ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI NON STASIONER DENGAN VARIABEL DEPENDEN LAG : STUDI KASUS PADA PERKEMBANGAN EKSPOR INDONESIA KE JEPANG TAHUN 1980 - 2000

Di Asih I Maruddani
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Abstract

The clasiccal regression model was devised to handle relationship between stationary variables. But, many economic variables that frequently faced by econometricians when dealing with time series data, are nonstationary variables. This clearly places severe restrictions on their analysis by standard regression method.
In this paper, we study regression models with a lagged dependent variable when both the dependent and independent variables are nonstationary, and the regression model is not cointegrated. In particular, we discuss the limiting properties of least squares estimates of the parameters in such regression models. We show that the estimate of the lagged dependent variable tends to unity and the estimates of the independent variables tend to zero. The results might also allow us to investigate the growth of export from Indonesian to Japan.

Keywords : nonstationary, cointegration, lagged dependent variable

1. PENDAHULUAN

Pada penerapan analisis regresi linier, asumsi-asumsi dasar yang telah ditentukan harus dipenuhi. Salah satu asumsi dasar regresi linear klasik yang sering diabaikan adalah asumsi stasioneritas yang merupakan dasar berpijaknya ekonometri (Insukindro, 1991). Pengabaian terhadap adanya asumsi stasioneritas menyebabkan terjadinya regresi lancung (*spurious regression*).

Dalam ilmu ekonomi, terutama pada data runtun waktu (*time series*), biasanya variabel independen menimbulkan perubahan pada variabel dependen setelah suatu selang waktu tertentu, yang disebut lag (*lagged*). Oleh karena itu perumusan dari hubungan-hubungan ekonomi memerlukan nilai-nilai lag (*lagged values*), sehingga harus dibentuk model dinamis, yaitu pembentukan model dalam hubungannya dengan perubahan waktu.

Hal lain yang sedang menjadi pusat perhatian ahli ekonomi adalah pembahasan mengenai pendekatan kointegrasi. Pendekatan ini dapat dinyatakan sebagai uji terhadap hubungan keseimbangan atau hubungan jangka panjang antar variabel seperti yang dikehendaki dalam teori ekonomi.

Pembentukan dan estimasi model dinamis yang paling populer adalah Error Correction Model (ECM). Akan tetapi menurut Teorema Representatif Granger, ECM dikatakan valid bila himpunan variabel ekonomi yang diuji lolos dari uji kointegrasi (Insukindro, 1996). Sedangkan untuk model regresi yang tidak berkointegrasi, pembentukan model dinamis dengan penambahan variabel dependen lag dilakukan untuk mengatasi permasalahan-permasalahan pada model regresi dengan variabel dependen dan variabel independennya non stasioner.

2. AKAR-AKAR UNIT

2.1. Akar-akar Unit

2.1.1. Akar Unit Model Autoregresif

Akar unit model AR(1) : $(1 - \phi_1 L)\, Y_t = \varepsilon_t$

adalah penyelesaian dari persamaan : $\phi(z) = 0$

dimana $\phi(z) = (1 - \phi_1 z)$. Jika $z = 1$ maka Y_t dikatakan mempunyai akar unit.

Sifat 2.1.1.1. (Thomas, 1997)

Jika Y_t adalah runtun waktu dengan model AR(1), maka Y_t dikatakan stasioner jika model tersebut tidak mempunyai akar unit.

2.1.2. Akar Unit Model Rata-rata Bergerak

Akar unit model MA(1) : $Y_t = (1 - \theta_1 L)\, a_t$

adalah penyelesaian dari persamaan : $\theta(z) = 0$

dimana $\theta(z) = (1 - \theta_1 z)$. Jika $z = 1$ maka Y_t dikatakan mempunyai akar unit.

