

PERBANDINGAN GRAFIK PENGENDALI MOVING AVERAGE DAN GEOMETRIC MOVING AVERAGE PADA DATA BERKELOMPOK

Sudarno

Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

Abstrak

Untuk mengetahui proses produksi sudah memenuhi standar mutu dapat menggunakan grafik pengendali mutu. Pemilihan dan penggunaan metode pengendali mutu yang benar akan menghasilkan keputusan yang optimal. Dalam tulisan ini akan dibandingkan dua metode untuk perubahan nilai yang kecil, yaitu grafik pengendali moving average dan grafik pengendali geometric moving average pada masalah ketebalan cat. Dengan mengetahui sifat-sifat yang dihasilkan oleh masing-masing grafik tersebut dan membandingkannya, maka dapat dipilih salah satu dari metode tersebut lebih baik dari metode lainnya. Sehingga metode yang lebih baik itu diharapkan dipakai pada masalah yang serupa, agar didapat keputusan yang lebih akurat.

Kata kunci: *Grafik pengendali moving average, Grafik pengendali geometric moving average.*

1. PENDAHULUAN

Pada masa sekarang ini, banyak perusahaan yang menggunakan pengendali mutu sebagai alat untuk mengetahui proses produksinya. Penggunaan dan pemilihan metode pengendali mutu yang benar akan bermanfaat besar bagi kemajuan perusahaan. Keuntungan yang diperoleh memakai pengendali mutu pada perusahaan adalah produktivitas meningkat, penjualan meningkat dan keuntungan naik (Newbold, 1995).

Produk yang dihasilkan oleh perusahaan kemungkinan terjadi variasi. Hal ini disebabkan karena pada proses produksi sendiri terjadi keragaman, antara lain pada mesin, bahan baku dan sebagainya. Untuk mengetahui apakah produk sudah memenuhi standar mutu, perlu diuji memakai pengendali mutu secara statistik. Dalam Montgomery (2001), proses produksi memenuhi standar mutu yang diinginkan bila dalam grafik pengendali mutu semua titik sampel berada dalam daerah pengendali, sebarannya acak, tidak terdapat run atau giliran, dan lain-lain. Jika ada salah satu syarat yang menyebabkan proses tidak terkendali, maka proses

belum terkendali dan perlu dicari penyebab terduganya agar proses menjadi terkendali secara statistik.

Grafik rataaan biasanya dipergunakan untuk menguji data berkelompok dari pengamatan kharakteristik mutu variabel. Pada grafik rataaan dipergunakan untuk menguji proses produksi dengan perubahan nilai besar. Grafik tersebut berpasangan dengan grafik simpangan baku atau grafik jangkauan, agar hasilnya lebih akurat (Mitra,19993). Akan dibandingkan grafik pengendali moving average dengan grafik pengendali geometric moving average pada data berkelompok, untuk perubahan nilai kecil, tentang kekentalan cat. Dengan membandingkan kedua metode tersebut diharapkan dapat diketahui metode mana yang lebih baik untuk dipergunakan dalam kasus ini. Sehingga didapat hasil keputusan yang terbaik.

2. GRAFIK PENGENDALI MOVING AVERAGE DAN GRAFIK GEOMETRIC MOVING AVERAGE

a. Grafik Pengendali Moving Average

Grafik pengendali moving average efektif untuk mendeteksi perubahan kecil dalam proses rataaan. Misal sampel acak berukuran n diambil dari proses. Jika t rataaan sampel pertama dinyatakan dengan $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_t$. Moving average dengan lebar w , yaitu memakai w sampel pada waktu langkah ke- t diberikan dengan

$$M_t = \frac{\bar{X}_t + \bar{X}_{t-1} + \dots + \bar{X}_{t-w+1}}{w} \quad (1)$$

Pada sembarang waktu langkah ke- t , moving average diperbaruhi dengan membuang rataaan terlama dan menambah rataaan terbaru. Ragam dari tiap-tiap rataaan sampel adalah

$$\text{Var}(\bar{X}_t) = \sigma_x^2 \quad (2)$$

Sedangkan ragam dari M_t adalah

$$\text{Var}(M_t) = \frac{1}{w^2} \sum_{i=t-w+1}^t \text{Var}(\bar{X}_i) = \frac{\sigma_x^2}{w} \quad (3)$$

karena variabel acak \bar{X}_i , $i = 1, 2, \dots, t$ adalah saling bebas.

