

ANALISIS KEKONTINUAN, KETERDIFERENSIALAN DAN KETERINTEGRALAN FUNGSI BLANCMANGE

Robertus Heri¹ dan Y.D. Sumanto²
^{1,2}Program Studi Matematika FMIPA UNDIP
Jl.Prof.Soedarto, S.H Semarang 50275

Abstract. This article presents differentiable characteristics of the Blancmange function on \mathbb{R} . The function has singularities of each point on \mathbb{R} . The first, it will be proven that function is continuous at each point on \mathbb{R} , and then by constructing of an infinite series of the saw tooth function, will be proven that the Blancmange function is differentiable nowhere at each point on \mathbb{R} . At the end of this article, also discussed integrable analysis of Blancmange function.

Keywords: convergence, continuous, differentiable, Blancmange function

1. PENDAHULUAN

Salah satu pokok bahasan yang menarik dalam Analisis Matematika yang berhubungan dengan kekontinuan dan keterdiferensialan adalah fungsi Blancmange. Fungsi Blancmange adalah suatu fungsi yang kontinu untuk setiap $x \in \mathbb{R}$ tetapi tidak mempunyai turunan untuk setiap $x \in \mathbb{R}$. Fungsi Blancmange didefinisikan dalam \mathbb{R} dengan :

$$B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} f(2^n x), \quad \text{dimana}$$

$f(x) = \min(x - [x], [x] + 1 - x)$. Nama Blancmange diambil karena kemiripan bentuk kurvanya yang seperti puding Blancmange. Kurva ini dapat secara visual dibangun dari fungsi gigi gergaji yang semakin halus dalam setiap tahapnya dan merupakan kurva fraktal pembangun dengan pembagian titik tengah. Kurva fungsi Blancmange juga dikenal sebagai kurva Takagi setelah Teiji Takagi seorang matematikawan Jepang (21 April 1875 sampai dengan 28 Februari 1960) yang menggambarannya pada tahun 1903 atau sebagai Landsberg-kurva Takagi generalisasi dari kurva, juga merupakan suatu kasus khusus dari kurva Rham de. Salah satu aplikasi yang diterapkan dalam analisis fungsi Blancmange adalah penggambaran kurvanya dalam suatu program Magnify yang mana hasilnya

terlihat sama di satu skala dengan fungsi yang terdiferensialkan dimana – mana, perbedaannya hanya muncul di bawah pembesaran lebih tinggi. Hal ini merupakan konsekuensi yang luar biasa.