

PROGRAM LINIER FUZZY PENUH DENGAN METODE KUMAR

Shintia Devi Wahyudy¹, Bambang Irawanto²,
^{1,2}Jurusan Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang
¹Shintiadevi15@gmail.com, ²b_irawanto@yahoo.co.id

Abstract. Fully fuzzy linear programming is part of a crisp linear programming (linear programming with a number of crisp) which the numbers used are fuzzy numbers. Solving a fully fuzzy linear programming problems by using Kumar method to fuzzy optimal solution and crisp optimal value.. Solving fuzzy optimal solution by Kumar method on triangular fuzzy number to divide into tree objective functions and defuzzification by using ranking function and α -cutting to get crisp optimal solution. This paper discusses about Kumar methods method for solving fully fuzzy linear programming in which fuzzy numbers used are triangular fuzzy numbers.

Keywords : Fully Fuzzy Linear Programming, Triangular Fuzzy Number, α , Kumar Method

1. PENDAHULUAN

Dalam program linier terdapat salah satu asumsi dasar, yaitu asumsi kepastian (pendefinisian yang baik dan tegas), dimana setiap parameter data dalam program linier diketahui secara pasti [1]. Dalam kehidupan sehari-hari, parameter yang ada tidak dapat dinyatakan dengan formula yang tegas sehingga ini bukan asumsi yang realistis. Oleh karena itu, program linier (tegas) dikembangkan menjadi program linier fuzzy penuh. Zadeh mendefinisikan himpunan fuzzy dengan menggunakan apa yang disebutnya fungsi keanggotaan (*membership function*), yang nilainya berada dalam selang tertutup $[0,1]$. Jadi keanggotaan dalam himpunan fuzzy tidak lagi merupakan sesuatu yang tegas (yaitu anggota atau bukan anggota), melainkan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinu [2]. Beberapa metode telah dikembangkan untuk menyelesaikan masalah program linier fuzzy penuh, seperti metode Kumar pada [3]. Dalam tulisan ini, dibahas penyelesaian program linier fuzzy penuh dengan metode Kumar. Langkah-langkah pada metode Kumar dapat menghasilkan solusi optimal fuzzy, nilai optimal fuzzy, solusi optimal crisp dan nilai optimal crisp

2. PEMBAHASAN

2.1 Himpunan Fuzzy

Dibawah ini diberikan pengertian dari himpunan fuzzy

Definisi 2.1. [4] Himpunan fuzzy di dalam semesta pembicaraan U didefinisikan sebagai himpunan yang mencirikan suatu fungsi keanggotaan $\mu(x)$ yang mengawankan setiap $x \in U$ dengan bilangan real di dalam interval $[0,1]$.

$$\mu : U \rightarrow [0,1]$$

dimana nilai $\mu(x)$ menunjukkan tingkat keanggotaan (*membership*) dari x pada U .

Definisi 2.2. [3] Bilangan fuzzy adalah himpunan fuzzy dalam bilangan real yang memenuhi kondisi normalitas dan konveksitas. Bilangan fuzzy $\tilde{a} = (a, b, c)$ dinamakan bilangan segitiga fuzzy jika fungsi keanggotaannya diberikan oleh:

$$\mu_{\tilde{a}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & a \leq x < b, \\ 1, & x = b, \\ \frac{(c-x)}{(c-b)}, & b < x \leq c, \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan a, b, c yang sesuai dengan fungsi keanggotaan bilangan segitiga fuzzy.

Selanjutnya diberikan $F(\mathbb{R})$ adalah himpunan dari bilangan bilangan fuzzy.[2]

$rank(A) = m$, kolom A sebagai $[B, N]$ dengan B adalah matriks $m \times n$. Vektor $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, di mana $x_i \geq 0$ disebut solusi fisibel dasar dari sistem. B disebut matriks dasar dan N disebut bukan matriks dasar. Komponen dari B disebut variabel dasar. Jika $x_i > 0$, maka disebut non-degenerasi solusi fisibel dasar. Jika $x_i = 0$ maka disebut degenerasi solusi fisibel dasar.

Definisi 2.9 [6] Sebuah solusi fisibel dasar fuzzy untuk masalah program linier fuzzy dikatakan solusi optimal fisibel dasar fuzzy jika $z = c^T x$ dimana z adalah nilai fungsi tujuan untuk semua solusi fisibel fuzzy.

Persamaan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan metode Kumar. Langkah-langkah dari metode Kumar dalam menyelesaikan masalah program linier fuzzy penuh yaitu sebagai berikut:

1. Langkah 1 [3]

Substitusikan $x_i = 0$; $x_j = 0$; $x_k = 0$; maka masalah PLFP dapat ditulis sebagai:

Memaksimalkan (atau meminimalkan) $z = c^T x$, dengan kendala $Ax = b$, $x \geq 0$, $x_i \geq 0, \dots, x_n$, adalah bilangan *triangular fuzzy* non-negatif.