2.2. Uji Akar Unit Dickey-Fuller

Dickey-Fuller memandang persamaan regresi

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.2.1)$$

dengan asumsi ε_t adalah white noise. Jika $a_1 = 1$ maka y_t mempunyai akar unit yang berarti y_t tidak stasioner. Jika $|a_1| < 1$ maka y_t tidak mempunyai akar unit, atau y_t stasioner.

Dengan mereparameterisasi persamaan (2.2.1) diperoleh

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2.2.2)$$

Sehingga jika $\gamma = 0$ berarti $a_1 = 1$, maka y_t punya akar unit atau y_t tidak stasioner. Jadi dibentuk hipotesis

$H_0 : \gamma = 0$

$H_1 : -2 < \gamma < 0$

Hipotesis di atas dapat digunakan untuk mengetahui keberadaan akar unit. Statistik uji untuk menguji hipotesis tersebut adalah :

$$\tau = \frac{\hat{\gamma} - \gamma}{se(\hat{\gamma})}$$

Nilai statistik τ dibandingkan dengan nilai kritis Dickey-Fuller (DF) untuk menentukan kriteria keputusan :

1. H_0 diterima jika τ > nilai statistik DF dan disimpulkan bahwa y_t mempunyai akar unit atau y_t tidak stasioner.
2. H_0 ditolak jika τ < nilai statistik DF dan disimpulkan bahwa y_t tidak mempunyai akar unit atau y_t stasioner

3. INTEGRASI DAN KOINTEGRASI

3.1. Integrasi

Definisi 3.1.1. (Gujarati, 2000)

Data runtun waktu X dikatakan berintegrasi pada derajat d. ditulis dengan $Y_t \sim I(d)$, jika data tersebut perlu didiferensi sebanyak d kali untuk dapat menjadi data yang stasioner.

Untuk menentukan derajat integrasi suatu data, digunakan uji akar unit. Jika pada uji akar unit disimpulkan suatu data tidak stasioner, maka dilakukan kembali uji akar unit pada diferensi data tersebut sampai diperoleh kondisi stasioner.

3.2. Kointegrasi

Definisi 3.1.2 (Enders, 1995)

Komponen-komponen vektor $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \ldots, X_{kt})$ dikatakan berkointegrasi pada derajat (order) d,b ditulis $X_t \sim CI(d,b)$ jika :

1. Semua komponen-komponen X_t berintegrasi pada derajat d
2. Terdapat vektor $\beta = (\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k)$ yang tidak sama dengan nol sedemikian hingga kombinasi linear $\beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \ldots + \beta_k X_{kt}$ berintegrasi pada derajat (d-b), dengan $d \geq b > 0$.

   β disebut vektor kointegrasi (*cointegrating vector*)

Uji kointegrasi dilakukan dengan uji akar unit pada residual persamaan regresinya. Jika residualnya stasioner, dikatakan bahwa variabel-variabel pada persamaan regresi membentuk hubungan kointegrasi (Engle dan Granger, 1987).

4. REGRESI SPURIOUS

Granger dan Newbold (1974) menyatakan bahwa regresi spurious (*spurious regression*) bisa terjadi apabila suatu regresi melibatkan variabel-variabel yang tidak stasioner. Granger dan Newbold mengambil model regresi spurious sebagai berikut. Variabel y_t diregresikan pada suatu konstanta dan variabel lain, x_t memberikan persamaan regresi estimasi berikut ini.

$$\hat{y}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_t \qquad t = 1, 2, \ldots, T \tag{4.1}$$

dengan y_t dan x_t dibangkitkan dari suatu proses random walk independen :

$$y_t = y_{t-1} + v_t \qquad x_t = x_{t-1} + w_t \qquad t = 1, 2, \ldots \tag{4.2}$$

dengan v_t i.i.d. dengan mean 0 dan variansi σ_v^2 dan w_t i.i.d. dengan mean 0 dan variansi σ_w^2.

