Aplikasi Program Linier *Fuzzy* untuk Optimasi Keuntungan Produksi (Studi Kasus Produksi *Garment* di PT. Sai Apparel Industries*)*

Ika Nur Aprilianti[1] dan Priyo Sidik Sasongko[2]

[1,2]Departemen Ilmu Komputer/ Informatika Universitas Diponegoro, Semarang
[1]ikanuraprilianti@gmail.com, [2]priyoss@undip.ac.id

Abstract

PT. Sai Apparel Industries is a company that producing and exporting apparel to several countries. One of the factors that affect the profit of production is the availability of raw materials. To overcome the limitations of raw materials, the company added a tolerance of raw materials which the amount is fluctuative which cause many problems for the manager or distributor of raw materials to know and send how much tolerance is required, by using the Fuzzy Linear Programming method. Fuzzy Linear Program is a linear program that represented by objective function and constraint functions that have a fuzzy parameters. Fuzzy Linear Programming found a method to handle the ambiguity in parameters with derivative Fuzzy Linear Programming model. The purpose of this research is using Fuzzy Linear Programming to find optimization of profit PT. Sai Apparel Industries with the replenishment of the raw materials that are fuzzy tolerance. The results of calculation of Fuzzy Linear Programming, the profit that can be received by PT. Sai Apparel Industries in producing is Rp. 62500.00 with the need to produce 12.5 units of type A and type C products 12.5 units, and raw materials tolerance should be added to each limit is 7.5 square meters interlining, yarn border 1 meter, 15 meter spool of yarn. So the total each raw material should be provided interlining 37.5 square meters, 25 meters border yarn, 75 meters spool yarn.

***Keywords**: Optimization, Linear Programming, Fuzzy Linear Programming*

Abstrak

PT. Sai Apparel Industries adalah perusahaan yang memproduksi dan mengekspor pakaian jadi ke beberapa negara. Salah satu faktor yang mempengaruhi keuntungan produksi adalah ketersediaan bahan baku. Untuk mengatasi keterbatasanbahan baku, perusahaan menambahkan toleransi bahan baku yang jumlahnya tidak pasti sehingga menimbulkan permasalahan bagi pihak pengelola atau pendistribusi bahan baku untuk mengirim berapa banyak toleransi yang dibutuhkan dengan menggunakan metode Program Linier *Fuzzy*. Program Linier *Fuzzy* adalah program linier yang dinyatakan dengan fungsi obyektif dan fungsi kendala yang memiliki parameter *fuzzy*. Program Linier *Fuzzy* menemukan cara untuk menangani ketidakjelasan dalam parameter model Program Linier *Fuzzy* diturunkan. Tujuan dari penelitian ini adalah menggunakan metode Program Linier *Fuzzy* untuk menemukan optimasi keuntungan yang diperoleh PT. Sai Apparel Industries dengan penambahan bahan baku toleransi yang bersifat fuzzy. Hasil dari perhitungan Program Linier *Fuzzy*, keuntungan yang dapat diterima oleh PT. Sai Apparel Industries dalam memproduksi adalah Rp. 62.500,00 dengan harus memproduksi produk tipe A 12,5 unit dan produk tipe C 12,5 unit. Dan bahan baku toleransi yang harus ditambahkan pada masing – masing batasan yaitu interlining 7,5 meter persegi, benang border 1 meter, benang spool 15 meter. Sehingga total masing – masing bahan baku yang harus disediakan interlining 37,5 meter persegi, benang border 25 meter, benang spool 75 meter.

Kata Kunci: Optimasi, Program Linier, Program Linier *Fuzzy*

1. Pendahuluan

Perusahaan *garment* merupakan perusahaan yang bergerak di bidang tekstil yang memproses bahan baku berupa kain menjadi pakaian jadi dan hasilnya akan dijual kepada konsumen atau pemesan. PT Sai Apparel Industries adalah perusahaan yang memproduksi dan mengekspor pakaian jadi ke beberapa negara. Untuk menyejahterakan karyawan dan menaikan devisa negara dibutuhkan suatu cara agar diperoleh keuntungan yang diperoleh optimal. Salah satu faktor yang mempengaruhi keuntungan produksi adalah ketersediaan bahan baku.

PT Sai Apparel Industries memproduksi pakaian jadi melalui beberapa proses yaitu proses pemotongan, pembordiran, penjahitan, pencucian, dan *finishing*. Salah satu proses yang membutuhkan bahan baku adalah proses pembordiran. Dalam proses pembordiran, penyediaan bahan baku di departemen bordir sudah ditentukan berapa banyak bahan baku yang dibutuhkan. Karena keterbatasan sumber daya perusahaan hanya mengirim bahan baku satu kali per hari tetapi jika bahan baku yang dibutuhkan habis, maka akan dikirim lagi bahan baku kembali keesokan harinya. Untuk mengatasi kekurangan bahan baku perhari, perusahaan menambahkan toleransi bahan baku yang jumlahnya tidak pasti sehingga menimbulkan permasalahan bagi pihak pengelola atau pendistribusi bahan baku untuk mengirim berapa banyak toleransi yang dibutuhkan.

Model program linier *fuzzy* menunjukkan bahwa pemodelan komplikasi dapat ditangani dengan bantuan beberapa hasil yang telah dikembangkan dalam teori himpunan *fuzzy*. Masalah program linier *fuzzy* mempertimbangkan untuk menemukan cara untuk menangani ketidakjelasan dalam parameter model program linier *fuzzy* diturunkan. Model program linier *fuzzy* fleksibel dan mudah untuk menangani komputasi (Elamvazuthi.I, 2009). Tujuan dari Program linier *fuzzy* ini adalah mencari solusi yang dapat diterima berdasarkan kriteria yang dinyatakan dalam fungsi objektif dan fungsi kendala. Solusi tersebut berbentuk himpunan *fuzzy* yang memiliki derajat kebenaran tertentu pada selang [0,1] .