2. Langkah 2 [3]

Jika semua parameter a_{ij} , b_i , dan c_j direpresentasikan oleh bilangan *triangular fuzzy* $(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij})$, dan (b_i, α_i, β_i) , masing-masing merupakan masalah PLFP, berdasarkan langkah 1 dapat ditulis:

Memaksimalkan (atau meminimalkan) $z = c^T x$, dengan kendala $Ax = b$, $x \geq 0$, $x_i \geq 0, \dots, x_n$, $(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}) = 1, 2, \dots, n$,

(b_i, α_i, β_i) adalah bilangan *triangular fuzzy* non-negatif.

3. Langkah 3 [3]

Diasumsikan $(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}) = 1, 2, \dots, n$ adalah masalah PLFP, berdasarkan langkah 2 dapat ditulis:

Memaksimalkan (atau meminimalkan) $z = c^T x$, dengan kendala $Ax = b$, $x \geq 0$, $x_i \geq 0, \dots, x_n$,

$(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}) = (1, 2, \dots, n)$ adalah bilangan *triangular fuzzy* non-negatif.

4. Langkah 4 [3]

Dengan menggunakan operasi aritmatika dalam masalah program linier *fuzzy* dan berdasarkan langkah 3 maka diubah menjadi masalah PLC (Program Linier *Crisp*) yaitu sebagai berikut:

Memaksimalkan (atau meminimalkan) $z = c^T x$, dengan

$(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}) = 1, 2, \dots, n$, $(b_i, \alpha_i, \beta_i) = 1, 2, \dots, n$, $(c_j, \alpha_j, \beta_j) = 1, 2, \dots, n$, dengan kendala

$(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}) = 1, 2, \dots, n$, $(b_i, \alpha_i, \beta_i) = 1, 2, \dots, n$, $(c_j, \alpha_j, \beta_j) = 1, 2, \dots, n$, $x_i \geq 0, \dots, x_n = 1, 2, \dots, n$.

5. Langkah 5 [3]

Menemukan solusi optimal *crisp* z^* , dan dengan menyelesaikan masalah CLP, berdasarkan langkah 4 menggunakan metode dua fase.

6. Langkah 6 [3]

Menemukan solusi optimal *fuzzy* dengan memasukkan nilai dari z^* , dan kedalam $(a_{ij}, \alpha_{ij}, \beta_{ij}) = 1, 2, \dots, n$.

7. Langkah 7 [3]
Menemukan nilai optimal *fuzzy* dengan memasukkan nilai kedalam
8. Langkah 8
Melakukan penegasan (*defuzzification*) nilai optimal *fuzzy* dengan
Cara I [3] Fungsi pemeringkatan (*ranking function*) = _____
Cara II [7] Potongan- (*-cutting*)

Contoh Kasus

Seorang mahasiswa melakukan percobaan tentang intensitas penyiraman terhadap tumbuhan. Dalam melakukan percobaannya, mahasiswa tersebut harus mempertimbangkan kuantitas air yang digunakan dalam penyiraman. Kuantitas air yang digunakan sebisa mungkin diefisienkan untuk meminimalkan tagihan biaya air yang akan dibayarkan. Data selengkapnya yaitu sebagai berikut:

Tabel 2.1 Tabel Intensitas Penyiraman Tanaman

Intensitas penyiraman (liter/hari)	Tumbuhan		Biaya (dalam ratusan rupiah)
	A	B	
I	(0,1,2)	(1,2,3)	(1,2,3)
II	(1,2,3)	(0,1,2)	(2,3,4)
Kapasitas air (liter/hari)	(2,10,24)	(1,8,21)	

Hitunglah nilai optimal *fuzzy* dan nilai optimal *crisp* untuk meminimalkan pengeluaran biaya tagihan air yang digunakan untuk penyiraman tumbuhan. Berdasarkan Tabel 2.1, informasi yang diperoleh yaitu:

Intensitas penyiraman I untuk tumbuhan A adalah **kurang lebih** 1 liter/hari yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (0,1,2). Intensitas penyiraman I untuk tumbuhan B adalah **kurang lebih** 2 liter/hari yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (1,2,3). Dengan biaya air yang dikeluarkan untuk intensitas penyiraman I yaitu **kurang lebih** 200

rupiah yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (1,2,3).

Intensitas penyiraman II untuk tumbuhan A adalah **kurang lebih** 2 liter/hari yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (1,2,3). Intensitas penyiraman II untuk tumbuhan B adalah **kurang lebih** 1 liter/hari yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (0,1,2). Dengan biaya air yang dikeluarkan untuk intensitas penyiraman II yaitu **kurang lebih** 300 rupiah yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (2,3,4).

