

# STRATEGI DASAR PENGENDALIAN MULTI ROBOT APUNG DAN MANFAATNYA

R. Heru Tjahjana  
Jurusan Matematika FSM Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Semarang 50275  
heru\_tjahjana@undip.ac.id

**Abstract.** This paper describes floating multi-robot control strategies. Exposure starts from inspiration and the use of floating multi-robot in daily life, especially in the industrial world. Furthermore, with the model of multi-robot and functional model that describe the state of the cost to be met the floating robots, floating multi-robot control designed with optimal control strategy. The design of optimal control is done through the Pontryagin Maximum Principle, brings the model to a system of equations consisting of state equations and costate equations. In the system of states equations, each having initial and final condition, in the costate equations system has no requirements at all. The next problem is converted to the initial value problem and search for the approximate initial condition equation of state auxiliary systems which has no requirements using a modified method of steepest descent. Thus, the control of multi-robot successfully performed and the simulation results presented on the results and discussion.

**Keywords:** floating robot, multi-robot, optimal control

## 1. PENDAHULUAN

Pendahuluan paper ini, dimulai dengan menuliskan inspirasi dan manfaat dari pengendalian robot apung. Terinspirasi oleh gerakan bersama-sama yang dilakukan para ikan di laut, orang membuat robot apung yang dapat bergerak bersama-sama untuk berbagai kepentingan yang bermanfaat dan menyelesaikan persoalan. Robot apung yang bergerak bersama yang dapat dikendalikan oleh manusia menarik untuk dikaji. Pertanyaan mengapa robot apung menarik untuk dikaji dan apa saja manfaat dari robot apung dapat dijawab oleh fakta-fakta berikut ini. Para robot apung memiliki sejumlah keunggulan dibandingkan stasiun pemantauan yang menetap atau kapal yang berawak. Para robot apung dapat bergerak menyebarkan lebih cepat, mereka dapat menjangkau daerah-daerah yang seharusnya dapat diakses, tetapi tidak dapat dijangkau dengan kapal berawak. Para robot apung juga bisa bergerak bersama dengan air mengalir, sehingga memungkinkan mereka untuk melacak arus, pasang surut dan daerah yang terkontaminasi selama rentang yang lebih luas dengan lebih presisi. Para robot apung

ada juga yang dirancang khusus untuk membantu menjaga kualitas air, misalnya di Northern California. Hal ini dapat diadaptasi untuk digunakan dalam sistem lain, misalnya muara, danau atau sungai, di mana sistem pemantauan yang konvensional memberikan hasil yang kurang memadai [1].

Dilihat sebagai sistem multi agen, gerak para robot apung yang bergerak bersama-sama dalam suatu tugas bersama untuk menyelesaikan suatu misi, termasuk dalam sistem multi agen. Masing-masing robot apung dapat dilihat sebagai agen-agen yang terkait dalam suatu misi. Agen-agen ini dapat saling mempengaruhi satu dengan yang lain, tetapi dapat pula dipandang para agen tidak mempengaruhi satu dengan yang lain, para agen hanya terkait oleh satu tugas bersama. Penelitian terdahulu pada pengendalian multi agen telah dilakukan orang, baik untuk sistem multi agen di darat, di laut (perairan) atau pun di udara. Beberapa penelitian tersebut yang terkini antara lain dapat dilihat di [2,3,4,5,6]. Penulis baik sendiri ataupun beserta tim penelitiannya telah mempublikasikan karyanya terkait dengan pengendalian multi wahana seperti pada [7,8,9,10,11]. Perbedaan

mendasar paper ini dengan pustaka [7,8,9,10] adalah pada paper ini model yang dikerjakan adalah model non linear sedangkan pada pustaka [7,8,9,10] model yang digunakan adalah model linear. Berikutnya, selain perbedaan objek, perbedaan yang menonjol antara paper ini dengan [11] adalah pada paper ini model non linear yang digunakan mempunyai *drift*, sementara paper pustaka [11] model non linear yang digunakan adalah model non linear tanpa *drift*. Urgensi paper ini adalah memberikan salah satu strategi dasar pengendalian multi robot dengan biaya relatif murah dan resiko yang relatif rendah.

