

PEMBENTUKAN ANTI-AUTOMORFISMA PADA GELANGGANG OPERATOR DIFERENSIAL

Amir Kamal Amir

Program Studi Matematika FMIPA Universitas Hasanuddin

Jl. Perintis Kemerdekaan, Makassar

Abstract. Let R be any ring with identity 1 , σ be an endomorphism of R and δ be a left σ -derivation. The skew polynomial ring over R in an indeterminate x , denoted by $R[x; \sigma, \delta]$, is the set of polynomials $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ where $a_i \in R$ with multiplication rule $xa = \sigma(a)x + \delta(a)$ for all $a \in R$. For $\sigma = 1$ the skew polynomial ring is written as $R[x; \delta]$ and is called differential operator ring. In this paper will be constructed anti-automorphism on this ring, i.e., $S = k[y][x; \delta]$.

Keywords: automorphism, differential, ring, polynomial

1. PENDAHULUAN

Gelanggang polinom miring adalah gelanggang yang terdiri dari polinom-polinom dengan aturan perkalian yang tidak bersifat komutatif. Dalam teori sistem kontrol, gelanggang polinom miring digunakan untuk mentransfer sistem kontrol klasik ke dalam sistem kontrol linier abstrak (aljabar). Selanjutnya pengkajian sifat-sifat dan kelakuan sistem kontrol linier diterjemahkan menjadi pengkajian struktur, sifat, dan kelakuan sistem linier abstrak terkait, misalnya dengan memanfaatkan pengetahuan aljabar. Dengan demikian, pengkajian sifat-sifat dan kelakuan sistem kontrol linier, yang banyak digunakan dalam dunia aplikasi akan sangat terbantu jika kita mengetahui dengan baik sifat-sifat dan struktur gelanggang polinom miring tersebut.

Secara lengkap pengertian gelanggang polinom miring disajikan berikut (Goodearl, & Warfield, 1989; McConnell, & Robson, 1987). Misalkan R suatu gelanggang, σ suatu endomorfisma di R , dan δ suatu σ -derivatif, yaitu:

1. δ suatu endomorfisma grup di R .
2. $\delta(ab) = \sigma(a)\delta(b) + \delta(a)b$
untuk setiap $a, b \in R$.

Gelanggang polinom miring $R[x; \sigma, \delta]$ dalam variabel tak diketahui x berisi semua

polinom dengan koefisien di R yang memenuhi aturan perkalian sebagai berikut: untuk setiap $a \in R$ berlaku $xa = \sigma(a)x + \delta(a)$.

Apabila $\sigma=1$ atau σ adalah suatu endomorfisma identitas, maka gelanggang polinom miring cukup ditulis $R[x; \delta]$ dan lebih dikenal dengan nama **gelanggang diferensial operator**. Untuk hal $\delta=0$, gelanggang polinom miring cukup ditulis $R[x; \sigma]$. Sedangkan untuk kasus $\sigma=1$ dan $\delta=0$ gelanggang polinom miring cukup

ditulis $R[x]$, yang merupakan gelanggang polinom biasa.

Pada tulisan ini akan dikonstruksi anti-automorfisma dari gelanggang operator diferensial $R[x; \delta]$ dengan mengambil $R = k[y]$, yaitu gelanggang polinom biasa atas lapangan k yang mempunyai karakteristik nol dan $\delta = \frac{d}{dy}$.