Kapasitas air yang tersedia terhadap intensitas penyiraman I dan intensitas penyiraman II untuk tumbuhan A yaitu **kurang lebih** 8 liter/hari yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (2,10,24).

Kapasitas air yang tersedia terhadap intensitas penyiraman I dan intensitas penyiraman II untuk tumbuhan B yaitu **kurang lebih** 10 liter/hari yang ditunjukkan oleh bilangan *triangular fuzzy* (1,8,21).

Solusi:

Variabel keputusan : adalah intensitas penyiraman I

: adalah intensitas penyiraman II

dengan = (, ,) dan = (, ,)

Fungsi tujuan: Meminimalkan = (1,2,3) (2,3,4) ,

Kendala: (0,1,2) (1,2,3) = (2,10,24),

(1,2,3) (0,1,2) = (1,8,21),

, adalah bilangan *triangular fuzzy* non-negatif.

Langkah 2, dengan = (, ,) dan = (, ,) maka masalah PLFP tersebut dapat ditulis:

Meminimalkan = (1,2,3) (, ,) (2,3,4) (, ,) ,

dengan kendala (0,1,2) (, ,) (1,2,3) (, ,) = (2,10,24),

(1,2,3) (, ,) (0,1,2) (, ,) = (1,8,21),

$(1, 3, 5), (2, 4, 6)$ adalah bilangan *triangular fuzzy* non-negatif.

Langkah 3, masalah PLFP tersebut dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \text{Meminimalkan } & Z = (1x + 2y, 2x + 3y, 3x + 4y), \\ \text{dengan kendala } & (0x + 1y, 1x + 2y, 2x + 3y) = (2, 10, 24), \\ & (1x + 0y, 2x + 1y, 3x + 2y) = (1, 8, 21), \end{aligned}$$

$(1, 3, 5), (2, 4, 6)$ adalah bilangan *triangular fuzzy* non-negatif.

Langkah 4, mengkonversi masalah PLFP kedalam masalah PLC.

$$\begin{aligned} \text{Meminimalkan } & Z = (1x + 2y, 2x + 3y, 3x + 4y), \\ \text{dengan } & x = x + 2y, \quad y = 2x + 3y \\ & x = 3y + 4y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{dengan kendala } & 0x + 1y = 2 \\ & 1x + 0y = 1 \\ & 1x + 2y = 10 \\ & 2x + 1y = 8 \\ & 2x + 3y = 24 \\ & 3x + 2y = 21 \\ & x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0. \end{aligned}$$

Langkah 5, menemukan solusi optimal PLFP dengan menggunakan metode dua fase dengan solusi optimal *crisp* yaitu

$$x = 1, \quad y = 2, \quad z = 3, \quad w = 2, \quad v = 4, \quad u = 6$$

Langkah 6, berdasarkan langkah 5 maka diperoleh solusi optimal *fuzzy* yaitu $(1, 2, 3)$ dan $(2, 4, 6)$.

Langkah 7, berdasarkan langkah 5 maka diperoleh nilai optimal *fuzzy* untuk masalah PLFP yaitu $(5, 16, 33)$.

Langkah 8, berdasarkan langkah 6 dilakukan Penegasan (*defuzzification*) nilai optimal *fuzzy* menjadi nilai optimal *crisp*:

Cara I

Nilai optimal *crisp* dapat diperoleh berdasarkan langkah 7, dengan

$$\begin{aligned} (5, 16, 33) & \text{ maka dilakukan penegasan (defuzzification) nilai optimal fuzzy menjadi nilai optimal crisp} \\ & = \frac{5 + 16 + 33}{3} = 17.5 \end{aligned}$$

Cara II

Berdasarkan bentuk fungsi keanggotan *triangular fuzzy*, dengan nilai optimal *fuzzy* $(5, 16, 33)$ maka diperoleh

Interval potongan- (*-cutting*) dari nilai optimal *fuzzy*

$$\begin{aligned} \mu_{(5, 16, 33)}(x) &= \frac{x - 5}{16 - 5} = \frac{x - 5}{11} + 5, \\ \mu_{(2, 4, 6)}(y) &= \frac{y - 2}{4 - 2} = -17 + 33 \\ &= (1, 2), \quad (3) = [11 + 5, -17 + 33] \end{aligned}$$

Jika $\alpha = 0.25$ maka diperoleh $[7.75, 28.75]$

Jika $\alpha = 0.5$ maka diperoleh $[10.5, 24.5]$

Jika $\alpha = 0.75$ maka diperoleh $[13.25, 20.25]$

Sehingga dengan potongan $\alpha = 0.25$, $\alpha = 0.5$ dan $\alpha = 0.75$ diperoleh nilai optimal *crisp*

$$\begin{aligned} &= [7.75, 28.75] \\ &= [10.5, 24.5] \\ &= [13.25, 20.25] \end{aligned}$$