Selanjutnya, dalam sesi berikut disajikan metode penelitian yang hasilnya digunakan dalam penulisan paper ini.

## 2. METODE PENELITIAN

Dalam sesi ini disajikan secara detail, langkah demi langkah penelitian yang dilakukan penulis yang kemudian hasilnya disajikan dalam paper ini. Pertama, penulis memanfaatkan model sistem dinamis non linear satu buah kapal sebagai model non linear satu robot apung. Model terdiri atas persamaan-persamaan diferensial non linear order satu yang terdiri atas persamaan kinematik dan persamaan dinamik. Dari model satu buah robot apung, selanjutnya dapat diperluas menjadi model untuk  $n$  buah robot apung yang disebut sebagai model multi agen. Selanjutnya, dari model multi agen, dilakukan perancangan kendali optimum pada sistem robot apung menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin. Hal yang penting dalam perancangan kendali optimum adalah fungsional ongkos. Dalam paper ini, Fungsional Ongkos terdapat tiga suku, pertama, suku yang mempresentasikan ongkos pengendalian, kedua, suku yang membuat para robot apung tidak saling menjauh, dan ketiga, suku yang membuat para robot tidak saling menabrak satu dengan yang lain. Orientasi dan posisi awal para robot apung disajikan sebagai syarat awal dan Orientasi beserta posisi akhir para robot apung disajikan sebagai syarat akhir. Dengan menggunakan model multi agen dan fungsional ongkos diperoleh fungsi Hamiltonian. Dari fungsi Hamiltonian diperoleh sistem Hamiltonian. Sistem

Hamiltonian tersebut berupa sistem persamaan diferensial yang harus memenuhi syarat awal dan syarat akhir.

Perlu dicatat disini, bahwa sistem persamaan diferensial yang diperoleh bukanlah sistem persamaan diferensial yang integrabel, artinya sistem persamaan diferensial tidak dapat diselesaikan hanya dengan mengintegalkannya secara langsung. Jika secara umum, sistem persamaan diferensial mempunyai katakanlah sebanyak  $2n$  persamaan, maka  $n$  buah persamaan mempunyai syarat awal dan akhir, sedang  $n$  buah persamaan yang lain tidak mempunyai syarat sama sekali. Dalam paper ini karena dalam satu robot apung terdapat 6 persamaan keadaan dan 6 persamaan keadaan pembantu, maka total banyaknya persamaan untuk satu robot apung adalah 12 persamaan. Jadi untuk merancang pengendalian untuk lima buah robot apung, total akan diperoleh 60 buah persamaan diferensial non linear. Dari 60 buah persamaan diferensial ini, 30 buah persamaan yang merupakan persamaan keadaan mempunyai syarat awal dan syarat akhir yang harus dipenuhi, sedangkan 30 buah persamaan diferensial lain, yang merupakan persamaan keadaan pembantu tidak mempunyai syarat. Dari sinilah, alasannya perlu pendekatan tersendiri untuk menyelesaikan masalah numerik ini, karena bila syarat awal untuk ketigapuluh persamaan dilakukan dengan sebarang atau *trial and error* tentu akan relatif sulit dan tidak sistematis dalam menyelesaikan masalah.

Pendekatan dilakukan dengan cara mengubah permasalahan menjadi masalah nilai awal. Seluruh sistem persamaan diferensial yang berjumlah 60 buah persamaan diubah menjadi masalah nilai awal, 30 buah persamaan keadaan yang mempunyai syarat awal tadi menggunakan syarat awal yang sudah mereka miliki, sementara 30 buah persamaan yang lain, yang belum mempunyai syarat awal dilakukan pendekatan dengan membuat tebakan awal untuk 30 buah syarat awal bagi persamaan-persamaan yang belum mempunyai syarat awal tadi. Misalkan tebakan awal yang diberikan untuk ketigapuluh syarat awal tersebut disimbolisir dengan  $\cdot$ .