Sehingga garis tengah dan batas pengendali atas dan bawah untuk grafik moving average diberikan oleh

$$\begin{aligned} GT &= \bar{\bar{X}} \\ BPA &= \bar{\bar{X}} + L \frac{\sigma_{\bar{X}}}{\sqrt{w}} \\ BPB &= \bar{\bar{X}} - L \frac{\sigma_{\bar{X}}}{\sqrt{w}} \end{aligned} \quad (4)$$

dengan faktor L adalah lebar batas pengendali.

Berdasarkan persamaan (4) di atas, maka jika nilai w makin besar berakibat batas pengendali makin sempit. Sehingga sebaiknya dipilih nilai w yang cukup besar agar didapat daerah yang lebih sensitif. Tetapi untuk waktu mulai $t < w$, moving average diberikan dengan

$$M_t = \frac{\sum_{i=1}^t \bar{X}_i}{t}, \quad t = 1, 2, \dots, w-1 \quad (5)$$

Sedangkan batas pengendalinya adalah

$$\begin{aligned} GT &= \bar{\bar{X}} \\ BPA &= \bar{\bar{X}} + L \frac{\sigma_{\bar{X}}}{\sqrt{t}}, \quad t = 1, 2, \dots, w-1 \\ BPB &= \bar{\bar{X}} - L \frac{\sigma_{\bar{X}}}{\sqrt{t}}, \quad t = 1, 2, \dots, w-1 \end{aligned} \quad (6)$$

dengan faktor L adalah lebar batas pengendali.

b. Grafik Pengendali Geometric Moving Average

Grafik pengendali geometric moving average efektif juga untuk mendeteksi perubahan kecil dalam proses rata-rata. Hanya saja grafik dibentuk berdasar pada bobot yang bervariasi untuk pengamatan terdahulu, dengan bobot yang makin menurun. Sehingga hasilnya secara umum makin menurun. Geometric moving average pada waktu langkah ke- t diberikan dengan

$$G_t = r \bar{X}_t + (1-r) G_{t-1} \quad (7)$$

dengan r adalah konstanta pembobot, yang nilainya $0 < r \leq 1$. Dengan menggunakan Persamaan (7) dan melakukan substitusi rekursif, didapat

$$\begin{aligned} G_t &= r \bar{X}_t + r(1-r) \bar{X}_{t-1} + r(1-r)^2 G_{t-2} \\ &= r \bar{X}_t + r(1-r) \bar{X}_{t-1} + r(1-r)^2 \bar{X}_{t-2} \\ &\quad + \dots + (1-r)^t G_0 \end{aligned} \quad (8)$$

dengan G_0 adalah \bar{X} . Karena nilai konstanta pembobot untuk rata-rata sampel dari baru ke lama terjadi penurunan secara geometris maka Persamaan (8) disebut model geometric moving average.

Jika rata-rata sampel $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_{t-1}$ diasumsikan saling bebas dan jika ragam tiap-tiap rata-rata sampel adalah $\text{Var}(\bar{X}_t) = \sigma_{\bar{X}}^2$, maka ragam dari G_t diberikan oleh

$$\text{Var}(G_t) = \sigma_{\bar{X}}^2 \left(\frac{r}{2-r} \right) [1 - (1-r)^{2t}] \quad (9)$$

Sehingga garis tengah dan batas pengendali atas dan bawah, masing-masing adalah

$$\begin{aligned} GT &= \bar{X} \\ BPA &= \bar{X} + L \sigma_{\bar{X}} \sqrt{\frac{r}{2-r} [1 - (1-r)^{2t}]} \\ BPB &= \bar{X} - L \sigma_{\bar{X}} \sqrt{\frac{r}{2-r} [1 - (1-r)^{2t}]} \end{aligned} \quad (10)$$

dengan faktor L adalah lebar batas pengendali.

Tetapi untuk nilai $t \rightarrow \infty$, simpangan baku dari G_t adalah

$$\sigma_G = \sqrt{\text{Var}(G_t)} = \sigma_{\bar{X}} \sqrt{\frac{r}{2-r}} \quad (11)$$

karena $\lim_{t \rightarrow \infty} [1 - (1-r)^{2t}] = 1$.

