

# SOLUSI MASALAH TRANSPORTASI MENGGUNAKAN *TOCM-SUM APPROACH* DENGAN INDIKATOR DISTRIBUSI

Nita Dwi Astuti<sup>1</sup>, Robertus Heri S.U<sup>2</sup>, Suryoto<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika,  
Universitas Diponegoro Jl. Prof. H. Soedarto, S.H., Tembalang, Semarang, 50275

**Abstract.** Transportation problems are related to the transport of a product from some sources to a number of different destination. In general, the different delivery will produce different shipping cost, therefore the purpose of solving classic transportation problems with the allocation of delivery from the source to destination is to determine the minimum transportation costs. The appropriate allocating in each case will produce an optimal solution for both minimize case and maximize case. TOCM-SUM approach with the indicator distribution is a new method for seeking initial feasible solution of the transportation problem. This method was proposed by Aminur Rahman Khan, Adrian Vilcu, MD.Sharif Uddin and Florina Ungureanu. The first step is create a table of transportation, the second step is reduce the elements in each row and column with the smallest elements in every row and column, the third case is form the tables of Total Opportunity Cost Matrix (TOCM), the fourth case is calculate the indicators of distribution of each row and column in the TOCM table, and thereafter, the allocation is given to the cell that has the minimum distribution indicator. Repeat the steps until the total allocation of supply and demand is met, for optimal solutions the method of Stepping Stone is being used. This article discusses the application of TOCM-SUM Approach with the indicator distribution – Stepping Stone in the CV. Tirta Makmur Ungaran.

**Keywords:** Transportation problem, initial feasible solution, TOCM-SUM Approach, distribution indicator, optimal solution, Stepping Stone

## 1. PENDAHULUAN

Program linear (*Linier Programming*) merupakan salah satu metode dalam mencari solusi optimal yaitu solusi maksimum atau minimum dari suatu permasalahan menurut kendala tertentu. Salah satu jenis dari masalah program linear yaitu mengenai masalah transportasi. Permasalahan transportasi adalah bentuk khusus dari program linier yang berhubungan dengan pengalokasian dari sejumlah sumber ke sejumlah tujuan. Dalam permasalahan transportasi terdapat masalah transportasi seimbang dan masalah transportasi tidak seimbang. Kasus transportasi muncul karena biaya angkut per satuan barang dari setiap sumber ke beberapa tujuan berbeda. Oleh karena itu, metode transportasi harus bisa menentukan distribusi yang akan meminimumkan biaya total distribusi dan tidak melampaui kapasitas sumber-sumber serta memenuhi permintaan tujuan [1].

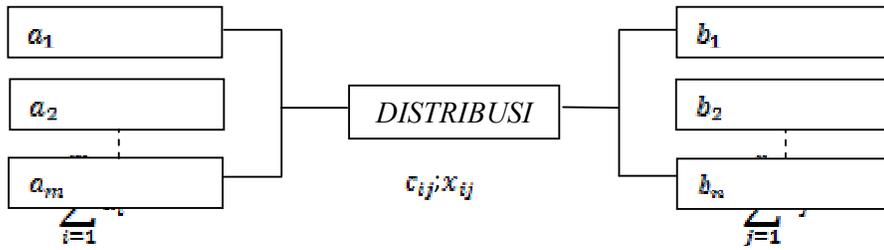
Metode – metode transportasi digunakan untuk menentukan solusi fisibel awal dan solusi optimal. Pada artikel ini akan dibahas mengenai pengembangan metode baru yaitu *TOCM-SUM Approach* dengan indikator distribusi untuk mencari solusi fisibel awal masalah transportasi seimbang dan masalah transportasi tidak seimbang dan solusi optimalnya menggunakan metode *Stepping Stone*.