Sesudah syarat awal tebakan mula-mula dimasukkan ke sistem persamaan diferensial, diperoleh nilai akhir hasil iterasi yang pertama yang disimbolisir dengan  $\mathbf{x}(T; \mathbf{a})$ , selanjutnya didefinisikan

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}(T; \mathbf{a}) - \mathbf{x}_d(T)$$

$$= \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

dengan  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$  merupakan simbol dari  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial a_i}$  yang merupakan gradien di  $\mathbf{a}$ . Jika  $\mathbf{e} < 0$  maka ditetapkan  $\mathbf{a} = \mathbf{a} - \alpha \mathbf{g}$  ( $\mathbf{g} = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{a}}$ ). Jika terjadi sebaliknya, maka diambil  $\mathbf{a} = \mathbf{a} + \alpha \mathbf{g}$  dan nilai  $\alpha$  ditetapkan sebagai  $\alpha = 0.01$  untuk menjamin agar nilai turun. Proses selanjutnya disubstitusi dengan  $\mathbf{a}$  dan nantinya dengan proses yang serupa dapat diperoleh  $\mathbf{a}$ , dan seterusnya sehingga diperoleh barisan  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots$  dan proses berhenti sampai dengan diperoleh  $\mathbf{e} = \mathbf{0}$ , yang artinya secara fisik adalah nilai pendekatan syarat awal untuk ketigapuluh buah persamaan diferensial yang tidak mempunyai syarat awal tadi sudah diperoleh dan menghasilkan nilai akhir  $\mathbf{x}(T)$  yang sedekat mungkin atau memenuhi toleransi error dengan syarat akhir yang sudah ditetapkan.

Proses pencarian pendekatan syarat awal untuk persamaan-persamaan keadaan pembantu dilakukan dengan bantuan perangkat lunak matlab. Selain proses numerik yang dilakukan dengan bantuan komputer, diperlukan pula jaminan secara matematis yang menjamin bahwa langkah-langkah yang dihasilkan dengan bantuan komputer akan konvergen menuju ke syarat awal persamaan keadaan pembantu yang membuat syarat akhir hasil perhitungan sedekat mungkin dengan syarat akhir yang dipersyaratkan. Adapun metode matematika yang digunakan untuk meminimumkan  $\mathbf{e}$  adalah metode Steepest Descent

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model satu buah robot apung dalam paper ini, memanfaatkan model persamaan keadaan satu buah kapal diberikan dalam bentuk sistem dinamik berupa sistem persamaan diferensial non linear order satu yang mengikuti pustaka [12] serta pustaka [13] sebagai

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \\ \dot{y} &= v \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{x} &= u \cos(\psi) - v \sin(\psi) \\ \dot{y} &= v \sin(\psi) + u \cos(\psi) \end{aligned} \quad (2.2)$$

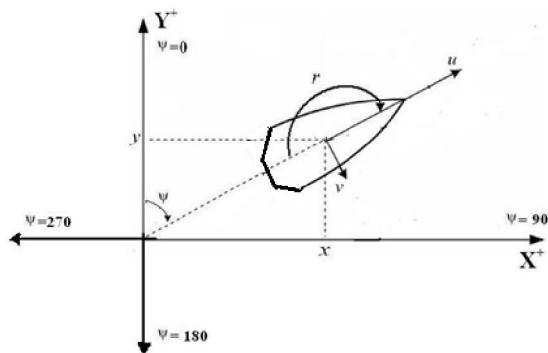
dengan persamaan kendali mengikuti pustaka [12] yang diberikan sebagai

$$u = -0.0562 v + r, \quad (2.3)$$

dengan  $u$ ,  $v$ , dan  $r$  berturut-turut merupakan kecepatan robot apung ke depan (*surge*), kecepatan robot apung ke samping (*sway*), dan **sudut** robot apung. Secara fisis [ $\psi$ ,  $\psi$ ] merupakan kecepatan robot apung, sedangkan  $\psi$  adalah orientasi robot apung. Selanjutnya,  $\psi$  dan  $\psi$  berturut-turut adalah *yaw rate* dan sudut ruder robot apung. Terakhir  $(x(t), y(t))$  merupakan posisi robot apung pada bidang. Variabel keadaan untuk model yang disajikan dalam Persamaan (2.2) dan Persamaan (2.3) adalah  $x, y, \psi, \psi$ , dan  $\psi$ , sedangkan variabel input atau kontrol adalah  $u, v, r$ , yang secara fisik adalah sudut *rudder* robot apung. Dalam persamaan (2) dan (3),  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{\psi}$  merupakan persamaan kinematik, sedangkan  $x, y, \psi$  dan  $\psi$  adalah persamaan dinamik.

