ketiganya merupakan variabel kontinu non-negatif untuk menentukan letak kargo i terhadap sumbu panjang, lebar, dan tinggi kontainer. Untuk menentukan relasi antar kargo yang berada dalam satu kontainer digunakan teknik *left-behind-below*. Artinya, jika kargo i dan j dimuat dalam kontainer yang sama dan kargo i dimuat sebelum kargo j, maka posisi kargo j akan terletak di kiri, di belakang, atau di bawah kargo i. Relasi antar kargo ditentukan oleh lf_{ij}, bh_{ij}, dan bl_{ij}. lf_{ij} bernilai 1 jika kargo i terletak di kiri kargo j, bh_{ij} bernilai 1 jika kargo i terletak di belakang kargo j, dan bl_{ij} bernilai 1 jika kargo i terletak di bawah kargo j. Sedangkan untuk orientasi kargo, penentuannya didasarkan pada konsep orientasi enam-variabel.

MCLCMP terjadi ketika terdapat pilihan terhadap sejumlah kontainer yang memiliki variasi biaya. Dalam industri logistik dan pengiriman, bukan spesifikasi (heterogenitas) kontainer saja yang berpengaruh, namun juga persaingan harga antar perusahaan penyedia jasa. Bagi perusahaan pengguna jasa, faktor pemilihan kontainer dapat ditentukan berdasarkan biaya beban kargo (seperti volume atau berat) dan biaya transportasi (seperti biaya pengiriman dari gudang ke kontainer). Jika setiap kontainer k mengenakan biaya beban (volume) sebesar cv_k untuk setiap kargo dan setiap kargo x dikenai biaya transportasi ke kontainer k sebesar ct_{ik}, maka masalah dapat diformulasi seperti pada Fungsi

$$Min \quad \sum_{i}^{M}\sum_{k}^{N} lc_{ik}\left(l_i^{cr} w_i^{cr} h_i^{cr} cv_k + ct_{ik}\right)$$

(1 sampai

$$O_i^1, O_i^2, O_i^3, O_i^4, O_i^5, O_i^6 \in \{0,1\} \quad ;\forall i \in U$$

(11.

Fungsi

$$Min \quad \sum_{i}^{M}\sum_{k}^{N} lc_{ik}\left(l_i^{cr} w_i^{cr} h_i^{cr} cv_k + ct_{ik}\right)$$

(1 menyatakan bahwa tujuan untuk meminimisasi biaya beban volume dan transportasi kargo. Inekualitas

$$\sum_{i}^{M} lc_{ik} l_i^{cr} w_i^{cr} h_i^{cr} \le l_k^{cn} w_k^{cn} h_k^{cn} \quad ;\forall k \in V$$

(2 menyatakan bahwa jumlah volume kargo tidak lebih dari volume kontainer. Persamaan

$$O_i^1 + O_i^2 + O_i^3 + O_i^4 + O_i^5 + O_i^6 = 1 \quad ;\forall i \in U$$

(3 menyatakan bahwa kargo hanya dapat melakukan satu orientasi. Persamaan

$$\sum_{k}^{N} lc_{ik} = 1 \quad ;\forall i \in U$$

(4 menyatakan bahwa kargo hanya dapat dimuat ke satu kontainer. Inekualitas

$$lf_{ij} + lf_{ji} + bh_{ij} + bh_{ji} + bl_{ij} + bl_{ji} + (1 - lc_{ik}) + (1 - lc_{jk}) \ge 1 \quad ;\forall i, j \in U$$

(5) dan

$$x_i - x_j + l_k^{cn} lf_{ij} \le l_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^3\right) + w_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^6\right) + h_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^5\right)\right]$$
$$y_i - y_j + w_k^{cn} bh_{ij} \le w_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^5\right) + w_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^4\right) + h_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^6\right)\right]$$
$$z_i - z_j + h_k^{cn} bl_{ij} \le h_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^6\right) + w_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^5\right) + h_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^2\right)\right]$$