## 2. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 2.1 Masalah Transportasi

Formulasi awal dari masalah transportasi dikemukakan oleh F. L. Hitchcock (1941) dan dikenal dengan masalah distribusi Hitchcock [2]. Tujuan dari penyelesaian masalah transportasi adalah menentukan jumlah yang harus dikirim dari setiap sumber ke setiap tujuan sedemikian rupa dengan total biaya transportasi minimum. Masalah

transportasi dapat digambarkan dalam bentuk diagram sebagai berikut [2]:



Model masalah transportasi dapat dirumuskan sebagai berikut [1]:

Fungsi tujuan:

**Meminimumkan**  $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$

**Kendala**

$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad ; i = 1, 2, 3, \dots, m$   
(batasan persediaan)

$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad ; j = 1, 2, 3, \dots, n$   
(batasan permintaan)

$x_{ij} \geq 0.$

**Keterangan:**

$a_i$  : Persediaan barang sumber ke  $i$ ,  
( $i=1,2,\dots,m$ )

$b_j$  : Permintaan barang dari tujuan  $j$ ,  
( $j=1,2,\dots,n$ )

$c_{ij}$  : Biaya pengiriman per unit barang yang dikirim dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$x_{ij}$  : Banyaknya barang yang dikirim dari sumber  $i$  ke tujuan

**Tabel 2.1** Tabel Transportasi

Sumber ( $i$ )	Tujuan ( $j$ )				Persediaan ( $a_i$ )
	1	2	...	N	
1	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
2	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
3	$c_{31}$ $x_{31}$	$c_{32}$ $x_{32}$	...	$c_{3n}$ $x_{3n}$	$a_3$
...	...	...	...	...	...
M	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
Permintaan ( $b_j$ )	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$

Algoritma *TOCM-SUM Approach* dengan Indikator Distribusi [3, 4]:

1. Mengkonstruksi tabel transportasi

Menyusun tabel transportasi yang menunjukkan sumber asal dan tujuan yang akan dikirim. Pada masalah transportasi seimbang dapat langsung dilanjutkan ke

langkah 2, akan tetapi pada masalah transportasi tidak seimbang dapat dibuat seimbang dengan memasukkan kolom *dummy* atau baris *dummy*.

2. Melakukan reduksi baris dan reduksi kolom

Memilih elemen biaya terkecil pada setiap baris yang dinotasikan dengan  $C_{ik}$ . Kemudian melakukan reduksi baris dengan cara mengurangi setiap elemen biaya ( $C_{ij}$ ) pada setiap baris dengan  $C_{ik}$  dan menempatkannya di kanan-atas sesuai elemen biayanya. Reduksi baris ini biasa disebut *Row Opportunity Cost Matrix* (ROCM).

$$C_{ij} - C_{ik}, \text{ dimana } C_{ik} = \min(C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in})$$

Menerapkan operasi yang sama untuk setiap baris lainnya. Selanjutnya terapkan prosedur yang sama untuk mereduksi kolom dengan cara mencari elemen biaya terkecil pada setiap kolom yang dinotasikan dengan  $C_{kj}$ , kemudian melakukan reduksi kolom dengan cara mengurangi setiap elemen biaya ( $C_{ij}$ ) pada setiap kolom dengan  $C_{kj}$  dan menempatkannya di kiri-bawah sesuai elemen biayanya. Reduksi kolom ini biasa disebut *Column Opportunity Cost Matrix* (COCM).

$$C_{ij} - C_{kj}, \text{ dimana } C_{kj} = \min(C_{1j}, C_{2j}, \dots, C_{mj})$$

menerapkan operasi yang sama untuk setiap kolom lainnya.

