

# TEOREMA INTERPOLASI UNTUK LOGIKA PREDIKAT SUBSTRUKTUR DENGAN ATURAN *MINGLE*

Bayu Surarso  
Program Studi Matematika FMIPA UNDIP  
Jl. Prof. Soedarto, SH, Semarang, 50275

**Abstract.** It is known that the interpolation theorem for Full Lambek Substructural Logic and its standard extensions can be proved using proof-theoretical methods. In fact, they can be proved by a well known method called Maehara's method, or its modifications. In the present paper, by proving the cut elimination theorem and then using a modification of Maehara's method, we prove the interpolation problem for logics obtaining from some standard extensions of Full Lambek Logic by adding rule called mingle.

**Keywords:** Interpolation theorem, cut elimination theorem, Maehara's method, FL, mingle.

## 1. PENDAHULUAN

Misalkan ekspresi  $V(A)$  menyatakan himpunan variable proposisi yang terdapat dalam suatu formula  $A$ . Teorema interpolasi menyatakan sifat sebagai berikut: Misalkan formula  $B \supset D$  terbukti, maka ada formula  $C$ , disebut interpolan dari  $B \supset D$ , sedemikian sehingga:

1. Formula  $B \supset C$  dan  $C \supset D$  keduanya terbukti
2.  $V(C) \subset V(B) \cap V(D)$

Teorema interpolasi untuk Logika Modal telah dipelajari antara lain oleh Areces di [2] dan Kit Fine di [6], sedangkan teorema interpolasi untuk Logika Nilai-Banyak telah dibuktikan oleh di [7]. Untuk Logika Intuitionistik dan beberapa pengembangannya, teorema interpolasi telah dibuktikan berlaku padanya oleh Onopada [8]. Pada tahun 2007, Sayed [9] membuktikan bahwa teorema interpolasi berlaku pada suatu logika predikat dengan predikat *infinitary*.

Pada [4] penulis membuktikan bahwa teorema interpolasi berlaku pada logika predikat substruktur non-komutatif seperti  $Fl$  dan  $Fl_w$ . Kemudian pada [5], penulis dan Marti Lestari membuktikan bahwa teorema interpolasi juga berlaku pada logika predikat substruktur komutatif  $Fl_e$ ,  $Fl_{e,c}$  dan  $Fl_{e,w}$ . Pada [1], Anderson dan Belnap memberikan suatu system yang memuat suatu aturan inferensi yang disebut *mingle*. Dalam tulisan ini, akan dipelajari

masalah interpolasi pada beberapa logika yang diperoleh dari perluasan standar  $FL$  dengan menambah aturan *mingle*.

## 2. FORMULASI PERLUASAN FL DENGAN MINGLE

Pada tulisan ini, pengertian term, proposisi, formula, subformula, konsep partisi serta formulasi logika yang dibahas mengacu pada [5].

**Definisi 2.1 [5]** Term adalah suatu variabel, suatu konstanta atau  $f(t_1, t_2, \dots, t_n)$  dimana  $f$  adalah symbol fungsi dan  $t_1, t_2, \dots, t_n$  adalah term.

**Definisi 2.2 [5]**

1. Bila  $t_1$  dan  $t_2$  adalah term maka  $t_1 = t_2$  disebut proposisi
2. Bila  $R$  adalah simbol relasi dan  $t_1, \dots, t_2$  adalah term maka  $R(t_1, \dots, t_n)$  disebut term.

Formula dan subformula didefinisikan secara rekursif sebagai berikut.

**Definisi 2.3 [5]**

1. Proposisi adalah formula
2. Bila  $A$  dan  $B$  adalah formula maka  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \supset B)$ , dan  $(A * B)$  adalah formula.
3. Bila  $x$  adalah variabel dan  $A(x)$  adalah formula maka  $\exists x A(x)$  adalah formula