Akibatnya didapat garis tengah, batas pengendali atas dan bawah, masing-masing adalah

$$\begin{aligned} \text{GT} &= \bar{\bar{X}} \\ \text{BPA} &= \bar{\bar{X}} + L\sigma_{\bar{x}} \sqrt{\frac{r}{2-r}} \\ \text{BPB} &= \bar{\bar{X}} - L\sigma_{\bar{x}} \sqrt{\frac{r}{2-r}} \end{aligned} \quad (12)$$

dengan faktor L adalah lebar batas pengendali.

3. PERBANDINGAN GRAFIK PENGENDALI MOVING AVERAGE DAN GEOMETRIC MOVING AVERAGE PADA DATA BERKELOMPOK

Diberikan data tentang kekentalan cat. Kekentalan cat sering dipantau agar nilai kekentalannya stabil. Diambil ukuran sampel konstan sebanyak 4 pengamatan dan banyaknya sampel 26. Akan dilakukan perbandingan dengan menggunakan grafik pengendali moving average dan grafik pengendali geometric moving average.

a. Grafik Pengendali Moving Average

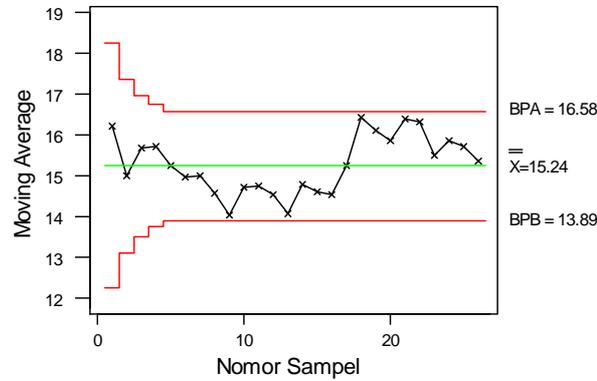
Untuk grafik pengendali moving average ditentukan lebar w yang cukup besar, yaitu $w = 5$ dan faktor $L = 2$, agar didapat daerah yang lebih sensitif. Dari data tersebut didapat hasil bahwa $\bar{\bar{X}} = 15,235$, dan $\sigma_{\bar{x}} = 1,499$. Untuk $t < 5$, dalam menentukan M_t memakai Persamaan (5), sedangkan untuk menentukan BPB dan BPA menggunakan Persamaan (6). Sebaliknya untuk $t \geq 5$, dalam menentukan M_t memakai Persamaan (1), sedangkan untuk menentukan BPB dan BPA menggunakan Persamaan (4). Hasil lengkap dari perhitungan ini disajikan dalam Tabel 1, di bawah ini.

Tabel 1. Rataan kekentalan cat dan moving average

Nomor Sampel	Average Sampel	Moving Average	Batas Pengendali untuk M_t	
t	\bar{X}_t	M_t	BPB	BPA
1	16,2	16,20	12,237	18,233
2	13,8	15,00	13,115	17,355
3	17,0	15,67	13,504	16,966
4	15,8	15,70	13,736	16,734
5	13,5	15,26	13,894	16,576
6	14,7	14,96	13,894	16,576
7	14,0	15,00	13,894	16,576
8	14,8	14,56	13,894	16,576
9	13,2	14,04	13,894	16,576
10	16,8	14,70	13,894	16,576
11	14,9	14,74	13,894	16,576
12	13,0	14,54	13,894	16,576
13	12,5	14,08	13,894	16,576
14	16,7	14,78	13,894	16,576
15	15,9	14,60	13,894	16,576
16	14,6	14,54	13,894	16,576
17	16,5	15,24	13,894	16,576
18	18,4	16,42	13,894	16,576
19	15,2	16,12	13,894	16,576
20	14,6	15,86	13,894	16,576
21	17,2	16,38	13,894	16,576
22	16,1	16,30	13,894	16,576
23	14,4	15,50	13,894	16,576
24	17,0	15,86	13,894	16,576
25	13,8	15,70	13,894	16,576
26	15,5	15,36	13,894	16,576

Pada Tabel 1, terlihat bahwa untuk nomor sampel dari 1 sampai 4, nilai BPB dan BPA bervariasi, tetapi untuk nomor sampel 5 sampai 26 mempunyai nilai yang konstan, yaitu BPB = 13,894 dan BPA = 16,576. Hal ini karena untuk $t < 5$, nilai t berubah-ubah, tetapi untuk $t \geq 5$, nilai $w = 5$.