Terkait dengan peningkatan keuntungan produksi maka perusahaan membutuhkan suatu aplikasi yang digunakan untuk menghitung dan memaksimalkan keuntungan produksi. Ketersediaan bahan baku yang terbatas ini dapat digunakan seoptimal mungkin sehingga dapat dicapai keuntungan produksi secara keseluruhan. Berdasarkan hal di atas metode program linier *fuzzy* dinilai mampu menyelesaikan masalah optimasi keuntungan produksi di PT. Sai Apparel Industries.

2. Metode

Pemodelan Program Linier

Program Linier adalah sebuah prosedur dengan perumusan matematik yang dirancang untuk membantu pimpinan organisasi dalam mengalokasikan sumber daya yang terbatas sedemikian rupa sehingga tujuan organisasi dapat tercapai. Pemrograman Linier ini mempunyai arti bahwa peubah (variabel) tujuan organisasi berhubungan linier dengan variabel-variabel bebasnya. Hubungan linier tersebut dinamakan fungsi objektif. Program linier akan diselesaikan dengan dua cara yaitu dengan metode grafik dan metode simpleks (Manurung, 1991).

Dalam masalah program linier, syarat-syarat utama yang harus dimiliki yaitu : (Manurung, 1991)

1. Ada tujuan yang ingin dicapai, misalnya memaksimumkan laba atau meminimumkan biaya
2. Untuk memperoleh laba maksimum atau biaya minimum, tersedia beberapa alternatif tindakan
3. Sumber daya yang dimiliki hanya tersedia dalam jumlah yang terbatas
4. Hubungan antara peubah-peubah yang dipertimbangkan harus dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matematik atau pertidaksamaan yang hubungannya linier

Salah satu contoh pada model program linier klasik adalah (Kusumadewi S. .., 2010) :

Maksimumkan :

$$f(x) = c^T x \quad \text{......................................} (2.1)$$

Dengan batasan $Ax \leq b, x \geq 0$ dengan $c, x \in R^n, b \in R^m, A \in R^{mxn}$

Atau Minimumkan:

$f(x) = c^T x$ ....(2.2) dengan batasan $Ax \geq b, x \geq 0$ dengan $c, x \in R^n, b \in R^m, A \in R^{mxn}$

Keterangan :

$f(x)$ = dinamakan $fungsi$ objektif

$c^T x$ = $c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_jx_j + \cdots + c_nx_n$

x = $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)^T$ adalah variabel keputusan

$(Ax)_i$ = adalah kendala $(a_{i1}x_1 + \cdots + a_{in}x_n)$

A, b dan c adalah bilangan – bilangan *crisp*, tanda ≤ pada kasus maksimasi dan tanda ≥ pada kasus minimasi juga bermakna *crisp*, demikian juga perintah “maksimumkan” atau “minimumkan” merupakan bentuk imperatif tegas (Kusumadewi S. .., 2010).

Program Linier dengan Metode Simpleks

Masalah program linier yang melibatkan banyak variabel keputusan dapat dengan cepat dipecahkan dengan bantuan komputer. Bila variabel keputusan yang dikandung banyak, masalah tersebut dapat diselesaikan dengan metode simpleks.

Prinsip kerja metode simpleks yaitu secara iteratif mencari nilai titik sudut bidang daftar yang menghasilkan nilai optimum. Akan tetapi pencarian tidak dilakukan secara grafik, melainkan secara numerik sehingga dapat dilakukan untuk berapapun jumlah variabel yang digunakan. Ini berarti bahwa keterbatasan bidang dimensi yang dihadapi metode grafik dapat teratasi, meskipun proses yang harus dikerjakan relatif lebih banyak (Siang, 2011).

Langkah – langkah metode simpleks yaitu : (Taha, 2007)

1. Menentukan *basic solution*/solusi awal *(initial basic feasible solution)* . Dengan menggunakan bentuk standar.
2. Pilih variabel masukan (*entering variable*) dengan berdasarkan kondisi optimal. Berhenti jika tidak ada variabel masukan, maka hasil akhir solusi sudah optimal jika belum maka belum optimal, lanjutkan ke langkah nomor 3.
3. Pilih *leaving variable* (variabel keluar) menggunakan kondisi yang fisibel.
4. Menentukan nilai *basic solution* (variabel basic) dengan menggunakan komputasi Gauss Jordan.kemudian ke langkah nomor 2.

Operasi baris (*row*) Gauss Jordan. Metode komputasi ini menyebabkan adanya variabel dasar dengan menggunakan dua jenis perhitungan : (Taha, 2007)

1. Baris pivot *(pivot row)*
   a. Gantikan variabel keluaran (*leaving variable*) dalam kolom *basic*/basis dengan variabel masukan
   b. Baris *pivot* baru = baris *pivot* sekarang ÷ elemen pivot
2. Semua baris, temasuk baris *Z*
   Baris baru = (Baris sekarang) – (koefisien kolom *pivot*) × (baris *pivot* baru)

Program Linier *Fuzzy*

Program linier *fuzzy* adalah model program linier dengan menggunakan pertimbangan cara berpikir manusia dalam membedakan informasi secara kualitatif. Alasan penggunaan program linier *fuzzy* adalah kondisi-kondisi yang muncul akibat subyektifitas dan intuisi yang dominan dapat diselesaikan bukan hanya menggunakan asumsi kepastian seperti pada program linier (Kusumadewi S. .., 2010).

Diasumsikan bahwa keputusan program linier akan dibuat pada lingkungan *fuzzy*, maka bentuk rumus 2.1 dan 2.2 akan mengalami sedikit perubahan, yaitu :

1. Bentuk imperatif pada fungsi objektif tidak lagi benar – benar maksimum atau minimum, karena adanya beberapa hal yang perlu mendapat pertimbangan dalam suatu sistem.
2. Tanda ≤ (pada batasan) dalam kasus maksimasi dan tanda ≥ (pada batasan) dalam kasus minimasi tidak lagi bermakna *crisp* secara matematis, namun sedikit mengalami pelanggaran makna. Hal ini juga disebabkan karena adanya beberapa yang perlu dipertimbangkan dalam sistem yang mengakibatkan batasan tidak dapat didekati secara tegas.