3. Membentuk tabel *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM)

Berikut rumus *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM):

$$TOCM_{ij} = (C_{ij} - C_{ik}) + (C_{ij} - C_{kj})$$

Dimana

$TOCM_{ij}$ : *Total Opportunity Cost Matrix* dari titik persediaan  $i$  ke titik permintaan  $j$

$C_{ij}$ : Biaya transportasi dari titik persediaan  $i$  ke titik permintaan  $j$

$C_{ik}$ : Elemen biaya terkecil pada baris ke-  $i$ ,  
dimana  $C_{ik} = \min(C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in})$

$C_{kj}$ : Elemen biaya terkecil pada kolom ke-  $j$ ,

$$\text{dimana } C_{kj} = \min(C_{1j}, C_{2j}, \dots, C_{mj})$$

4. Menghitung indikator distribusi  
Menghitung indikator distribusi pada setiap sel ( $i, j$ ) dengan rumus:

$$\Delta_{ij} = TOCM_{ij} - u_i - v_j$$

Dimana

$TOCM_{ij}$ : *Total Opportunity Cost Matrix* dari titik persediaan  $i$  ke titik permintaan  $j$

$u_i$ : Elemen terbesar di baris ke- $i$

$v_j$ : Elemen terbesar di kolom ke- $j$

5. Membuat alokasi pada sel terpilih semaksimal mungkin

Mengalokasikan semaksimal mungkin pada sel yang mempunyai nilai  $\Delta_{ij}$  minimum (paling negatif). Jika terdapat nilai indikator distribusi minimum yang sama, maka pilih indikator distribusi minimum yang memiliki biaya transportasi awal ( $C_{ij}$ ) minimum. Jika terdapat indikator distribusi minimum yang sama dan biaya transportasi awal ( $C_{ij}$ ) minimum yang sama, maka pilih secara sembarang. Pengalokasian semaksimal mungkin pada sel terpilih yang mempunyai indikator distribusi minimum disesuaikan dengan persediaan (*supply*) dan permintaan (*demand*) pada sel terpilih. Selanjutnya mengecek apakah baris atau kolom pada sel terpilih sudah terpenuhi, apabila sudah ada yang terpenuhi tandai atau silang baris (kolom) tersebut, beri nilai nol pada sel persediaan atau permintaan yang terpenuhi, serta mereduksi sel persediaan atau permintaan yang belum terpenuhi pada sel terpilih.

6. Menghitung indikator distribusi baru

Menghitung indikator distribusi baru untuk submatriks yang tersisa seperti langkah 4 dengan mengabaikan baris atau kolom yang sudah terpenuhi. Selanjutnya alokasikan sesuai langkah 5 sampai semua baris dan kolom memenuhi jumlah persediaan dan permintaan.

7. Menghitung total biaya transportasi

Menghitung total biaya transportasi dengan menjumlahkan hasil kali jumlah alokasi barang dengan biaya transportasi awal sesuai alokasinya.

Setelah diperoleh solusi fisibel awal menggunakan *TOCM-SUM Approach* dengan indikator distribusi, selanjutnya adalah mengidentifikasi solusi fisibel awal yang diperoleh dengan melihat apakah banyaknya variabel basis sama dengan banyak baris ditambah banyaknya kolom dikurangi 1 ( $m+n-1$ ). Jika ya, dilanjutkan dengan metode *Stepping Stone* [3].

**Studi Kasus.** CV. Tirta Makmur Ungaran merupakan perusahaan yang bergerak dibidang air minum. CV. Tirta Makmur akan melakukan pendistribusian air mineral Pelangi 600 ml ke sejumlah agen besar di Jawa Tengah yaitu Solo, Banjarnegara (Bjgr), Batang (Btg), dan Yogyakarta (Ygy). Sumber yang digunakan dalam permasalahan ini berupa jenis truk yang dimiliki oleh CV. Tirta