Hal ini berarti mahasiswa tersebut harus menyiram tanaman dengan intensitas:

Intensitas penyiraman I $(1, 2, 3)$

Dengan $\alpha = \text{---}$ maka $\alpha = 2$

Interval potongan- (*-cutting*) dari solusi optimal *fuzzy*

$$\begin{aligned} \mu_{(1, 2, 3)}(x) &= \frac{x - 1}{2 - 1} = x + 1, \quad (3 - \\ &) = \frac{3 - 1}{2 - 1} = - + 3 \\ &= (1, 2), \quad (3) = [+ 1, - + 3] \end{aligned}$$

Jika $\alpha = 0.25$ maka diperoleh $[1.25, 2.75]$

Jika $\alpha = 0.5$ maka diperoleh $[1.5, 2.5]$

Jika $\alpha = 0.75$ maka diperoleh $[1.75, 2.25]$

Sehingga dengan potongan $\alpha = 0.25$, $\alpha = 0.5$ dan $\alpha = 0.75$ diperoleh solusi optimal *crisp*

$$\begin{aligned} &= [1.25, 2.75] \\ &= [1.5, 2.5] \\ &= [1.75, 2.25] \end{aligned}$$

Intensitas penyiraman II $(2, 4, 6)$

Dengan $\alpha = \text{---}$ maka $\alpha = 4$

Interval potongan- (*-cutting*) dari solusi optimal *fuzzy*

$$\begin{aligned} \underline{(\quad)} &= \quad = 2 + 2 \\ \underline{(\quad)} &= \quad = -2 + 6 \\ &= (\quad), (\quad) = [2 + 2, -2 + 6] \end{aligned}$$

Jika $\alpha = 0.25$ maka diperoleh $\mu = [2.5, 5.5]$

Jika $\alpha = 0.5$ maka diperoleh $\mu = [3, 5]$

Jika $\alpha = 0.75$ maka diperoleh $\mu = [3.5, 4.5]$

Sehingga dengan potongan $\alpha = 0.25$, $\alpha = 0.5$ dan $\alpha = 0.75$ diperoleh solusi optimal *crisp*

$$\begin{aligned} &= [2.5, 5.5] \\ [3, 5] &= [3.5, 4.5] \end{aligned}$$

Mahasiswa tersebut harus menyiram tumbuhan dengan intensitas penyiraman I yaitu 2 liter/hari dan intensitas penyiraman II yaitu 4 liter/hari agar biaya tagihan air yang dibayarkan adalah Rp1750 perhari. Mahasiswa tersebut juga bisa menyiram tumbuhan (dengan $\alpha = 0.75$ karena intervalnya lebih kecil dan mendekati nilai *crispnya*) dengan intensitas penyiraman I yaitu 1.75 sampai 2.25 liter/hari dan intensitas penyiraman II yaitu 3.5 sampai 4.5 liter/hari agar biaya tagihan air yang dibayarkan adalah Rp1325 sampai Rp2025 perhari.

3. PENUTUP

Metode Kumar dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah PLFP dengan dua variabel *fuzzy*. Dengan mengubah menjadi tiga fungsi tujuan untuk didapatkan solusi optimal pada masing masing fungsi tujuan. Nilai optimal *crisp* deperoleh dengan menggunakan fungsi peringkat . Nilai optimal *crisp* juga dapat di peroleh dengan cara interval potongan – .

4. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Hillier, Frederick S dan Gerald J. Liberman, (1990), *Introduction to Operations Research Fifth Edition*. Jakarta: Erlangga
- [2] Susilo, Frans, (2006), *Himpunan & Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [3] Kumar, Amit. Jagdeep Kaur. Pushpinder Singh, (2011), A New Method For Solving Fully Fuzzy Linear Problemming Problem. *International Journal of Applied Mathematics Modelling*, 35(2) : 817-823.
- [4] Klir, George J. dan Yuan Bo, (1995), *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic – Theory and Appllications*. New Jersey: Prentice Hall P T R.
- [5] R. Ezzati, E. Khorram, R. Enayati, (2013), A new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the MOLP problem, *Appl. Math. Model* : 1-11.
- [6] Beaula, T, Rajalakshmi, S., (2012), “Solving Fully Fuzzy Linear Programming Problem using Breaking Points”, *International Journal of Applied Operational Research*. 2(3) :11-20.
- [7] Palash, D, Hrishikesh, B, Tazid, A., (2011), Fuzzy Arithmetic with and without using α -cut method: A Comparative Study, *International Journal of Latest Trends in Computing*, 2(1) : 99-107.