Teorema 4.1. (Phillips, 1986)

Jika x_t dibangkitkan dari suatu proses random walk :

$x_t = x_{t-1} + w_t \qquad t = 1, 2, \ldots$

$$w_t \sim \text{i.i.d. dengan mean 0 dan variansi } \sigma_w^2 \tag{4.3}$$

Didefinisikan jumlahan parsial

$$Q_t = \sum_{j=1}^{t} w_j \qquad \text{dengan} \qquad Q_0 = 0$$

Dari persamaan (1) diperoleh $x_t = Q_t + x_0$

Selanjutnya dibentuk jumlahan terstandarisasi

$$X_T(t) = \frac{1}{\sqrt{T}\sigma_w} Q_{[Tt]} = \frac{1}{\sqrt{T}\sigma_w} Q_{j-1} \qquad \text{dan} \qquad X_T(1) = \frac{1}{\sqrt{T}\sigma_w} Q_T$$

dengan $(j\text{-}1)/T \leq t < j/T$ $\qquad j = 1, 2, \ldots, T$

[a] menyatakan bagian integer dari a, yaitu integer terbesar yang lebih kecil atau sama dengan a.

Untuk $T \to \infty$ diperoleh $X_T(t) \xrightarrow{d} W(t)$, dengan W(t) adalah suatu proses Wiener.

Lemma 4.1. (Phillips, 1986, 1987)

Misalkan $\{y_t\}_1^\infty$ dan $\{x_t\}_1^\infty$ dibangkitkan oleh persamaan (4.2). Jika barisan $\{v_t\}_1^\infty$ dan $\{w_t\}_1^\infty$ independen maka untuk $T \to \infty$ diperoleh :

(1) $T^{-3/2} \sum_{t=1}^{\infty} x_t \xrightarrow{d} \sigma_w \int_0^1 W(t)dt$ $\qquad$ dan $\qquad$ $T^{-3/2} \sum_{t=1}^{\infty} y_t \xrightarrow{d} \sigma_V \int_0^1 V(t)dt$

(2) $T^{-2} \sum_{t=1}^{\infty} x_t^2 \xrightarrow{d} \sigma_w^2 \int_0^1 W(t)^2 dt$ $\qquad$ dan $\qquad$ $T^{-2} \sum_{t=1}^{\infty} y_t^2 \xrightarrow{d} \sigma_v^2 \int_0^1 V(t)^2 dt$

(3) $T^{-2} \sum_{t=1}^{\infty} y_t x_t \xrightarrow{d} \sigma_v \sigma_w \int_0^1 V(t)W(t)dt$

(4) $T^{-2} \sum_{t=1}^{\infty} x_t u_t \xrightarrow{d} 0$ $\qquad$ dan $\qquad$ $T^{-2} \sum_{t=1}^{\infty} y_t v_t \xrightarrow{d} 0$

dengan W(t) dan V(t) adalah proses Wiener yang saling independen.

5. ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI NON STASIONER DENGAN VARIABEL DEPENDEN LAG

Dipunyai suatu mekanisme pembangkitan suatu time series (Data Generating Processes/DGP) dari y_t :

$$y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + u_t \qquad t = 1,2,\ldots,T \qquad (5.1)$$

JURNAL MATEMATIKA DAN KOMPUTER
Vol. 7. No. 1, 42 - 51, April 2004, ISSN : 1410-8518

dengan sifat-sifat :

(1) error-nya mengikuti proses autoregresif order 1, atau proses AR(1), yaitu :

$$(1 - \rho L)\, u_t = d_t$$

dengan $|\rho| < 1$ dan $d_t \sim$ i.i.d dengan mean 0 dan variansi σ_d^2 (5.2)

Menurut sifat 2.1.1.1, $u_t \sim I(0)$, atau u_t adalah deret stasioner.