(6) menyatakan bahwa *overlap* antar kargo tidak dibolehkan. Inekualitas

$$x_i \le l_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^3\right) + w_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^6\right) + h_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^5\right)\right] + l_k^{cn}(1 - lc_{ik})$$
$$y_i \le w_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^5\right) + w_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^4\right) + h_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^6\right)\right] + w_k^{cn}(1 - lc_{ik}$$
$$z_i \le h_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^6\right) + w_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^5\right) + h_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^2\right)\right] + h_k^{cn}(1 - lc_{ik})$$

(7) dan

$$x_i, y_i, z_i \ge 0 \quad \forall i \in U$$

(8) menyatakan batasan ruang untuk kargo. Fungsi

$$lc_{ik} \in \{0,1\} \quad ;\forall i \in U, \forall k \in V$$

(9) sampai

$$O_i^1, O_i^2, O_i^3, O_i^4, O_i^5, O_i^6 \in \{0,1\} \quad ;\forall i \in U$$

(11) menyatakan bahwa variabel-variabel keputusan terkait relasi antar kargo (lf_{ij},bh_{ij},bl_{ij}), orientasi kargo (O_i^1, O_i^2, O_i^3, O_i^4, O_i^5, O_i^6), dan alokasi kargo ke kontainer (lc_{ik}) berupa binary integer.

$$Min \quad \sum_{i}^{M}\sum_{k}^{N} lc_{ik}\left(l_i^{cr} w_i^{cr} h_i^{cr} cv_k + ct_{ik}\right) \tag{1}$$

$$\sum_{i}^{M} lc_{ik} l_i^{cr} w_i^{cr} h_i^{cr} \le l_k^{cn} w_k^{cn} h_k^{cn} \quad ;\forall k \in V \tag{2}$$

$$O_i^1 + O_i^2 + O_i^3 + O_i^4 + O_i^5 + O_i^6 = 1 \quad ;\forall i \in U \tag{3}$$

$$\sum_{k}^{N} lc_{ik} = 1 \quad ;\forall i \in U \tag{4}$$

$$lf_{ij} + lf_{ji} + bh_{ij} + bh_{ji} + bl_{ij} + bl_{ji} + (1 - lc_{ik}) + (1 - lc_{jk}) \ge 1 \quad ;\forall i, j \in U, i \ne j, \forall k \in V \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} x_i - x_j + l_k^{cn} lf_{ij} &\le l_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^3\right) + w_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^6\right) + h_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^5\right)\right] \\ y_i - y_j + w_k^{cn} bh_{ij} &\le w_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^5\right) + w_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^4\right) + h_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^6\right)\right] \\ z_i - z_j + h_k^{cn} bl_{ij} &\le h_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^6\right) + w_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^5\right) + h_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^2\right)\right] \end{aligned}\right\} \quad ;\forall i, j \in U, i \ne j, \forall k \in V \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} x_i &\le l_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^3\right) + w_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^6\right) + h_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^5\right)\right] + l_k^{cn}(1 - lc_{ik}) \\ y_i &\le w_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^2 + O_i^5\right) + w_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^4\right) + h_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^6\right)\right] + w_k^{cn}(1 - lc_{ik}) \\ z_i &\le h_k^{cn} - \left[l_i^{cr}\left(O_i^4 + O_i^6\right) + w_i^{cr}\left(O_i^3 + O_i^5\right) + h_i^{cr}\left(O_i^1 + O_i^2\right)\right] + h_k^{cn}(1 - lc_{ik}) \end{aligned}\right\} \quad ;\forall i, j \in U, i \ne j, \forall k \in V \tag{7}$$

$$x_i, y_i, z_i \ge 0 \quad \forall i \in U \tag{8}$$

$$lc_{ik} \in \{0,1\} \quad ;\forall i \in U, \forall k \in V \tag{9}$$

$$lf_{ij}, bh_{ij}, bl_{ij} \in \{0,1\} \quad ;\forall i, j \in U \tag{10}$$

$$O_i^1, O_i^2, O_i^3, O_i^4, O_i^5, O_i^6 \in \{0,1\} \quad ;\forall i \in U \tag{11}$$

3.2. Uji Numerikal

Uji numerikal dilakukan pada kasus dimana salah satu perusahaan pengguna jasa akan memilih 3 kontainer heterogen untuk memuat 6 kargo heterogen miliknya.