Makmur dan digunakan untuk pengiriman barang, diantaranya adalah L300 box (L300), colt diesel engkle box (CDE), dan colt diesel double box (CDD). Data yang digunakan adalah data pada bulan September s/d Oktober tahun 2016. Data kapasitas muatan truk dan jumlah permintaan akan dinyatakan dalam bentuk *box (40cmx27cmx23cm)*. Sebagai suatu perusahaan CV. Tirta Makmur ingin meminimumkan biaya pendistribusian air mineral Pelangi 600 ml ke sejumlah agen di Jawa Tengah. Pada Tabel 2.2 dan 2.3 disajikan tabel transportasi untuk menyelesaikan masalah meminimumkan biaya transportasi di CV. Tirta Makmur. Tabel transportasi pada Tabel 2.2 dan 2.3 berisi data kapasitas muatan dari masing-masing truk ( $a_i$ ), jumlah permintaan dari masing-masing agen ( $b_j$ ) dan biaya transportasi per *box* dari masing-masing jenis truk ke masing-masing agen ( $C_{ij}$ ) pada bulan September s/d Oktober 2016:

**Tabel 2.2** Tabel Transportasi Bulan September 2016.

	Solo	Bjgr	Btg	Ygy	$a_i$
L300 <sub>1</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>2</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>3</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>4</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>5</sub>	2000	2176	2043	2088	150
CDE <sub>1</sub>	1300	1415	1328	1357	300
CDE <sub>2</sub>	1300	1415	1328	1357	300
CDD <sub>1</sub>	996	1084	1018	1040	450
CDD <sub>2</sub>	996	1084	1018	1040	450
CDD <sub>3</sub>	996	1084	1018	1040	450
CDD <sub>4</sub>	996	1084	1018	1040	450
$b_j$	1950	1800	400	500	

**Tabel 2.3** Tabel Transportasi Bulan Oktober 2016.

	Solo	Bjgr	Btg	Ygy	$a_i$
L300 <sub>1</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>2</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>3</sub>	2000	2176	2043	2088	150

L300 <sub>4</sub>	2000	2176	2043	2088	150
L300 <sub>5</sub>	2000	2176	2043	2088	150
CDE <sub>1</sub>	1300	1415	1328	1357	300
CDE <sub>2</sub>	1300	1415	1328	1357	300
CDD <sub>1</sub>	996	1084	1018	1040	450
CDD <sub>2</sub>	996	1084	1018	1040	450
CDD <sub>3</sub>	996	1084	1018	1040	450
CDD <sub>4</sub>	996	1084	1018	1040	450
<i>b<sub>j</sub></i>	2438	2250	500	625	

Berdasarkan kondisi tersebut, berapa biaya pengiriman yang dikeluarkan CV.Tirta Dengan menggunakan *TOCM-SUM Approach* dengan indikator distribusi diperoleh solusi awal untuk masalah transportasi pada kasus ini adalah:

$$\begin{aligned}
 &= (150 \times 2000) + (150 \times 2000) + (150 \times 2000) + (150 \times 2000) \\
 &\quad + (150 \times 2000) + (300 \times 1300) + (300 \times 1300) \\
 &\quad + (450 \times 996) + (150 \times 996) + (300 \times 1018) \\
 &\quad + (100 \times 1018) + (350 \times 1040) + (300 \times 1084) \\
 &\quad + (150 \times 1040) + (1500 \times 0) \\
 &= \text{Rp. 4.130.000,00.}
 \end{aligned}$$

Oktober 2016

$$\begin{aligned}
 \text{Mtn } Z &= \sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^4 c_{ij}x_{ij} \\
 &= (150 \times 2000) + (150 \times 2000) + (150 \times 2000) + (150 \times 2000) \\
 &\quad + (150 \times 2000) + (300 \times 1300) + (300 \times 1300) \\
 &\quad + (450 \times 996) + (450 \times 996) + (188 \times 996) \\
 &\quad + (262 \times 1018) + (238 \times 1018) + (212 \times 1040) \\
 &\quad + (2250 \times 0) + (413 \times 0) \\
 &= \text{Rp. 4.093.128,00.}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan menggunakan *TOCM-SUM approach* dengan indikator distribusi diperoleh solusi biaya pengiriman pada bulan September dan Oktober 2016 yang masing-masing sebesar Rp.4.130.000,00 dan Rp.4.093.128,00.Selanjutnya dilakukan uji optimalitas dengan menggunakan metode *Stepping Stone* sehingga diperoleh biaya transportasi pada bulan September dan Oktober 2016 masing-masing sebesar Rp.4.130.000,00 dan Rp.4.093.128,00.