Program linier *fuzzy* melakukan pencarian suatu nilai *z* yang merupakan fungsi objektif dan akan dioptimasikan sampai batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan

fuzzy. Sehingga model matematika untuk kasus maksimasi adalah sebagai berikut :
Tentukan x sedemikian hingga:
Maksimalkan :

$$c^T x = \mathrm{Z}$$

Dengan kendala :

$$Ax \underset{\sim}{\leq} b$$
$$x \geq 0 \quad \text{.....(2.9)}$$

Keterangan :
$c^T x \quad = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_j x_j + \cdots + c_n x_n$
$Z \quad = fungsi\ tujuan$
$Ax \quad =$ adalah kendala / batasan $-$ batasan
$b \quad = resource\ /\ nilai\ kanan$

Dengan tanda '$\underset{\sim}{\leq}$' merupakan bentuk *fuzzy* dari '≤' yang menginterprestasikan 'pada dasarnya kurang dari atau sama dengan. Demikian pula tanda '$\underset{\sim}{\geq}$' merupakan bentuk *fuzzy* dari '≥' yang mengintepretasikan 'pada dasarnya lebih dari atau sama dengan'.
Untuk kasus minimasi pada rumus 2.2 akan diperoleh:
Tentukan x sedemikian hingga:
Minimumkan :

$$c^T x$$

Dengan kendala

$$Ax \underset{\sim}{\geq} b$$
$$x \geq 0 \quad \text{.....(2.10)}$$

Keterangan :
$c^T x \quad = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_j x_j + \cdots + c_n x_n$
$Z \quad = fungsi\ tujuan$
$Ax \quad =$ adalah kendala / batasan $-$ batasan
$b \quad = resource$ / nilai kanan kendala/ batasan

Kedua rumus 2.9 dan 2.10 dapat dibawa ke suatu bentuk 2.11, yaitu:
Tentukan x sedemikian hingga:

$$Bx \underset{\sim}{\leq} d \quad \text{.....(2.11)}$$
$$x \geq 0$$

Dengan :
$B = \begin{pmatrix} -c^T \\ A \end{pmatrix}$; dan
$d = \begin{pmatrix} -z \\ b \end{pmatrix}$; untuk kasus maksimasi
Atau
$B = \begin{pmatrix} c^T \\ -A \end{pmatrix}$; dan
$d = \begin{pmatrix} z \\ -b \end{pmatrix}$; untuk kasus minimasi
Keterangan :
Bx = nilai kiri/ variabel pengambilan keputusan
d = nilai resource/ nilai kanan fungsi tujuan
Kemudian dibentuk fungsi keanggotaan. Fungsi keanggotaan untuk model 'keputusan' himpunan *fuzzy* dapat dinyatakan sebagai (Kusumadewi S. .., 2010):

$$\mu_D[x] = \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \quad \text{.....(2.12)}$$

Keterangan :
Setiap baris/batasan (0, 1, 2, ..., m) akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan *fuzzy*
$\mu_D[x]$ = fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan *fuzzy*
$\mu_i[B_i x]$ = fungsi keanggotaan batasan pada himpunan ke-i
$B_i x$ = batasan ke-i pada fungsi keanggotaan
Langkah selanjutnya adalah mencari solusi terbaik yaitu solusi yang nilai keanggotaannya paling besar, dengan demikian solusi sebenarnya adalah :

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[Bx] = \max_{x \geq 0} \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \quad \text{.....(2.13)}$$

Dari persamaan 2.13 dapat dilihat bahwa $\mu_i(B_i x) = 0$ jika batasan ke-i benar - benar dilanggar. Sebaliknya, $\mu_i(B_i x) = 1$ jika batasan ke-i benar-benar dipatuhi (sama halnya dengan batasan bernilai tegas). Gambar 2.1 menunjukkan fungsi keanggotaan $\mu_i(B_i x)$ dan $B_i x$. Nilai $\mu_i(B_i x)$ akan turun secara monoton pada selang [0,1] yaitu (Kusumadewi S. .., 2010) :

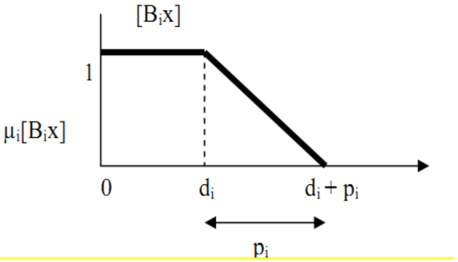
$$\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1\ ; jika\ B_i x \leq d_i \\ \in [0,1]\ ; jika\ d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; jika\ B_i x > d_i + p_i \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan :

$$\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1\ ; jika\ B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}\ ; jika\ d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; \text{jika}\ B_i x > d_i + p_i \end{cases}$$

Keterangan :
i = 0, 1, 2, ..., m

p = toleransi
p_i = toleransi interval ke-i
d_i= nilai *resource* / nilai kanan batasan ke-i



Gambar 2.1 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan :

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 \text{ ; jika } B_i x \le d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \text{ ; jika } d_i < B_i x \le d_i + p_i \\ 0 \text{ ; jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \qquad \text{......................................(2.15)}$$

Keterangan :
i = 0, 1, 2, ..., m
p = toleransi
p_i = toleransi interval ke-i
d_i= nilai *resource* / nilai kanan batasan ke-i

Dengan mensubtitusikan (2.15) ke (2.13) akan diperoleh (Kusumadewi S. .., 2010):

$$\max_{x \ge 0} \mu_D[Bx] = \max_{x \ge 0} \min_{i} \left\{1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}\right\}$$