Tabel 1. Dimensi dan Biaya Beban Kontainer

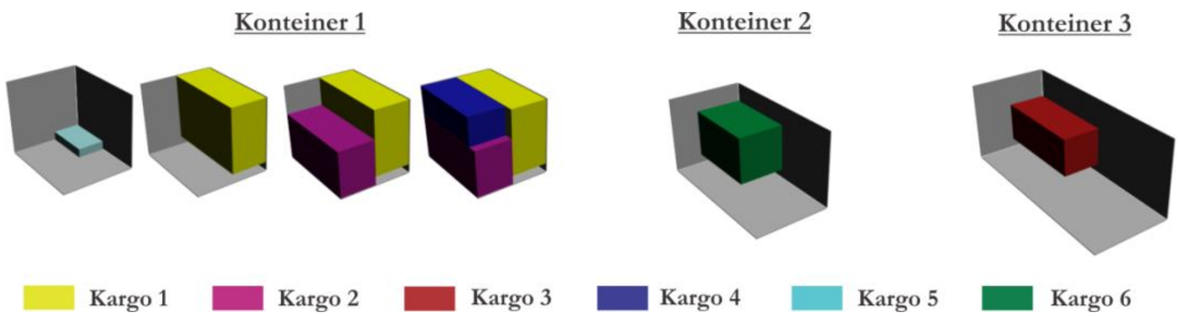
No. Kontainer	Dimensi (Feet)			Biaya beban volume kargo (Rp. 1000) (cv_k)
	Panjang (l_k^{cn})	Lebar (w_k^{cn})	Tinggi (h_k^{cn})	
1	10	8	8	5.2
2	15	8	8	5.4
3	20	8	8	5.6

Tabel 2. Dimensi dan Biaya Transportasi Kargo

No. Kargo	Dimensi (Feet)			Biaya transport ke kontainer (Rp.1000) (ct_{ik})		
	Panjang (l_i^{cr})	Lebar (w_i^{cr})	Tinggi (h_i^{cr})	1	2	3
1	10	7	4	0.7	0.5	0.4
2	10	5	4	0.68	0.48	0.38
3	10	4	4	0.67	0.47	0.37
4	9	4	3	0.65	0.45	0.35
5	3	1	5	0.4	0.22	0.17
6	8	5	5	0.55	0.37	0.29

Tabel 3. Solusi Optimal Alokasi, Lokasi, Relasi, dan Orientasi Kargo

No. Kargo	Alokasi kargo di kontainer (lc_{ik})			Koordinat kargo di kontainer			Orientasi kargo di kontainer						Relasi antar kargo			
	Kont. 1 (lc_{i1})	Kont.2 (lc_{i2})	Kont. 3 (lc_{i3})	x_i	y_i	z_i	O_{i1}	O_{i2}	O_{i3}	O_{i4}	O_i^5	O_{i6}	Kargo pair	lf_{ij}	bh_{ij}	bl_{ij}
1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2	1	0	0
													3	0	0	0
													4	1	0	0
													5	0	0	0
													6	0	0	0
2	1	0	0	0	4	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
													3	0	0	0
													4	0	0	1
													5	0	0	0
													6	0	0	0
3	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
													2	1	0	0
													4	0	0	1
													5	0	0	0
													6	0	0	0
4	1	0	0	0	4	5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
													2	0	0	0
													3	0	0	0
													5	0	0	0
													6	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
													2	1	0	0
													3	0	0	1
													4	1	0	0
													6	0	0	1
6	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
													2	0	0	0
													3	0	0	0
													4	0	0	0
													5	0	0	0



Gambar 2. Geometrikal Pemuatan Kargo ke Kontainer

Ketiga kontainer memiliki dimensi dan biaya beban volume yang berbeda. Dimensi dan biaya volume dapat dilihat pada **Tabel 1**. Setiap kargo akan dikenai biaya transportasi ke kontainer pilihan berdasarkan dimensi. Dimensi dan biaya transportasi kargo dapat dilihat pada **Tabel 2**.