Untuk menggambarkan posisi dari masing-masing variabel keadaan perlu didefinisikan dahulu sumbu-sumbu koordinat yang akan digunakan. Sumbu koordinat yang digunakan dalam paper ini adalah sumbu koordinat Timur-Utara-Atas, artinya arah Timur sebagai sumbu  $X^+$ , arah Utara sebagai sumbu  $Y^+$  dan arah Atas

sebagai sumbu  $Z^+$ . Penjelasan yang lebih detail mengenai sumbu koordinat ini dapat merujuk tulisan pada pustaka [13]. Karena dalam paper ini simulasi dibatasi pada 2 dimensi atau pada bidang maka sumbu koordinat yang dipilih adalah sumbu X dan sumbu Y. Deskripsi sudut *heading* dapat dilihat pada Gambar 3.1, di mana  $\psi = 0$  berhimpit dengan sumbu  $Y^+$  dan  $\psi = 90$  derajat berhimpit dengan sumbu  $X^+$  dan seterusnya. Posisi dari variabel-variabel keadaan ini dapat dilihat pada Gambar 1 berikut ini.



Gambar 3.1 Variabel keadaan satu buah robot apung

Berikutnya, model multi robot apung dapat yang diperoleh dari model satu robot apung yang digunakan dalam paper ini disajikan sebagai berikut. Model untuk robot apung 1 adalah

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \cos(\psi) - v \sin(\psi) \\ \dot{y} &= u \sin(\psi) + v \cos(\psi) \\ \dot{\psi} &= \omega \end{aligned}$$

selanjutnya model untuk robot apung 2 adalah

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u_1 \cos(\psi_1) - v_1 \sin(\psi_1) \\ \dot{y} &= u_1 \sin(\psi_1) + v_1 \cos(\psi_1) \\ \dot{\psi} &= \omega_1 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dan model robot apung ke  $k$  adalah

$\dot{x} = u \cos(\psi) - v \sin(\psi)$   
 $\dot{y} = u \sin(\psi) + v \cos(\psi)$   
 $\dot{\psi} = \omega$   
 $\dot{x} = u_1 \cos(\psi_1) - v_1 \sin(\psi_1)$   
 $\dot{y} = u_1 \sin(\psi_1) + v_1 \cos(\psi_1)$   
 $\dot{\psi} = \omega_1$   
 dengan  $i=1,2,\dots,k$ ,  $u_i$  adalah kecepatan ke depan (*surge*) robot apung ke  $i$ ,  $v_i$  adalah kecepatan ke samping (*sway*) robot apung ke  $i$ ,  $\omega_i$  adalah sudut yaw rate robot apung ke  $i$ ,  $K_i$  adalah konstanta persamaan kontrol robot apung ke  $i$  dan  $\psi_i$  adalah sudut ruder robot apung ke  $i$  dan  $(x_i, y_i) = (x_i^0, y_i^0)$  adalah posisi koordinat kapal ke  $i$  pada bidang. Keadaan awal para robot apung diberikan sebagai syarat awal

$$\begin{aligned} x_i(0) &= x_i^0 \\ y_i(0) &= y_i^0 \\ \psi_i(0) &= \psi_i^0 \\ \omega_i(0) &= \omega_i^0 \end{aligned} \tag{3.2}$$

dan keadaan akhir para robot apung diberikan sebagai syarat akhir

$$\begin{aligned} x_i(t_f) &= x_i^f \\ y_i(t_f) &= y_i^f \\ \psi_i(t_f) &= \psi_i^f \\ \omega_i(t_f) &= \omega_i^f \end{aligned} \tag{3.3}$$

untuk  $i = 1,2,3, \dots$ . Bila posisi robot pada saat  $t$  dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned} x_i(t) &= x_i(t) \\ y_i(t) &= y_i(t) \end{aligned} \tag{3.4}$$

