# DETEKSI ERROR PADA REGESTER GESER TINGKAT n-k

**Suhartono**

Staf Edukatif Universitas Diponegoro
Jl. Prof H Soedarto, SH Tembalang Semarang
suhartono.msi55@yahoo.com

**Abstract.**

A transmitted code vector may be perturbed by noise, then the vector received may be a corrupted version of the transmitted code vector. A codeword with polynomial representation U(X) is transmitted and Z(X) is the corrupted version of V(X), then it must be a multiple of the generator polynomial g(X), that is, U(X) = m(X) g(X) and Z(X) can be written Z(X)= U(X) + e(X), where e(X) is the error pattern polynomial. This is accomplished by calculating the syndrome of received polynomial.
The syndrome S(X) is equal to the remainder resulting from dividing Z(X) by g(X), that is, Z(X) = q(X)g(X) + S(X). And the other hand, S(X) is exactly the same polynomial obtained as remainder of e(X) modulo g(X). Thus the syndrome of the received polynomial Z(X) contains the information needed for correction of error pattern.
When the syndrome is an all-zeros vector, the received vector to be a valid code vector. When the syndrome is a nonzero vector, the received vector is pertubed code vector and errors have been detected. The procedure for error detection is as follows. The received vector is first stored in a buffer. It is subjected to devide by g(X) operation, the division can be carried out very efficiently by a shift register circuit. The remainder in the shift register is then compared with all the possible syndromes. This set of syndromes corresponds to the set of correctable error patterns. If a syndromes match is found, the error is subtracted out from the received vector. The correct version of the received vector is then pass on the next stage of the received unit for further processing.

Key words: error detection, transmitted, received code vector, Syndrome, pertubed

## 1. Pendahuluan

Pembahasan mengenai deteksi kesalahan pada register geser n-k didasarkan pada konsep fungsi pembangkit yang merupakan alat yang sangat penting untuk penyelesaian problem-problem komputasi. Fungsi pembangkit pada makalah ini disebut juga polynomial pembangkit dan digunakan untuk menyelesaikan masalah komputasi sirkuit. Selanjutnyal polinomial pembangkit tersebut disajikan dengan notasi g(X), dengan

$$g(X) = g_0 + g_1 X + g_2 X^2 + \ldots + g_r X^r .$$ [4]

Polinomial pembangkit g(X) mempunyai sifat tertentu , yaitu sebagai pembangkit kode siklik biner, yang memenuhi syarat sebagai polinomial berderajad n-k dengan $X^n + 1$ adalah faktor pembangkit kode siklik (n,k) [3]

Selanjutnya pada tulisan ini disajikan pula pengertian encoding dalam bentuk sistematis mencakup komputasi bit paritas sebagai hasil dari bentuk $X^{n-k}$ m(X) modulo g(X). [1]

Permasalahan pada tulisan ini adalah syarat apakah yang harus dipenuhi sebagai polinomial kodekata agar pembagian dengan g(X) menghasilkan sisa nol. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dapat dilakukan dengan komputasi sindrom S(X) dari polinomial yang diterima, dengan sindrom S(X) adalah sisa pembagian Z(X) oleh g(X).

Permasalahan yang lain adalah alat apakah yang digunakan agar proses pembagian dapat dilakukan dengan sangat efisien dan bagaimanakah prosedur untuk mendapatkan deteksi errornya.

## 2. Sifat Kode Siklik Biner

Kode siklik biner adalah suatu sub kelas dari kode- kode blok linier. Kode –kode tersebut mudah diimplementasikan dengan register geser umpan balik. **K**ode siklik biner dapat dibangkitkan dengan menggunakan polinomial pembangkit yang selanjutnya polinomial pembangkit tersebut dapat dibangkitkan dengan matriks pembangkit .

Polinomial pembangkit g(X) dengan kode siklik (n,k) berbentuk unik dan dinyatakan dengan dengan persamaan (1) berikut:

$g(X) = g_0 + g_1 X + g_2 X^2 + \quad + \quad g_r X^r$ ….. (1)

dengan $g_0 = 1$ dan $g_r = 1$

Setiap polinomial kodekata dalam ruang bagian berbentuk U(X) = m(X) g(X)

U(X) adalah polinomial berderajat n-1 atau lebih kecil.