Makmur dalam mendistribusikan air mineral 600 ml?  
September 2016

$$\text{Mtn } Z = \sum_{i=1}^{11} \sum_{j=1}^4 c_{ij}x_{ij}$$

### 3. PENUTUP

Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian suatu barang dari *m* sumber ke *n* tujuan yang bertujuan untuk meminimalkan biaya transportasi yang dikeluarkan. Metode yang digunakan untuk menentukan solusi fisibel awal adalah *TOCM-SUM approach* dengan indikator distribusi. Langkah pertama algoritma *TOCM-SUM approach* dengan indikator distribusi adalah membuat tabel transportasi, langkah kedua mereduksi

elemen pada setiap baris dan kolom dengan elemen terkecil pada masing-masing baris dan kolom, langkah ketiga membentuk tabel *Total Opportunity Cost Matrix* (TOCM), langkah keempat menghitung indikator distribusi masing-masing baris dan kolom pada tabel TOCM, dan selanjutnya pengalokasian diberikan pada sel yang memiliki indikator distribusi minimum. Ulangi langkah tersebut sampai jumlah alokasi memenuhi jumlah persediaan dan permintaan.

Pengalokasian dengan algoritma *TOCM-SUM approach* ini diberikan pada sel yang memiliki nilai indikator distribusi minimum. Indikator distribusi diperoleh dari hasil pengurangan antara elemen TOCM pada setiap baris/kolom dengan elemen terbesar pada masing-masing baris dan kolom.

Penyelesaian masalah pendistribusian produk air mineral Pelangi 600 ml di CV. Tirta Makmur Ungaran menggunakan fungsi tujuan meminimalkan biaya pengiriman. Data yang digunakan pada kasus ini adalah data pada bulan September dan Oktober 2016. Dalam pendistribusiannya CV. Tirta Makmur menggunakan 3 jenis truk tertutup yaitu L300 box sebanyak 5 unit, colt diesel engkle box sebanyak 2 unit, dan colt diesel double box sebanyak 4 unit. Ketiga jenis kendaraan tersebut akan mendistribusikan air mineral Pelangi 600 ml ke beberapa agen yaitu Solo, Banjarnegara, Batang, dan Yogyakarta. Berdasarkan perhitungan

menggunakan *TOCM-SUM Approach* dengan indikator distribusi diperoleh solusi biaya pengiriman pada bulan September dan Oktober 2016 yang masing-masing sebesar Rp.4.130.000,00 dan Rp.4.093.128,00. Pada kasus ini, *TOCM-SUM approach* dengan indikator distribusi menghasilkan solusi yang sudah optimal setelah dilakukan pengecekan dengan metode *Stepping Stone* yaitu dengan biaya pengiriman pada bulan September dan Oktober 2016 masing-masing sebesar Rp.4.130.000,00 dan Rp.4.093.128,00.

#### 4. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Siswanto, (2006), *Operations Research*, Jakarta: Erlangga.
  - [2] Aminudin, (2005), *Prinsip-prinsip Riset Operasi*, Jakarta: Erlangga.
  - [3] Vilcu, Adrian dan Khan, Aminur Rahman, (2015), A competent Algorithm To Find The Initial Basic Feasible Solution Of Cost Minimization Transportation Problem, *Buletinul Institutului Politehnic Din Iasi*, Fasc.2
  - [4] Vilcu, Adrian dan Khan, Aminur Rahman, (2015), Determination Of Initial Basic Feasible Solution Of A Transportation Problem: A TOCM-SUM Approach, *Buletinul Institutului Politehnic Din Iasi*, Fasc.1
  - [5] Hillier, Frederick S. dan Lieberman, Gerald J., (1994), *Pengantar Riset Operasi: Edisi Kelima*, Jakarta: Elangga.
-