maka fungsional ongkos yang mendeskripsikan gerakan bersama para robot apung yaitu berpindah bersama-sama dengan berformasi dari posisi asal ke posisi akhir dengan tidak saling menjauh dan tidak saling bertabrakan disajikan sebagai suatu fungsional yang disajikan sebagai berikut,

$$J = \int_0^{t_f} L(x, y, \psi, \omega, u, v, \omega) dt$$

$$\dots - \dots - \dots \quad (3.5)$$

Dalam fungsional yang disajikan dalam Persamaan (3.5), suku pertama merupakan total tambahan energi spesifik yang dibutuhkan dalam pengendalian para kapal agar bergerak dalam formasi dengan adalah kontanta positif yang dapat disubstitusi misalnya dengan massa robot apung. Suku kedua merupakan suku tolakan dengan adalah konstanta tolakan yang bernilai positif. Sedangkan suku ketiga adalah suku yang memaksa para kapal berjarak satuan satu sama lain, dengan adalah konstanta tarikan yang bernilai positif. Dari model multi robot apung dan fungsional ongkos  $J$  maka fungsi Hamilton masalah di atas adalah

$$= + ,$$

dengan dan . Selanjutnya, untuk  $= 1,2,3, \dots$ , sistem Hamilton - agennya adalah

$$= - \quad (3.6)$$

$$= -.$$

Dengan prinsip Maksimum Pontryagin, diperoleh syarat stasioner sebagai berikut

$$- = 0 \quad (3.7)$$

untuk  $= 1,2,3, \dots$ . Dengan persamaan yang telah disajikan dalam (3.7) dapat diperoleh persamaan variabel kontrol yaitu sebagai fungsi dari variabel keadaan. Dengan demikian dari persamaan (3.7) formulasi untuk kontrol optimum telah didapat. Formulasi untuk kontrol optimum yang merupakan hasil dari persamaan (3.7) selanjutnya disubstitusikan dalam sistem Persamaan (3.6), sehingga diperoleh sistem persamaan diferensial sebagai berikut

$$(3.8)$$

$$- \quad (3.9)$$

untuk  $= 1,2,3, \dots$ . Sistem (3.8) dan (3.9) di atas memuat sepasang sistem yang

harus diselesaikan untuk mendapatkan persamaan . Persamaan (3.8) mempunyai syarat awal dan syarat akhir yang harus dipenuhi, akan tetapi dalam persamaan (3.9), yang disebut persamaan keadaan pembantu, syarat awalnya tidak diketahui. Dengan Metode *Steepest Descent* yang telah dimodifikasi seperti yang diuraikan dalam metode penelitian diperoleh pendekatan terbaik untuk syarat awal persamaan-persamaan keadaan pembantu. Selanjutnya simulasi pengendalian lima buah robot apung dapat dilakukan. Sebelumnya hasil simulasi diberikan, disini disajikan dulu skenario simulasi, yaitu simulasi gerak lurus dan gerak lengkung.

#### 4. SKENARIO SIMULASI

##### Skenario Simulasi Pengendalian 5 robot apung yang bergerak lurus

Skenario simulasi gerak lurus 5 disajikan sebagai berikut. Keadaan awal para robot apung secara detail diberikan sebagai berikut, robot apung 1 berkecepatan ke depan 5 m/det dan berada pada koordinat (90,10) dengan satuan m, robot apung 2 berkecepatan ke depan 4 m/det dan berada pada koordinat (10,10) dengan satuan m, robot apung 3 berkecepatan ke depan 4 m/det dan berada pada koordinat (170,10) dengan satuan m, robot apung 4 berkecepatan ke depan 4,5 m/det dan berada pada koordinat (50,10) dengan satuan m serta robot apung 5 berkecepatan ke depan 4,5 m/det dan berada pada koordinat (130,10) dengan satuan m. Seluruh robot apung berkecepatan ke samping awal 0, bersudut *heading* awal 0 dan mempunyai *yaw rate* awal 0.