Sedangkan polinomial berita m(X) dapat ditulis dengan persamaan (2) berikut:

$m(X) = m_0 + m_1 X + m_2 X^2 + .. + m_{n-r-1} X^{n-r-1}$ ……(2)

dari persamaan (2) terdapat polinomial kode kata $2^{n-r}$ dan vektor kode $2^k$ mempunyai bentuk kode siklik (n,k). Untuk itu polinomial kode kata untuk setiap vector kode haruslah n-r = k atau r = n-k. Oleh karena itu persamaan (1) harus berdegree n-k dan setiap polinomial kodekata dalam kode siklik (n,k) dapat dinyatakan dengan

$U(X) = (m_0 + m_1 X + m_2 X^2 + .. + m_{k-1} X^{k-1})g(X)$. …….(3)

U dikatakan vektor kode yang valid dari ruang bagian S jika dan hanya jika U(X) habis dibagi oleh g(X) tanpa sisa.

Polinomial pembangkit g(X) dari suatu kode siklik (n,k) adalah suatu faktor dari $X^n + 1$ sehingga $X^n + 1 = g(X)\,h(X)$. Jadi jika g(X) adalah polynomial berdegree n-k dan $X^n + 1$ adalah factor, sehingga terdapat g(X) sebagai pembangkit kode siklik (n,k) yang tunggal.

## 3. Encoding Sistematis Dengan Register Geser Tahap n-k

Encoding dari kode siklik dalam bentuk sistematik mencakup komputasi bit paritas sebagai hasil dari bentuk $X^{n-k}$ m(X) modulo g(X). Untuk itu diperlukan polinomial berita geser kanan untuk membuat ruang untuk bit paritas, yaitu dengan penambahan bit berita sehingga menghasilkan vektor kode dalam bentuk sistematis. Geser kanan dari bit berita dengan n-k posisi merupakan operasi yang trivial dan tidak dilakukan oleh bagian dari sirkuit pembagi. Polinomial paritas adalah sisa yang diperoleh setelah pembagian oleh polinomial pembangkit. Polinomial paritas tersebut tersedia dalam suatu register yang diperoleh setelah penggeseran n posisi melalui register umpan balik tahap n-k. Setiap umpan balik tidak dapat terjadi jika posisi paling kanan telah terisi, oleh karena itu siklus geser dengan memanggil data input dari output pada tingkat akhir. Selanjutnya suku umpan balik dalam derajad paling kiri merupakan jumlahan dari input dan derajad paling kanan, dengan syarat $g_0 = g_{n-k} = 1$ untuk setiap polinomial pembangkit g(X).

Jika U(X) merupakan kodekata dari polinomial yang terkirim dan Z(X) merupakan vektor kode dari polinomial penerima, maka

$U(X) = m(X)g(X)$ …..………(4)

dan

$Z(X) = U(X) + e(X)$ …………(5)

dengan e(X) adalah kesalahan dari polinomial contoh. Untuk mengkaji apakah polinomial kodekata yang diperoleh dari pembagian dengan g(X) menghasilkan sisa nol. Kajian dapat dilakukan dengan komputasi sindrom dari polinomial penerima. Sindrom S(X) adalah sisa dari pembagian Z(X) oleh g(X), sehingga diperoleh :

$$Z(X) = q(X)\, g(X) + S(X) \qquad \text{……..(6)}$$

dengan S(X) merupakan polinomial berderajad n-k-1 atau lebih kecil. Jadi sindrom merupakan tuple n-k. Subsitusi U(X) dari persamaan (4) ke persamaan (5) diperoleh persamaan (7) berikut:

$$Z(X)= m(X)g(X)+e(X) \qquad \text{……(7)}$$

Dari persamaan (6) dan (7) diperoleh persamaan (8) berikut:

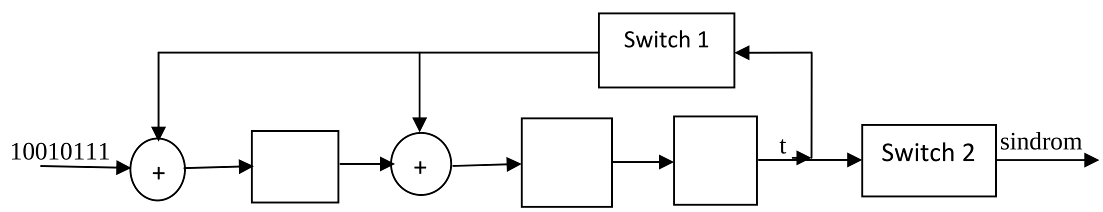
$$e(X) = [-m(X) + q(X)]g(X) + S(X) \qquad \text{…..(8)}$$

Berdasarkan persamaan (6), sindrom S(X) diperoleh sebagai sisa dari Z(X) modulo g(X). Berdasarkan persamaan (8), Sindrom S(X) juga sebagai sisa dari e(X) modulo g(X)

