

ANALISIS BIFURKASI MODEL PERTUMBUHAN TUMOR DENGAN PERSAMAAN LOGISTIK WAKTU TUNDA

Febriana Dewi¹ dan Sutimin²

^{1,2} Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Jl. Prof. H. Soedarto, S.H, Semarang, 50275

Abstract. In this paper is being studied about the logistic tumor growth model with time delay. The mathematical model is in non-linear differential equation with time delay difficult to find the solution analytically, so here we analyze the behavior of the model through perturbation. The tumor growth model has two equilibriums (i.e.at $T = 0$ and $T = K$). Because this growth model is non-linear hence to analyze the stability of each equilibrium point is done through the linearization method. By using a perturbation procedure, the equilibrium point $T = 0$ is unstable and $T = K$ is stable. The equilibrium is stable for $\tau < \frac{\pi}{2r}$, unstable for $\tau > \frac{\pi}{2r}$ and Hopf bifurcation occurs at $\tau = \frac{\pi}{2r}$.

Keywords: persamaan logistic, waktu tunda, kesetimbangan, perturbation, bifurkasi Hopf

pertumbuhan tumor berdasarkan model logistik dengan waktu tunda.

1. PENDAHULUAN

Tumor adalah pertumbuhan jaringan tubuh yang abnormal. Ada tiga tahap pertumbuhan tumor yaitu tahap avascular, tahap vascular dan tahap metastasis,. Berdasarkan pertumbuhannya, tumor dapat digolongkan sebagai tumor ganas (*alignan*) disebut juga kanker dan tumor jinak (*benign*) [3] . Faktor-faktor terbentuknya tumor antara lain faktor genetik, faktor lingkungan, faktor perilaku, faktor kejiwaan, virus, infeksi, karsinogenik dan co-karsinogen [5].

Model pertumbuhan tumor merupakan model homogen dari persamaan logistik [2]. Pada tahun 1838 Verhulst memperkenalkan suatu model pertumbuhan yang sering dikenal dengan model pertumbuhan logistik. Pada model logistik ini tidak ada waktu tunda. Pada proses pertumbuhan tumor yang disebabkan oleh virus dan zat karsinogen kimia yang diformulasikan oleh model logistik, dihasilkan solusi yang berbentuk fungsi monoton (naik atau turun), dimana fungsi seperti ini membeikan penafsiran

bahwa tumor akan terus tumbuh (tidak pernah berhenti) atau berhenti [1].

Ada beberapa proses menghambat pertumbuhan tumor di dalam jaringan tubuh antara lain khemoterapeutika *sitostatika* menyebabkan pemusnahan atau perusakan sel tumor, operasi, terapi radiasi, terapi hormon, imunoterapi, khemoterapi dan peningkatan tekanan oksigen [5]. Dengan adanya treatment ini maka tumor memerlukan waktu untuk kembali bertumbuh yang dikatakan sebagai waktu tunda. Di sini akan dikaji model pertumbuhan tumor untuk mengetahui karakteristik perilaku dinamika