(2) Diferensi pertama dari variabel independen x_{1t} mengikuti proses AR(1)

$$(1 - \eta L)\, \Delta x_{1t} = e_{1t}$$

dengan $|\eta| < 1$ dan $e_{1t} \sim$ i.i.d dengan mean 0 dan variansi σ_{e1}^2 (5.3)

Menurut sifat 2.1.1.1., $\Delta x_{1t} \sim I(0)$, atau Δx_{1t} adalah deret stasioner. Oleh karena itu x_{1t} berderajat integrasi 1, ditulis dengan $x_{1t} \sim I(1)$,

(3) Variabel independen x_{2t} dibangkitkan oleh proses *simple random walk*, yaitu :

$x_{2t} = x_{2t-1} + e_{2t}$ atau

$\Delta x_{2t} = e_{2t}$ $e_{2t} \sim$ i.i.d dengan mean 0 dan variansi σ_{e2}^2 (5.4)

Karena Δx_{2t} adalah white noise, maka Δx_{2t} adalah deret stasioner, atau $\Delta x_{2t} \sim I(0)$. Sehingga x_{2t} berderajat integrasi 1, atau $x_{2t} \sim I(1)$

Mengacu pada DGP tersebut, y_t berkointegrasi dengan x_{1t} dan x_{2t}, dengan vektor kointegrasi (*cointegrating vector*) $(1, -\beta_1, -\beta_2)^T$, tetapi (y_t, x_{1t}), (y_t, x_{2t}), dan (x_{1t}, x_{2t}) adalah pasangan-pasangan yang tidak berkointegrasi.

Andaikan akan diestimasi suatu model regresi non stasioner yang tidak berkointegrasi :

$$y_t = b_2\, x_{2t} + v_t \qquad t = 2, 3, \ldots, T \tag{5.5}$$

Untuk mengatasi permasalahan regresi non stasioner yang tidak berkointegrasi, dibentuk model dinamis pada model (5.5) dengan menambahkan variabel dependen lag y_{t-1}, sehingga terbentuk model baru :

$$y_t = b_1 y_{t-1} + b_2 x_{2t} + v_t \qquad t = 2, 3, \ldots, T \tag{5.6}$$

dengan error regresinya, v_t, diasumsikan i.i.d. dengan mean 0 dan variansi σ_v^2, akan diperoleh proposisi berikut.

Proposisi 5.1. (Wirjanto, 1996)

Andaikan bahwa DGP untuk y_t diberikan seperti pada (5.1), tetapi model yang akan diestimasi diberikan dengan (5.6). Maka Estimasi Least Square untuk b_1 konvergen dalam probabilitas ke satu, dan Estimasi Least Square untuk b_2 konvergen dalam probabilitas ke nol.

Bukti :

Mengacu pada teorema 4.1. dan lemma 4.1. dapat dinyatakan hasil berikut ini.

Untuk $T \to \infty$,

[1] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} x_{1t}^2 \xrightarrow{d} \sigma_{e1}^2 \int_0^1 W_1(t)^2\,dt \equiv B_{11}$ [4] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} x_{1t}u_t \xrightarrow{d} 0$

[2] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} x_{2t}^2 \xrightarrow{d} \sigma_{e2}^2 \int_0^1 W_2(t)^2\,dt \equiv B_{22}$ [5] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} x_{2t}u_t \xrightarrow{d} 0$

[3] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} x_{1t}x_{2t} \xrightarrow{d} \sigma_{e1}\sigma_{e2} \int_0^1 W_1(t)W_2(t)\,dt \equiv B_{12}$ [6] $T^{-2} y_{t-1}u_t \xrightarrow{d} 0$

Hasil [1] – [6] digunakan untuk memperoleh hasil berikut.