Berikutnya, skenario keadaan akhir pada  $t=60$  detik untuk simulasi gerak lurus yang melibatkan 5 robot apung, di mana robot apung 1 berkecepatan ke depan 5 m/det dan berada pada koordinat (90,310) dengan satuan m, robot apung 2 berkecepatan ke depan 4 m/det dan berada pada koordinat (10,250) dengan satuan m, robot apung 3 berkecepatan ke depan 4 m/det dan berada pada koordinat (170,250)

dengan satuan m, robot apung 4 berkecepatan ke depan 4,5 m/det dan berada pada koordinat (50,280) dengan satuan m serta robot apung 5 berkecepatan ke depan 4,5 m/det dan berada pada koordinat (130,280) dengan satuan m. Seluruh robot apung berkecepatan ke samping akhir 0, bersudut *heading* akhir 0 dan mempunyai *yaw rate* akhir 0.

### **Skenario simulasi pengendalian 5 robot apung yang bergerak lengkung**

Keadaan awal para robot apung saat  $t=0$  diberikan secara rinci sebagai berikut, robot apung 1 berkecepatan ke depan 3 m/det dan berada pada koordinat (90,10) dengan satuan m, robot apung 2 berkecepatan ke depan 1 m/det dan berada pada koordinat (10,10), robot apung 3 berkecepatan ke depan 1 m/det dan berada pada koordinat (170,10) dengan satuan m, robot apung 4 berkecepatan ke depan 2 m/det dan berada pada koordinat (50,10) dengan satuan m, terakhir robot apung 5 berkecepatan ke depan 2 m/det dan berada pada koordinat (130,10) dengan satuan m. Seluruh robot apung berkecepatan ke samping awal 6 m/det, mempunyai sudut *heading* awal 0 dan mempunyai *yaw rate* awal 5 deg/det.

Keadaan akhir para robot apung yang melakukan gerak lengkung setelah  $t=5$  detik diberikan sebagai berikut, robot apung 1 berkecepatan ke depan 3 m/det, bersudut *heading* 170 derajat, mempunyai *yaw rate* 60 deg/det dan berada pada koordinat (95,33) dengan satuan m, robot apung 2 berkecepatan ke depan 1 m/det, bersudut *heading* 180 derajat, mempunyai *yaw rate* 70 deg/det dan berada pada koordinat (16,27) dengan satuan m, robot apung 3 berkecepatan ke depan 1 m/det, bersudut *heading* 180 derajat, mempunyai *yaw rate* 70 deg/det dan berada pada koordinat (176,27) dengan satuan m, robot apung 4 berkecepatan ke depan 2 m/det, bersudut *heading* 160 derajat, mempunyai *yaw rate* 55 deg/det dan berada pada koordinat (57,31) dengan satuan m dan terakhir robot apung 5 berkecepatan ke

depan 2 m/det, bersudut *heading* 160 derajat, mempunyai *yaw rate* 55 deg/det dan berada pada koordinat (137,31) dengan satuan m. Seluruh robot apung berkecepatan ke samping akhir sebesar 6 m/det.

## **5. HASIL SIMULASI**

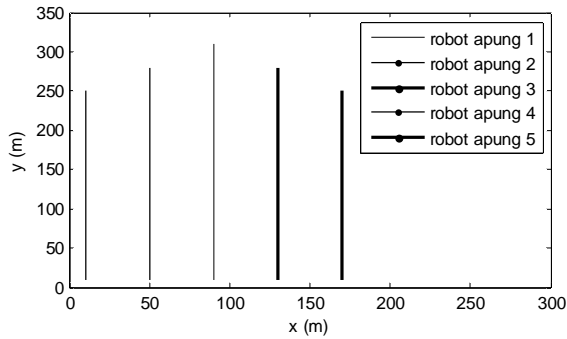
### **Hasil simulasi gerak lurus lima robot apung**