Pemrograman masalah dengan menggunakan *software* Lingo memberikan solusi biaya optimal (= 5114.77) tanpa adanya *overlap* antar kargo. Kargo 1, 2, 4, dan 5 akan dialokasikan ke kontainer 1, kargo 6 dialokasikan ke kontainer 2, sedangkan kargo 3 dialokasikan ke kontainer 3. Orientasi 1 (O_1) dilakukan pada kargo 3, 4, dan 6. Orientasi 3 (O_3) dilakukan pada kargo 1 dan 2. Sedangkan orientasi 5 (O_5) dilakukan pada kargo 5. Hasil *running* secara detil dapat dilihat pada **Tabel 3**, sedangkan secara geometrikal dapat dilihat pada

Gambar 2. Dari hasil yang didapat, menunjukkan adanya kesesuaian antara nilai-nilai yang diberikan pada variabel *input* terhadap variabel *output*. Pengujian ini dilakukan pada komputer standar *office* dengan waktu *running* selama 6 detik.

4. Kesimpulan

Dalam penelitian ini, dikembangkan konsep enam orientasi ortogonal kargo dalam pemrograman integer (binari) untuk MCLCMP. Model dapat digunakan dalam pengambilan keputusan perusahaan pengguna jasa dalam menyeleksi set kontainer yang ditawarkan oleh perusahaan penyedia layanan logistik dan pengiriman, dimana kargo terkendala biaya beban (volume) kontainer dan transportasi. Faktor-faktor yang dipertimbangkan meliputi alokasi kargo ke kontainer, lokasi (*coordinat*) kargo di kontainer, relasi antar kargo, dan orientasi kargo terhadap kontainer. Selain itu, kapasitas maksimum berat muatan untuk setiap kontainer dimasukkan untuk menambah isu yang sering dihadapi dalam praktik di lapangan.

Untuk pengembangan ke depan, beberapa kendala yang dapat dipertimbangkan meliputi stabilitas kontainer, susunan kargo, dan prioritas pengiriman. Selain itu, beberapa metode atau prosedur solusi lainnya dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah pemuatan kontainer dengan skala besar.

5. Ucapan Terima Kasih

Terima kasih disampaikan kepada Fakultas Teknik Unpatti yang telah mendanai penelitian ini.

6. Daftar Pustaka

Almeida, A. de, & Figueiredo, M. B. (2010). A particular approach for the Three-dimensional Packing Problem with additional constraints. *Computers and Operations Research*, *37*(11), 1968–1976. https://doi.org/10.1016/j.cor.2010.01.010

Arenales, M., & Morabito, R. (1997). An overview of AND/OR-graph approaches to cutting and packing problems. *In: Mukhacheva, E.A. (Ed.), Decision Making under Conditions of Uncertainty (Cutting–Packing Problems). Ufa State Aviation Technical University, Ufa*, 207–224.

Bortfeldt, A., & Wäscher, G. (2013). Constraints in container loading-A state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, *229*(1), 1–20. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.006

Brunetta, L., & Grégoire, P. (2005). A general purpose algorithm for three-dimensional packing. *INFORMS Journal on Computing*, *17*(3), 328–338. https://doi.org/10.1287/ijoc.1030.0068

Ceschia, S., & Schaerf, A. (2013). Local search for a multi-drop multi-container loading problem. *Journal of Heuristics*, *19*(2), 275–294. https://doi.org/10.1007/s10732-011-9162-6

Che, C. H., Huang, W., Lim, A., & Zhu, W. (2011a). A Heuristic for the Multiple Container Loading Cost Minimization Problem. *In: Mehrotra, K.G. et Al. (Eds.), Lecture Notes on Artificial Intelligence, 6704/2011. Springer, Berlin, Heidelberg*, 276–285.