[7] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} y_{t-1}^2 \xrightarrow{d} \beta_1^2 B_{11} + \beta_2^2 B_{22} + 2\beta_1\beta_2 B_{12}$

[8] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} y_{t-1}x_{1t} \xrightarrow{d} \beta_1 B_{11} + \beta_2 B_{12}$

[9] $T^{-2}\sum_{t=1}^{\infty} y_{t-1}x_{2t} \xrightarrow{d} \beta_1 B_{12} + \beta_2 B_{22}$

Estimasi least square untuk $\hat{\mathbf{b}} = \left[\hat{b}_1, \hat{b}_2\right]^T$ dari persamaan (5.6) adalah :

$$\hat{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} T^{-1} & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sum y_{t-1}^2 & \sum y_{t-1}x_{2t} \\ \sum y_{t-1}x_{2t} & \sum x_{2t}^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T^{-1} & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{pmatrix}\right]^{-1}$$

$$\left[\begin{pmatrix} T^{-2} & 0 \\ 0 & T^{-2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \sum y_{t-1}y_t \\ \sum x_{2t}y_t \end{pmatrix}\right]$$

$$\xrightarrow{d} \frac{1}{\beta_1^2\left(B_{11}B_{22} - B_{12}^2\right)}\begin{pmatrix} \beta_1^2\left(B_{11}B_{22} - B_{12}^2\right) \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{d} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{p} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Terbukti bahwa estimasi least square variabel dependen lag pada model regresi dengan variabel-variabelnya tidak berkointegrasi akan konvergen dalam probabilitas ke satu dan estimasi least square pada regresor non stasioner konvergen dalam probabilitas ke nol.

6. STUDI KASUS PADA PERKEMBANGAN EKSPOR INDONESIA KE JEPANG TAHUN 1980 - 2000

Pada bagian ini, teori di atas akan digunakan untuk mengamati perilaku data perkembangan volume ekspor Indonesia ke Jepang pada periode tahun 1980 – 2000. Pada kasus ini dianggap bahwa total volume ekspor Indonesia ke Jepang (ribu ton) sebagai variabel dependen (Y) dipengaruhi oleh kurs rupiah terhadap dollar AS, Produk Domestik Bruto Jepang atas harga yang berlaku (yen), dan jumlah penduduk Jepang (juta jiwa), masing-masing sebagai variabel independen (X_1, X_2, dan X_3).

Model regresi yang menggambarkan fenomena tersebut adalah : (Ernawati, 2003)

$$\text{Log } Y_t = b_0 + b_1 \text{ Log } X_{1t} + b_2 \text{ Log } X_{2t} + b_3 \text{ Log } X_{3t} + \varepsilon_t \quad (6.1)$$

Data diambil dari Biro Pusat Statistik, Statistik Perdagangan Luar Negeri Indonesia 2000 dan Statistik Indonesia 2000. Sedangkan pengolahan data menggunakan paket program ekonometri EViews 4.0.

Untuk mengetahui sifat stasioneritas, dilakukan uji stasioneritas dan uji derajat integrasi dengan uji akar unit Dickey-Fuller, hasilnya terlihat pada tabel 1.

Terlihat pada tabel pertama semua nilai DF lebih besar dari nilai kritis pada tingkat signifikansi 5%, sehingga disimpulkan bahwa variabel-variabel yang diamati tidak stasioner. Sedangkan pada tabel kedua, variabel Y dan X_1 menjadi stasioner setelah diferensi pertama, sementara variabel X_2 dan X_3 menjadi stasioner setelah diferensi kedua. Dengan demikian disimpulkan variabel Y dan X_1 mempunyai derajat integrasi satu, atau I(1), sementara variabel X_2 dan X_3 mempunyai derajat integrasi dua, atau I(2).

Selanjutnya dilakukan uji kointegrasi. Pada tabel 2, terlihat bahwa nilai statistik DF lebih besar dari nilai kritis untuk tingkat signifikansi 5%, disimpulkan bahwa variabel Y, X_1, X_2, dan X_3 tidak berkointegrasi. Ini menunjukkan bahwa tidak ada hubungan keseimbangan jangka panjang seperti yang diharapkan oleh teori ekonomi mengenai ekspor. Sehingga disimpulkan bahwa model regresi pada persamaan (6.1) mempunyai sifat non stasioner dan tidak berkointegrasi.