Para robot apung diharuskan bergerak tidak menjauh satu sama lain dan juga tidak bertabrakan. Pada skenario gerak lurus, tanpa mengubah sudut *rudder*. Selanjutnya hasil simulasi untuk gerak lurus diberikan pada Gambar 2. Pada Gambar 2, robot apung satu berada pada posisi paling depan hal ini sesuai dengan skenario simulasi di mana robot apung satu mempunyai kecepatan ke depan yang paling besar. Robot apung 4 dan 5 dibelakang robot apung 1, hal ini sesuai dengan skenario simulasi gerak lurus di mana kecepatan ke depan robot apung 4 dan 5 kurang dari kecepatan ke depan robot apung 1, tetapi lebih besar dari kecepatan robot apung 2 dan 3, yang bergerak paling belakang. Simulasi gerak lurus ini menunjukkan tanpa adanya input untuk semua robot apung, bila keadaannya seperti yang dipersyaratkan dalam skenario gerak lurus, gerak lurus dapat dilakukan oleh para robot apung. Jadi plot input untuk semua robot apung pada skenario gerak lurus adalah 0 seperti yang disajikan dalam Gambar 3.

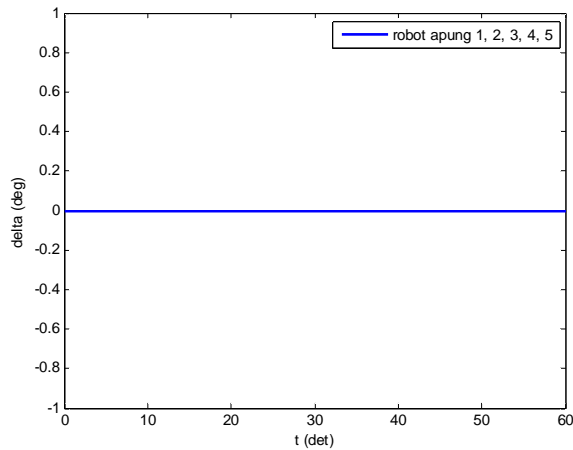
### **Hasil simulasi gerak lengkung lima robot apung**

Pada simulasi gerak lurus, para robot input tanpa diberi input sudah dapat bergerak dengan baik. Pada simulasi gerak lengkung ini, karena terjadi perubahan *sudut heading* robot apung, makamau tidak mau para robot apung harus diberi input. Hasil simulasi yang menunjukkan posisi para robot apung yang berhasil bergerak lengkung dan memenuhi skenario simulasi gerak lengkung disajikan dalam Gambar 4. Perubahan sudut *heading* atau sudut hadap robot apung yang terjadi dapat dilihat dari gerakan yang melengkung. Perubahan sudut ini dapat terjadi karena adanya perubahan atau input pada sudut *rudder* atau delta. Hal ini berbeda dengan gerak lurus,

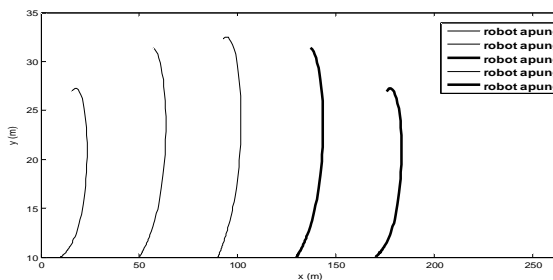
dalam gerak lurus tidak terjadi perubahan sudut *rudder* atau delta sehingga sudut heading robot apung tidak berubah. Plot input yaitu perubahan sudut *rudder* atau delta versus waktu atau disimbolisir dengan  $t$  disajikan dalam Gambar 5.4.



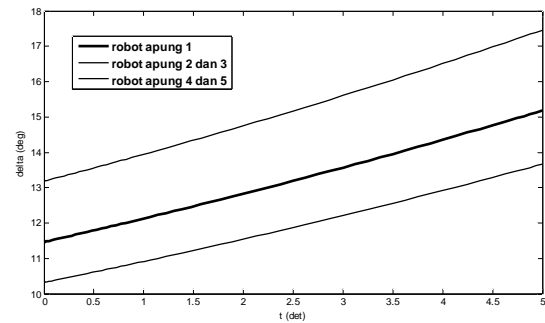
Gambar 5.1 Plot hasil simulasi gerak lurus lima buah robot apung