Dari gambar 2.1 dapat dilihat bahwa, semakin besar nilai domain , akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai λ-cut dapat dihitung $\lambda = 1 - t$, dengan:

$$d_i - tp_i = \text{ruas kanan batasan ke} - i$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk *linear programming* baru sebagai berikut :
Maksimumkan : λ
Dengan batasan :

$$\lambda p_i + B_i x \le d_i + p_i$$
$$i = 0,1, ..., m ;$$
$$x \ge 0$$

3. Implementasi

Pemodelan Program Linier *Fuzzy*

Berdasarkan latar belakang pada sub bab 1.1, salah satu faktor yang mempengaruhi keuntungan produksi adalah ketersediaan bahan baku. Ketersediaan bahan baku yang terbatas ini digunakan seoptimal mungkin sehingga dapat dicapai keuntungan produksi. Pemodelan program linier pada kasus bahan baku di modelkan dengan sebagai berikut :

Maksimalkan $cx = Z\ (keuntungan)$
Dengan kendala :
$$Ax \le b\ (bahan\ baku)$$
$$x \ge 0$$

Dimana c adalah *constanta* / keuntungan *per unit*, x adalah jenis tipe produk/ bordir yang akan diproduksi, Z adalah keuntungan, A adalah jumlah bahan baku yang dibutuhkan untuk pembuatan setiap tipe produk/bordir, dan data jumlah total bahan baku tertentu yang tersedia (b).

Namun, untuk menentukan berapa jumlah bahan baku perhari, perusahaan menyediakan stok bahan baku yang jumlahnya tidak pasti / *fuzzy* karena pihak pendistribusi bahan baku hanya mendistribusikan bahan baku dari gudang hanya satu kali dalam satu hari ke departement bordir. Sehingga ditentukan ada toleransi jumlah bahan baku yang ditambahkan pada kendala persamaan (3.1). Kesimpulannya jenis fuzzy ini terletak pada jumlah bahan baku yang dijelaskan dalam persamaan/pertidaksamaan berikut :

Maksimalkan $cx = Z\ (keuntungan)$
Dengan kendala :
$$Ax \lesssim b\ (bahan\ baku)$$
$$x \ge 0$$

Pemodelan program linier *fuzzy* ini terdiri dari 3 komponen :

1. Variabel keputusan/ *decision variable* yaitu variabel yang digunakan untuk mencari nilai yang ditetapkan dari variabel – variabel yang tidak diketahui yang akan memberikan solusi optimal. Variabel keputusan dalam pemodelan ini adalah :
   x_1 = jumlah tipe bordir A yang akan diproduksi
   x_2 = jumlah tipe bordir B yang akan diproduksi

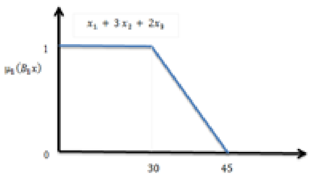
x_3 = jumlah tipe bordir C yang akan diproduksi

2. Fungsi objektif yaitu fungsi yang merepresentasikan *goal*/tujuan dari permasalahan berdasarkan variabel keputusan. Fungsi objektif dalam pemodelan program linier *fuzzy* untuk optimasi keuntungan produksi adalah untuk memaksimalkan keuntungan produksi dari ketersediaan stok bahan baku *per* hari.
   Keuntungan produksi (Z) = (keuntungan per unit) × (jumlah unit yang di produksi)
   Total keuntungan per unit tipe bordir A = $2x_1$ (2 dalam ribuan)
   Total keuntungan per unit tipe bordir B = $4x_2$ (4 dalam ribuan)
   Total keuntungan per unit tipe bordir C = $3\, x_3$ (3 dalam ribuan)
   Jadi fungsi objektif adalah maksimalkan
   $$Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$
   Z merepresesentasikan fungsi objektif dan kata maksimalkan mengindikasikan fungsi objektif yang dimaksimalkan yang satuannya dalam ribuan rupiah.
3. Batasan (*constraints*)
   Ada tiga batasan/ kendala dalam masalah memaksimalkan keuntungan produksi dibidang pembordiran adalah ketersediaan bahan baku yang meliputi : *interlining* atau kain keras, benang bordir, dan benang *spool*. Batasan pemodelan program linier *fuzzy* untuk optimasi keuntungan produksi dalam pembordiran ini bersifat *fuzzy*. Untuk masing - masing unit tipe bordir A membutuhkan 1 meter persegi *interlining*/kain keras, tipe bordir B membutuhkan 3 meter persegi *interlining*/kain keras, dan tipe bordir C membutuhkan 2 meter persegi interlining/kain keras. Jadi total seluruhnya yang dibutuhkan masing masing produk/tipe bordir = (bahan baku yang dibutuhkan per unit) × (jumlah unit)
   Total *interlining*/kain keras yang dibutuhkan untuk tipe bordir A = x_1
   Total *interlining*/kain keras yang dibutuhkan untuk tipe bordir B = $3\, x_2$
   Total *interlining*/kain keras yang dibutuhkan untuk tipe bordir C = $2x_3$
   Total *interlining*/kain keras yang dibutuhkan untuk tipe bordir A,B,C = $x_1 + 3\, x_2 + 2x_3$
   Jadi batasan / kendalanya adalah :
   $$x_1 + 3\, x_2 + 2x_3 \leq 30$$
   Untuk masing - masing unit tipe bordir A membutuhkan 1 meter benang bordir, tipe bordir B membutuhkan 1 meter benang bordir, dan tipe bordir C membutuhkan 1 meter benang bordir. Jadi total seluruhnya yang dibutuhkan masing masing produk/tipe bordir = (bahan baku yang dibutuhkan per unit) × (jumlah unit)
   Total benang bordir yang dibutuhkan untuk tipe bordir A = x_1
   Total benang bordir yang dibutuhkan untuk tipe bordir B = x_2
   Total benang bordir yang dibutuhkan untuk tipe bordir C = x_3
   Total benang bordir yang dibutuhkan untuk tipe bordir A,B,C = $x_1 + x_2 + x_3$
   Jadi batasan / kendalanya adalah
   $$x_1 + x_2 + x_3 \leq 24$$
   Untuk masing - masing unit tipe bordir A membutuhkan 3 meter benang *spool*, tipe bordir B membutuhkan 5 meter benang *spool*, dan tipe bordir C membutuhkan 3 meter benang *spool*. Jadi total seluruhnya yang dibutuhkan masing masing tipe bordir = (bahan baku yang dibutuhkan per unit) × (jumlah unit)
   Total benang *spool* yang dibutuhkan untuk tipe bordir A = $3x_1$
   Total benang *spool* yang dibutuhkan untuk tipe bordir B = $5x_2$
   Total benang *spool* yang dibutuhkan untuk tipe bordir C = $3x_3$
   Total benang *spool* yang dibutuhkan untuk tipe bordir A,B,C = $3x_1 + 5\, x_2 + 3x_3$
   Jadi batasan / kendalanya adalah
   $$3x_1 + 5\, x_2 + 3x_3 \leq 60$$
   Kondisi non negatif yaitu : ketiga x_1, x_2, x_3 harus *nonnegative* (0 atau bilangan positif) karena dalam kenyataannya, tidak bisa dihasilkan