Tabel 1. Uji Stasioneritas dan Uji Derajat Integrasi

UJI STASIONERITAS		
	DF	**CRITICAL VALUE 5%**
Log Y	-0.025234	-1.9592
Log X_1	2.762870	
Log X_2	3.704298	
Log X_3	-0.885938	

UJI DERAJAT INTEGRASI		
	DF	**CRITICAL VALUE 5%**
Δ Log Y	-4.590196	-1.9602
Δ Log X_1	-2.714284	
Δ Log X_2	-1.834559	
Δ Log X_3	-1.583501	
Δ^2 Log X_2	-5.554751	-1.9614
Δ^2 Log X_3	-3.226458	

Tabel 2. Uji Kointegrasi

DF	CRITICAL VALUE 5%
-0.300883	-1.9592

Pada bagian 5 telah dijelaskan bahwa untuk mengatasi permasalahan di atas dibentuk model baru dengan menambahkan variabel dependen lag, sehingga terbentuk model :

$$\text{Log } Y_t = b_0 + b_1 \text{ Log } X_{1t} + b_2 \text{ Log } X_{2t} + b_3 \text{ Log } X_{3t} + b_4 \text{ Log } Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Estimasi parameter untuk model yang baru diberikan sebagai berikut :

$$\text{Log } Y_t = -0.175910 + 0.123013 \text{ Log } X_{1t} + 0.128127 \text{ Log } X_{2t} + 0.108257 \text{ Log } X_{3t} + 0.655270 \text{ Log } Y_{t-1}$$

Terlihat bahwa estimasi parameter untuk variabel independen akan mendekati 0, dan estimasi parameter untuk variabel dependen lag akan mendekati

1. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa dengan penambahan variabel dependen lag pada model regresi non stasioner dan tidak berkointegrasi mengakibatkan model regresi tidak dipengaruhi oleh variabel-variabel independen. Model hanya akan dipengaruhi oleh variabel dependen pada periode sebelumnya.

DAFTAR PUSTAKA

Enders, Walter, *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, New York, 1995

Engle, Robert F. and Granger, Clive W.J., Cointegration and Error Corection : Representation,Estimation and Testing, *Econometrica*, 55, 251-276, 1987.

Ernawati, *Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Ekspor Indonesia ke Jepang*, Laporan Penelitian, Pusat Penelitian dan Pengabdian Pada Masyarakat Universitas Wangsa Manggala, Yogyakarta, 2003.

Granger, Clive W.J. and Newbold P., Spurious Regression in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 2, 111-120, 1974.

Gujarati, Damodar N., *Basic Econometrics*, McGraw-Hill International Editions, New York, 2000.

Insukindro, Regresi Linear Lancung dalam Analisis Ekonomi : Suatu Tinjauan dengan Satu Studi Kasus di Indonesia, *Jurnal Ekonomi dan Bisnis di Indonesia*, No. 1, Tahun VI, 75-84, 1992.

Insukindro, Pendekatan Kointegrasi dalam Analisis Ekonomi : Studi Kasus Permintaan Deposito dalam Valuta Asing di Indonesia, *Jurnal Ekonomi Indonesia*, 1991, Vol. 1, No. 2, 1996.

Phillips, Peter C.B., Understanding Sporious Regression in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 33, 311-340, 1986.

Phillips, Peter C.B., Time Series Regression with a Unit Root, *Econometrica*, 55, 277-301, 1987.

Thomas, R.L., *Modern Econometrics – an Introduction*, Addison Wesley, England, 1997.

Wirjanto, Tony S. and Amano, Robert A., Nonstationary Regression Models with a Lagged Dependent Variable, *Communication in Statistics – Theory and Methodology*, 25(7), 1489-1503, 1996.