Gambar 5.2 Plot input untuk masing-masing robot apung untuk simulasi gerak lurus



Gambar 5.3 Plot hasil simulasi gerak lrgkung lima robot apung



Gambar 5.4 Plot input masing-masing robot apung untuk simulasi gerak lengkung

## 6. KESIMPULAN

Dari hasil simulasi yang diberikan, dapat disimpulkan bahwa pengendalian multi robot apung dengan menggunakan strategi kontrol optimum telah berhasil dilakukan dengan baik dan sesuai dengan skenario simulasi. Penggunaan Prinsip Maksimum Pontryagin dalam strategi kontrol optimum yang membawa situasi pada penyelesaian sistem persamaan diferensial yang tidak lengkap syaratnya. Dengan metode yang diberikan dalam metode penelitian, pengendalian multi ronbot apung dapat dilakukan . Model robot apung yang disajikan dalam Persamaan (2.2) dan (2.3), merupakan model robot apung bergerak dengan dengan *single input*, yaitu sudut rudder yang digunakan untuk mengubah arah robot atau sudut *heading*. Simulasi gerak lurus berhasil menunjukkan robot apung yang bergerak lurus tanpa adanya perubahan sudut heading dapat bergerak lurus sesuai skenario tanpa perlu input. Pada simulasi gerak lengkung, perlu adanya input robot apung yang dimodelkan, berhasil dikendalikan dengan baik. Skenario simulasi masih dapat ditingkatkan pada kerja berikutnya, misalnya saja para robot apung diarsukan menghindari halangan tertentu. Pada kerja selanjutnya juga dapat dipertimbangkan model robot apung dengan input lebih dari satu, dan dengan tugas yang lebih rumit tidak hanya bergerak bersama-sama.

## 7. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Welder, P., *UC Berkeley Launches Swarm of 100 Floating Robots*, retrieved from <http://idealab.talkingpointsmemo.com/2012/>

- 05/uc-berkeley-launches-swarm-of-100-floating-robots.php on 10 July 2013.
- [2] Fink, J., Michael, N., Kim, S., dan Kumar, V., (2011), Planning and Control for Cooperative Manipulation and Transportation with Aerial Robots, *The International Journal of Robotics Research*, 30 (3) : 324-334.
- [3] Kaliappan, V.K., Yong, H., Min, D., Budiyo, A., (2011), Behavior-based decentralized approach for cooperative control of a multiple small scale unmanned helicopter, *Proceeding of International Conference on Intelligent Systems Design and Applications, Córdoba, Spain*, pp. 196-201.
- [4] Lindsey, Q., Mellinger, D., Kumar, V., (2012), Construction with quadrotor teams, *Autonomous Robots*, 33(3) : 323-336.
- [5] Michael, N., Stump, E. dan Kartik Mohta, K., (2011), Persistent Surveillance with a Team of MAVs, *Proceeding of International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2011, San Francisco, CA, USA*, pp. 2708-2714.
- [6] Turpin, M., Michael, N., dan Kumar, V., (2012), Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors, *Autonomous Robots*, 33 (1-2) : 143-156.
- [7] Tjahjana, H., Pranoto, I., Muhammad, H., dan Naiborhu, J., (2008), Aplikasi Optimasi Trajektori Sistem Dua Agen Linear dengan Metoda Steepest Descent Pada Pengendalian Dua Kapal, *Jurnal Teknik Mesin*, 8(2) : 99-106.(7)
- [8] Tjahjana, H., Pranoto, I., Muhammad, H., dan Naiborhu, J., (2009), On The Optimal Control Computation of Linear Systems, *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, 15(1) : 13-20.
- [9] Tjahjana, H., (2010), Model Sistem Multi Agen Linear Dengan Formasi segitiga, *Jurnal Matematika*, 13(3) : 111-116.
- [10] Tjahjana, H., (2011), Aplikasi Sistem Multi Agen pada Pengendalian Tiga Kapal Sekaligus, *Jurnal Matematika*, 14(2) : 73-78.
- [11] Tjahjana, H., (2012), Penentuan Trajektori Kereta Dubin Melalui Kontrol Optimum, *Jurnal Matematika*, 15(1) : 17-22.
- [12] Tzeng, C.W. dan Cheng, J.F., (1999), Fundamental Properties of Linear Ship Steering Dynamic Model, *Journal of Marine Science and Technology*, 7(2) : 79-88.
- [13] Fossen, T.I., (2009), *Guidance and control*, Lecturer Note, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.
-