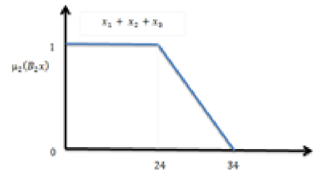
produk dengan kuantitas negatif. Jadi batasan *nonnegative* nya adalah =

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

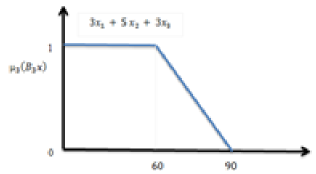
Seperti yang dijelaskan di atas, karena batasan / kendala yang bersifat fuzzy terletak pada jumlah bahan baku yang harus disediakan, maka pada masing masing batasan ditambahkan toleransi. Batasan untuk ketersediaan bahan baku *interlining*/kain keras yaitu tersedia 30 dengan toleransi penambahan 15 meter persegi *interlining/*kain keras. Batasan untuk ketersediaan bahan baku benang bordir yaitu tersedia 24 dengan toleransi penambahan 10 meter. Sedangkan batasan untuk ketersediaan bahan baku benang *spool* yaitu tersedia 60 dengan toleransi penambahan 30 meter benang *spool*. Dimana pertidaksamaan *fuzzy* $\underset{\sim}{\leq}$ pada masing - masing batasan / kendala digambarkan dengan fungsi keanggotaan pada Gambar 3.12, Gambar 3.13, dan Gambar 3.14.



Gambar 3. 1 Fungsi Keanggotaan Batasan 1 *Interlining*



Gambar 3. 2 Fungsi Keanggotaan Batasan 2 Benang Bordir



Gambar 3. 3 Fungsi Keanggotaan Batasan 3 Benang *Spool*

Secara ringkas, pemodelan program linier fuzzy adalah sebagai berikut :

Maksimalkan fungsi objektif :

$$Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

Dengan batasan atau kendala :

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \underset{\sim}{\leq} 30 \text{ (\textit{interlining}/kain keras)}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \underset{\sim}{\leq} 24 \text{ (benang bordir)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.6)$$
$$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \underset{\sim}{\leq} 60 \text{ (benang \textit{spool})}$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ nonnegatif}$$

Model mengindikasikan bahwa Z akan menjadi subyek yang dimaksimalkan dengan 3 batasan bahan baku *interlining*/kain keras, benang bordir, dan benang *spool*. Dimana pertidaksamaan *fuzzy* $\underset{\sim}{\leq}$ ditunjukkan oleh fungsi keangotaan yang terlihat pada Gambar 3.12, Gambar 3.13,dan Gambar 3.14 diterapkan pada batasan (3.6).

Contoh tabel *input* yang digunakan dalam perhitungan ditunjukkan pada Tabel 3.9.

Tabel 3. 1 Tabel Data Masukan

Bahan baku	Tipe Produk			Persediaan bahan baku	
	A	B	C	Maksimal	Toleransi
Intelining (meter persegi)	1	3	2	30	15
Benang border (meter)	1	1	1	24	10
Benang *spool* (meter)	3	5	3	60	30
Keuntungan (ribu rupiah)	2	4	3		

Berdasarkan pemodelan program linier dengan kendala *fuzzy* yang ditunjukkan pada tabel (3.9), dapat dijabarkan toleransi adalah $p_i(>0)$ adalah toleransi ke- i dari *resource* / bahan baku d_i, kemudian pertidaksamaan *fuzzy* $(Ax)_i \leq d_i$ ditentukan sebagai $(Ax)_i \leq d_i + \lambda p_i$, dimana $\lambda \in [0,1]$

Dengan kata lain batasan *fuzzy* $(B_i x)_i \underset{\sim}{\leq} d_i$ pada fungsi didefinisikan sebagai himpunan *fuzzy i* dengan fungsi keanggotaan :

$$\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1 \; ; jika \; B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \; ; jika \; d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0 ; jika \; B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.7)$$

Setelah menentukan fungsi keanggotaan kemudian langkah selanjutnya yaitu menyelesaikan pertidaksamaan (3.8) dan (3.9) dengan menggunakan standar program linier.