Komputasi sindrom S(X) dapat dilakukan oleh sirkuit pembagi yang hampir sama dengan sirkuit encoding yang digunakan pada transmitter. Pada gambar 1 menunjukkan contoh penggunaan vektor kode dengan

m= 1 0 1 1
$m(X) =1 +X+ X^3$
$X^{n-k}\, m(X) = X^3(1 +X+ X^3)= X^3 + X^5 + X^6$
$X^{n-k}\, m(X)= q(X)g(X) +r(X)$

$r(X) = X^3 + X^5 + X^6$ modulo $(1 +X+ X^3)$




Gambar 1. Komputasi sindrom dengan register geser n-k tingkat

Switch 1 diinisialisasi tertutup dan switch 2 terbuka. Vektor penerima digeser kedalam input register, dengan semua tingkat di set sama dengan nol pada saat awal. Setelah seluruh vektor penerima telah dimasukan kedalam register geser, isi dari register berupa sindrom S(X). Kemudian switch 1 dibuka dan switch 2 ditutup, sehingga vektor sindrom di geser keluar dari register. Langkah operasi dari decoder adalah sebagai berikut:

| Antrian input | Banyak geser | Isi register |
|---|---|---|
| 1 0 0 1 0 1 1 | 0 | 0 0 0 |
| 1 0 0 1 0 1 | 1 | 1 0 0 |
| 1 0 0 1 0 | 2 | 1 1 0 |
| 1 0 0 1 | 3 | 0 1 1 |
| 1 0 0 | 4 | 0 1 1 |
| 1 0 | 5 | 1 1 1 |
| 1 | 6 | 1 0 1 |
| - | 7 | 0 0 0 |

sindrom

Pada saat vektor kode terkirim terjadi gangguan, vektor penerima mengalami perubahan dari bentuk semula, yang berarti terjadinya error akibat adanya gangguan tersebut. Pada saat sindrom S(X) dapat diperoleh sebagai sisa dari Z(X) modulo g(X), S(X) juga sisa dari e(X) modulo g(X), jadi S(X) memuat informasi yang diperlukan mengenai koreksi dari error.

Komputasi yang dilakukan menghasilkan sindrom berupa vektor nol, yang dinyatakan sebagai vektor kode yang syah. Dan ketika hasil komputasi untuk sindrom bukan berupa vektor nol, vektor penerima merupakan vektor kode yang terganggu dan kesalahan dapat dideteksi. Untuk deteksi error dapat dilakukan sebagai berikut, pertama vektor penerima di simpan dalam suatu buffer. Dengan operasi pembagian g(X), pembagian dapat dilakukan dengan sangat efisien oleh sirkuit register geser. Sisa pembagian dalam register geser lalu dibandingkan dengan semua sindrom yang mungkin. Kumpulan sindrom –sindrom tersebut bersesuaian dengan contoh error yang terkoreksi. Jika sindrom sindrom yang cocok telah diperoleh, error dikurangi dari vektor penerimanya

## 4. Kesimpulan

Pada saat vektor kode terkirim terjadi gangguan, vektor penerima mengalami perubahan dari bentuk semula, yang berarti terjadinya error akibat adanya gangguan tersebut. Pada saat sindrom S(X) dapat diperoleh sebagai sisa dari Z(X) modulo g(X), S(X) juga sisa dari e(X) modulo g(X), jadi S(X) memuat informasi yang diperlukan mengenai koreksi dari error.

Komputasi yang dilakukan menghasilkan sindrom berupa vektor nol, yang dinyatakan sebagai vektor kode yang syah. Dan ketika hasil komputasi untuk sindrom bukan berupa vektor nol, vektor penerima merupakan vektor kode yang terganggu dan kesalahan dapat dideteksi. Untuk deteksi error dapat dilakukan sebagai berikut, pertama vektor penerima di simpan dalam suatu buffer. Dengan operasi pembagian g(X), pembagian dapat dilakukan dengan sangat efisien oleh sirkuit register geser. Sisa pembagian dalam register geser lalu dibandingkan dengan semua sindrom yang mungkin. Kumpulan sindrom –sindrom tersebut bersesuaian dengan contoh error yang terkoreksi. Jika sindrom sindrom yang cocok telah diperoleh, error dikurangi dari vektor penerimanya

## 5. Daftar Pustaka

[1] Bernard S , *Digital Communication Fundamentals and Aplications*, Prentice – Hall, Inc, 1988

[2] Bose R, *Information theory. Coding, and Cryptography*, Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2000

[3] Freeman RL, *Telecommunications Transmission Handbook*, John Wiley and sons, Inc, Fourth Edition, 1998

[4] Rosen KH, *Discrete Mathematics And Its Aplications*, McGraw-Hill,Inc, 1995