Che, C. H., Huang, W., Lim, A., & Zhu, W. (2011b). The multiple container loading cost minimization problem. *European Journal of Operational Research*, *214*(3), 501–511. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.04.017

Chen, C. S., Lee, S. M., & Shen, Q. S. (1995). An

analytical model for the container loading

problem. *European Journal of Operational Research*, *80*(1), 68–76. https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)00002-T

Chien, C. F., Lee, C. Y., Huang, Y. C., & Wu, W. T. (2009). An efficient computational procedure for determining the container-loading pattern. *Computers and Industrial Engineering*, *56*(3), 965–978. https://doi.org/10.1016/j.cie.2008.09.019

De Queiroz, T. A., Miyazawa, F. K., Wakabayashi, Y., & Xavier, E. C. (2012). Algorithms for 3D guillotine cutting problems: Unbounded knapsack, cutting stock and strip packing. *Computers and Operations Research*, *39*(2), 200–212. https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.03.011

Eley, M. (2003). A bottleneck assignment approach to the multiple container loading problem. *Operations Research Spectrum*, *25*, 45–60.

Fraser, H. J., & George, J. A. (1994). Integrated container loading software for pulp and paper industry. *European Journal of Operational Research*, *77*(3), 466–474. https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90410-3

He, Y., Wu, Y., & De Souza, R. (2012). A global search framework for practical three-dimensional packing with variable carton orientations. *Computers and Operations Research*, *39*(10), 2395–2414. https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.12.007

Hifi, M., Kacem, I., Nègre, S., & Wu, L. (2010). A linear programming approach for the three-dimensional bin-packing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *36*(C), 993–1000. https://doi.org/10.1016/j.endm.2010.05.126

Huang, W., & He, K. (2009). A caving degree approach for the single container loading problem. *European Journal of Operational Research*, *196*(1), 93–101. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.024

Ivancic, N., Mathur, K., & Mohanty, B. B. (1989). An integer-programming based heuristic approach to the three-dimensional packing problem. *Journal of Manufacturing and Operations Management*, *2*, 268–289.

Jin, Z., Ito, T., & Ohno, K. (2003). The three-dimensional bin packing problem and its practical algorithm. In *JSME International Journal, Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing* (Vol. 46, Issue 1, pp. 60–66). https://doi.org/10.1299/jsmec.46.60

Junqueira, L., Morabito, R., & Sato Yamashita, D. (2012). Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. *Computers and Operations Research*, *39*(1), 74–85. https://doi.org/10.1016/j.cor.2010.07.017

Lin, J. L., Chang, C. H., & Yang, J. Y. (2006). A study of optimal system for multiple-constraint multiple-container packing problems. *Lecture Notes in Computer Science (Including Subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, *4031 LNAI*, 1200–1210. https://doi.org/10.1007/11779568_127

Paquay, C., Schyns, M., & Limbourg, S. (2016). A mixed integer programming formulation for the three-dimensional bin packing problem deriving from an air cargo application. *International Transactions in Operational Research*, *23*(1–2), 187–213. https://doi.org/10.1111/itor.12111

Ren, J., Tian, Y., & Sawaragi, T. (2011). A priority-considering approach for the multiple container loading problem. *International Journal of Metaheuristics*, *1*(4), 298. https://doi.org/10.1504/ijmheur.2011.044314

Techanitisawad, A., & Tangwiwatwong, ·paisitt. (2004). A GA-based Heuristic for the Interrelated Container Selection Loading Problems. *Iems*, *3*(1), 22–37. https://doi.org/10.1.1.127.2898

Wäscher, G., Haußner, H., & Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, *183*(3), 1109–1130. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.12.047

Westerlund, J., Papageorgiou, L. G., & Westerlund, T. (2005). A problem formulation for optimal mixed-sized box packing. *Computer Aided Chemical Engineering*, *20*(C), 913–918. https://doi.org/10.1016/S1570-7946(05)80274-3

Westerlund, J., Papageorgiou, L. G., & Westerlund, T. (2007). A MILP model for N-dimensional allocation. *Computers and Chemical Engineering*, *31*(12), 1702–1714. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2007.02.006