Maksimalkan :

$$Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.8)$$

Dengan batasan atau kendala :

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 30$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 24$$
$$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 60$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Maksimalkan :

$$Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.9)$$

Dengan batasan atau kendala :

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 30 + 15$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 24 + 10$$
$$3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 60 + 30$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Perhitungan program linier menunjukkan penyelesaian perhitungan program linier untuk model rumus pertidaksaan (3.8) dan (3.9) ditunjukkan pada *point* 1 dan 2 yaitu :

1. Proses program linier tanpa toleransi menggunakan metode simpleks merupakan proses awal yaitu menghitung data - data yang dimasukkan dengan menggunakan adalah proses program linier. Proses program linier ini bertujuan untuk menghitung nilai z dan x dengan menggunakan program linier dengan menggunakan metode simpleks. Data yang digunakan adalah data fungsi objektif dan kendala/batasan menggunakan persamaan yang tidak menggunakan toleransi ($t = 0$). Dengan hasil perhitungan :

Variabel keputusan	Nilai Optimum	Keterangan
x_1	10	-
x_2	0	-
x_3	10	-
z	50	-

2. Proses program linier dengan toleransi menggunakan metode simpleks merupakan proses selanjutnya yaitu menghitung data data yang dimasukkan dengan menggunakan adalah proses program linier toleransi. Proses program linier toleransi ini bertujuan untuk menghitung nilai z dan x dengan menggunakan program linier dengan menggunakan metode simpleks. Data yang digunakan adalah data fungsi objektif dan kendala/batasan menggunakan persamaan yang tidak menggunakan toleransi ($t = 1$). Dengan hasil perhitungan :

Variabel keputusan	Nilai Optimum	Keterangan
x_1	15	-
x_2	0	-
x_3	15	-
z	75	-

Dari kedua hasil penyelesaian program linier standard pada pertidaksamaan (3.8) dan (3.9) kemudian dapat dihitung p_o. Proses pembentukan fungsi keanggotaan dan menghitung nilai p_o yang diperoleh dari hasil pengurangan dari z pada saat $t = 1$ dengan z pada saat $t = 0$.

$\boldsymbol{P_0}$= 75 - 50 = 25

Kemudian x^0 dan x^1 adalah solusi dari rumus pertidaksamaan (3.8) dan (3.9) masing – masing , cx pada fungsi tujuan didefinisikan menjadiBx maka, $z^0 = Bx^0$ dan $z^1 = Bx^1$. Kemudian fungsi keanggotaan untuk model keputusan berikut ini, didefinisikan untuk mengkarakteristisasi tingkat optimum :

$$\mu_D[x] = \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \qquad \text{..........(3.10)}$$

Yang mana :

$$\mu_D(Bx) = \begin{cases} 1 \ ; jika\ Bx > z^1 \\ 1 - \frac{z^1 - B_0 x}{z^1 - z^0} \ ; jika\ z^0 \leq Bx \leq z^1 \\ 0; \text{jika } Bx < z^0 \end{cases} \qquad \text{..........(3.11}$$

$$\mu_i(B_i x) = \begin{cases} 1 \ ; jika\ B_i x \leq d_i \\ 1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \ ; jika\ d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \qquad \text{..........(3.12}$$

Dengan jelas ketika cx $\geq$ z^1 maka $\mu_0(B_0 x) = 1$ menujukkan tingkat maksimum optimal. Ketika $cx \geq z^0$ maka $\mu_0(B_0 x) = 0$ menunjukkan tingkat minimum optimal.Dan ketika $cx/\ B_0 x$ berada diantara z^1 dan z^0 tingkat optimal berubah diantara 0 sampai 1.

Karena batasan/kendala dan fungsi obyektif direpresentasikan oleh fungsi keanggotaan (3.11) dan (3.12) , berturut – turut dapat menggunaakan metode max-min untuk menyelesaikan masalah optimasi ini, Secara rinci masalah menjadi :

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[Bx] = \max_{x \geq 0} \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \qquad \text{..........(3.13)}$$

Dengan p_i adalah toleransi interval diperbolehkan dengan mesubtitusikan rumus (3.12) dengan (3.13) menjadi :

$$\max_{x \geq 0} \mu_D[Bx] = \max_{x \geq 0} \min_i \left\{1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i}\right\} \qquad \text{..........(3.14}$$

Dengan demikian diperoleh rumus program linier baru yaitu :

Maksimumkan : λ

Dengan batasan :

$$\lambda p_i + B_i x \leq d_i + p_i$$
$$i = 0, 1, \ldots, m \, ; \qquad \text{..........(3.15)}$$
$$x \geq 0$$

Kemudian dengan mengambil $\lambda = 1 - t$ masalah program linier dengan kendala fuzzy dapat diselesaikan dengan standard program linier :

Maksimumkan : λ

Dengan batasan :

..........(3.16)

$$25\lambda - 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 \geq -75 + 25$$
$$15\lambda + x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 30 + 15$$
$$10\lambda + x_1 + x_2 + x_3 \leq 24 + 10$$
$$30\lambda + 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 60 + 30$$
$$\lambda, x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Yang *equivalent* dengan :
Maksimumkan : λ
Dengan batasan :

..........(3.17)

$$-25\lambda + 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq 50$$
$$15\lambda + x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 45$$
$$10\lambda + x_1 + x_2 + x_3 \leq 34$$
$$30\lambda + 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 90$$
$$\lambda, x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Batasan diselesaikan dengan menggunakan simpleks 2 fase (min maks), Batasan diubah ke bentuk standar :
Min : r = R_1

$$-25\lambda + 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - S_1 + R_1 = 50$$
$$15\lambda + x_1 + 3x_2 + 2x_3 + S_2 = 45$$
$$10\lambda + x_1 + x_2 + x_3 + S_3 = 34$$
$$30\lambda + 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + S_4 = 90$$
$$\lambda, x_1, x_2, x_3, R_1, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$$

Diperoleh variabel basic $R_1, S_1, S_2, S_3, dan\ S_4$. Karena R_1 muncul dipersamaan r , maka harus disubtitusikan dengan batasan pertama.

$$-25\lambda + 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - S_1 + R_1 = 50$$
$$R_1 = 50 + 25\lambda - 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + S_1$$

Minimalkan r = $50 + 25\lambda - 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + S_1$
Dengan batasan :

$$-25\lambda + 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - S_1 + R_1 = 50$$
$$15\lambda + x_1 + 3x_2 + 2x_3 + S_2 = 45$$
$$10\lambda + x_1 + x_2 + x_3 + S_3 = 34$$
$$30\lambda + 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + S_4 = 90$$

Kemudian dilakukan perhitungan dengan menggunakan metode simpleks minimum
Persamaan program linier *fuzzy* maksimum baru dibuat berdasarkan hasil perhitungan persamaan program linier minimum yaitu, menyelesaikan program linier :
Maks : z = $\boldsymbol{\lambda}$

Dengan batasan :

$$-6{,}25\lambda + 0{,}5x_1 + 1x_2 + 0{,}75x_3 - 0{,}25S_1 = 12{,}5$$
$$33{,}75\lambda - 0{,}5x_1 - 0{,}25x_3 + 0{,}75S_1 + S_2 = 7{,}5$$
$$16{,}25\lambda + 0{,}5x_1 + 0{,}25x_3 + 0{,}25S_1 + S_3 = 21{,}5$$
$$61{,}25\lambda + 0{,}5x_1 - 0{,}75x_3 + 1{,}25S_1 + S_4 = 27{,}5$$
$$\lambda, x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3, S_4 \geq 0$$

Dihitung dengan menggunakan metode simpleks maksimum yang menghasilkan

Tabel 3. 2 Tabel Hasil Perhitungan pada Proses Program Linier *Fuzzy*

Variabel keputusan	Nilai Optimum	Keterangan
λ	0,5	-
x_1	12,5	-
x_2	0	-
x_3	12,5	-
Z	62,5	-

Hasil dari Tabel 3.38 dihasilkan x_1 = 12,5, x_2 = 0 , x_3= 12,5 dan Z = 62,5 yang artinya untuk mendapatkan keuntungan 62,5 ribu diproduksi 12,5 *pieces* tipe bordir A, 0 *piece* tipe bordir B, dan 12,5 *pieces* tipe bordir C. Dengan λ = 0,5 artinya bahwa untuk setiap himpunan yng digunakan untuk mengimplementasikan setiap batasan sebesar 0,5. Dengan kata lain skala terbesar t= 1- 0,5 digunakan untuk menentukan besarnya penambahan terbesar bahan baku dari setiap batasan yang diizinkan.

4. Pengujian

Pengujian Aplikasi Program Linier *Fuzzy* untuk optimasi keuntungan produksi dilakukan dengan melakukan perhitungan manual. Dari hasil pengujian validitas pada saat perhitungan program linier berkendala *fuzzy* ditunjukkan pada Tabel 4.1. Pada tabel 4.1, t menujukkan nilai toleransi yang dibolehkan untuk penambahan bahan baku. Untuk $t = 0$ artinya pada proses perhitungan program linier tidak dilakukan penambahan bahan baku sedangkan untuk $t = 1$ proses perhitungan program linier dilakukan penambahan bahan baku secara mutlak. $\boldsymbol{\lambda}$ adalah nilai ketidakpastian / derajat ketidakpastian yang didapat dari hasil perhitungan.

Solusi pada tabel 4.1 menggambarkan penyelesaian dengan menggunakan program linier pada saat tidak menggunakan toleransi ($t = 0\ dan\ \lambda = 1$), keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan sebesar sebesar Rp.50.000 (50 dalam ribuan), keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk A diproduksi sebanyak 10 *pieces*, sedangkan produk B tidak diproduksi, dan produk C diproduksi sebanyak 10 *pieces*.

Pada tabel 4.1 menggambarkan penyelesaian dengan menggunakan program linier pada saat menggunakan toleransi maksimum ($t = 1\, dan\, \lambda = 0$), keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan sebesar sebesar Rp.75.000 (75 dalam ribuan), keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk A diproduksi sebanyak 15 *pieces*, sedangkan produk B tidak diproduksi, dan produk C diproduksi sebanyak 15 *pieces*.

Tabel 4.1 menggambarkan penyelesaian dengan menggunakan program linier berkendala *fuzzy* (λ = 0,5 dan $t = 0{,}5$) maka, keuntungan maksimum yang dapat diperoleh perusahaan sebesar Rp.62.500 (62.5 dalam ribuan). Keuntungan maksimum akan diperoleh jika produk A diproduksi sebanyak 12,5 *pieces*, sedangkan produk B tidak diproduksi, dan produk C diproduksi sebanyak 12,5 *pieces*.

Tabel 4. 1 Tabel Uji Validitas Hasil Perhitungan

Solusi	**Perhitungan**		
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 0{,}5$
x_1	10	15	12,5
x_2	0	0	0
x_3	10	15	12,5
Z	50	75	62,5
λ	1	0	0,5

Dari hasil pada tabel 4.1 dijelaskan yang mampu memenuhi solusi optimum yang dapat diterima berdasarkan kendala – kendala / kriteria bahan baku yang bersifat *fuzzy* adalah pada λ = 0,5 , $t = 0{,}5$ dengan $x_1 = 12{,}5$,.$x_2 = 0$ dan $x_3 = 12{,}5$. Dari nilai tersebut dapat ditentukan nilai untuk setiap batasan yang merupakan jumlah bahan baku total yang sesungguhnya dibutuhkan :

1. Batasan-1 = $x_1 + 3\,x_2 + 2x_3$

   = (1×12,5)+(3×0)+(2×12,5) = 37,5
2. Batasan-2 = $x_1 + x_2 + x_3$

   = (1×12,5)+(1×0)+(1×12,5) = 25
3. Batasan-3 = $3x_1 + 5\,x_2 + 3x_3$

   = (3×12,5)+(5×0)+(3×12,5) = 75

Dari hasil di atas maka, dibutuhkan bahan baku interlining sebanyak 37,5 meter persegi, sedangkan bahan baku benang jahit sebanyak 25 meter dan bahan baku benang *spool* sebanyak 75 meter.

Penggunaan fungsi keanggotaan pada kendala adalah untuk menentukan nilai pemenuhan atau derajat kenggotaan untuk masing-masing batasan. Derajat keanggotaan pada masing masing batasan yaitu :

1. $\mu_1[B_1x]$ = 0,5 (karena $\frac{[37{,}5-30]}{15} = 0{,}5$)
2. $\mu_2[B_2x]$ = 0,1 (karena $\frac{[25-24]}{10} = 0{,}1$)
3. $\mu_3[B_3x]$ = 0,5 (karena $\frac{[75-60]}{30} = 0{,}5$))

Tabel 4. 2 Analisis derajat pemenuhan(μ) bahan baku

Bahan baku	**Solusi *fuzzy***				
	bb	t	bbs	μ	t realistis
Intelining (meter persegi)	30	15	37,5	0,5	7,5
Benang border (meter)	24	10	25	0,1	1
Benang spool (meter)	60	30	75	0,5	15
***z* (keuntungan)**				62,5	
λ				0,5	

Keterangan :

bb : bahan baku
t : bahan baku toleransi
bbs : bahan baku solusi fuzzy
μ : nilai pemenuhan masing masing batasan bahan baku
t realistis : bahan baku toleransi/ penambahan bahan baku realistis

Nilai $\lambda = 0{,}5$ mengandung pengertian, bahwa $\lambda - cut$ untuk setiap batasan sebesar 0,5. Dengan kata lain skala terbesar t = 1 - 0,5 = 0,5 digunakan untuk menentukan besarnya penambahan bahan baku terbesar dari setiap batasan yang diizinkan. Pada tabel 4.7 dijelaskan bahwa derajat kenggotaan / derajat pemenuhan pada masing - masing batasan adalah :

1. Pada batasan ke 1, penambahan bahan baku *interlining* diizinkan hingga 15 meter persegi, pada kenyataannya dibutuhkan penambahan 0,5 kali toleransi yaitu sebesar 0,5 × 15 = 7,5. Penambahan pada batasan ini yang berarti perusahaan harus menambah bahan baku toleransi sebanyak 7,5 meter persegi.
2. Pada batasan ke 2, penambahan bahan baku benang jahit diizinkan hingga 10

meter, pada kenyataannya dibutuhkan penambahan 0,1 kali toleransi yaitu sebesar 0,1 × 10 = 1. Penambahan pada batasan ini yang berarti perusahaan harus menambah bahan baku toleransi sebanyak 1 meter.

3. Pada batasan ke 3, penambahan bahan baku benang spool diizinkan hingga 30 meter, pada kenyataannya dibutuhkan penambahan 0,5 kali toleransi yaitu sebesar 0,5 × 30 = 15. Penambahan pada batasan ini yang berarti perusahaan harus menambah bahan baku toleransi sebanyak 15 meter.

Untuk bahan baku *interlining* diperlukan bahan baku sebanyak 37,5 meter persegi dengan penambahan sebanyak 7,5 dari maksimal stok bahan baku yang dikirimkan per hari, bahan baku benang jahit dibutuhkan 25 meter dengan penambahan sebanyak 1 meter dari kebutuhan /stok bahan baku yang dikirimkan, sedangkan benang *spool* dibutuhkan sebanyak 75 meter yaitu 15 meter penambahan dari stok bahan baku maksimal yang dikirimkan perhari.Dan diperoleh keuntungan maksimum Rp.62.500,00 (62,5 dalam ribuan).

5. Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dalam pembuatan Tugas Akhir ini adalah :

1. Aplikasi Program Linier *Fuzzy* untuk optimasi keuntungan produksi ini dapat digunakan untuk memecahkan masalah perencanaan yang berkaitan dengan ketersediaan bahan baku di departemen pembordiran PT. Sai Apparel Industries, serta dapat mengatasi penambahan jumlah bahan baku yang bersifat *fuzzy*.
2. Aplikasi Program Linier *Fuzzy* untuk optimasi keuntungan produksi pada PT. Sai *Appareal Industries* berhasil dibangun.
3. Nilai z dengan menggunakan metode program linier *fuzzy*, yaitu z = 62.5 (keuntungan maksimum yang dapat diterima oleh PT. Sai *Appareal Industries* dalam memproduksi adalah sebesar Rp. 62.500,00). Dengan $x_1 = 12{,}5$, $x_2 = 0$ dan x_3= 12,5 dengan $\lambda = 0{,}5$.
4. Penggunaan derajat keangotaan pada batasan akan menghasilkan nilai realistis bahan baku toleransi yang seharusnya disediakan perusahaan.

Referensi

[1]. Arlow, J. N. (2005). *UML 2 and The Unified Process :Practical Object Oriented Analysis and Design.* Pearson Education Inc.

[2]. Elamvazuthi.I, G. V. (2009). Aplication of a Fuzzy Programming Technique to Production Planning in the Textile Industry. *International Journal of Computer Science and Information Security*, 238.

[3]. Hidayatullah, P. (2012). *Visual Basic . NET Membuat Aplikasi Database dan Program Kreatif.* Bandung: Informatika.

[4]. Jacobson, I. (1999). *The Unified Software Development Process.* Boston: Addison Wesley.

[5]. Kusumadewi, S. . (2010). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

[6]. Kusumadewi, S. (2003). *Artificial Intelligence Teknik dan Aplikasinya.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

[7]. Manurung, A. H. (1991). *Pengambilan Keputusan Pendekatan Kuantitatif.* Jakarta: Rineka Cipta.

[8]. Nugroho, A. (2010). *Rekayasa Perangkat Lunak Berorientasi Objek dengan Metode USDP (Unified Software Development Process).* Yogyakarta: Penerbit Andi.

[9]. Pudjo, P. d. (2011). *Menggunakan UML.* Bandung: Informatika.

[10].Siang, J. J. (2011). *Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis.* Yogyakarta: ANDI OFFSET.

[11].Sommerville, I. (2003). Software Engineering. I I. Sommerville, *Software Engineering* (s. 246). Jakarta: Erlangga.

[12].Sri D, R. S. (13. Mei 2013). *Pengantar Unified Modeling Language (UML).* Hentede 2013 fra Ilmukomputer.org: http://ilmukomputer.org/category/rekayasa-perangkat-lunak/

[13].Taha, H. M. (2007). *Operation Research : an introduction* (8 udg.). Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education,Inc.