Untuk mengetahui grafiknya, disajikan dalam Gambar 1, berikut ini :



Gambar 1. Grafik moving average untuk kekentalan cat.

Berdasarkan grafik moving average dapat dikatakan bahwa:

- Mempunyai $GT = 15,24$, $BPB = 13,89$ dan $BPA = 16,58$.
- Semua titik berada dalam daerah pengendali.
- Batas pengendali dari besar, mengecil terus konstan.
- Perubahan antar titik yang berturutan kurang terlihat atau halus.

Proses produksi dengan hasil demikian dapat dikatakan bahwa proses produksi dalam pengendali secara statistik.

b. Grafik Pengendali Geometric Moving Average

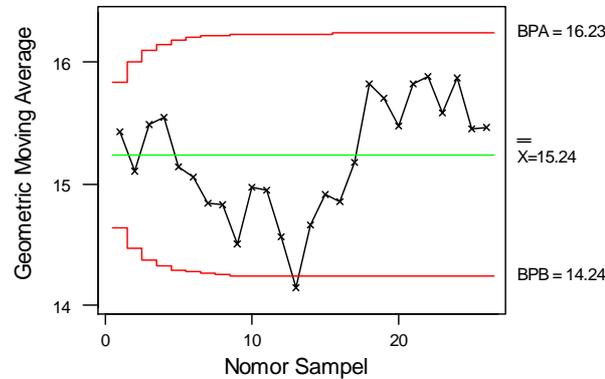
Untuk grafik pengendali geometric moving average dipilih $r = 0,2$ karena dalam grafik pengendali moving average ditentukan $w = 5$ dan $r = \frac{1}{w}$, $0 < r \leq 1$. Sedangkan faktor $L = 2$, agar didapat daerah yang lebih sensitif. Dari data telah didapat hasil bahwa $\bar{\bar{X}} = 15,235$, dan $\sigma_{\bar{x}} = 1,499$. Pada langkah ke- t , dalam menentukan G_t memakai Persamaan (7), sedangkan untuk menentukan BPB dan BPA menggunakan Persamaan (10). Hasil lengkap dari perhitungan ini disajikan dalam Tabel 2, sebagai berikut :

Tabel 2. Rataan kekentalan cat dan geometric moving average

Nomor Sampel	Average Sampel	Geometric Moving Average	Batas Pengendali untuk Geometric Moving Average	
			BPB	BPA
t	\bar{X}_t	G_t		
1	16,2	15,428	14,635	15,835
2	13,8	15,102	14,467	16,003
3	17,0	15,482	14,377	16,093
4	15,8	15,546	14,323	16,147
5	13,5	15,136	14,291	16,179
6	14,7	15,049	14,271	16,199
7	14,0	14,839	14,258	16,212
8	14,8	14,832	14,250	16,220
9	13,2	14,505	14,245	16,225
10	16,8	14,964	14,241	16,229
11	14,9	14,951	14,239	16,231
12	13,0	14,561	14,238	16,232
13	12,5	14,149	14,237	16,233
14	16,7	14,659	14,237	16,233
15	15,9	14,907	14,236	16,234
16	14,6	14,846	14,236	16,234
17	16,5	15,177	14,236	16,234
18	18,4	15,821	14,236	16,234
19	15,2	15,697	14,236	16,234
20	14,6	15,478	14,236	16,234
21	17,2	15,822	14,236	16,234
22	16,1	15,878	14,236	16,234
23	14,4	15,582	14,236	16,234
24	17,0	15,866	14,236	16,234
25	13,8	15,453	14,236	16,234
26	15,5	15,462	14,236	16,234

Pada Tabel 2, terlihat bahwa untuk nomor sampel dari 1 sampai 14, nilai BPB dan BPA bervariasi, tetapi untuk nomor sampel 15 sampai dengan 26, mempunyai nilai yang konstan, yaitu BPB = 14,236 dan BPA = 16,234. Hal ini karena untuk $t \rightarrow \infty$, sesuai dengan Persamaan (12).

Untuk mengetahui grafiknya, disajikan dalam Gambar 2, di bawah ini:



Gambar 2. Grafik geometric moving average untuk kekentalan cat.

Berdasarkan grafik geometric moving average dapat dikatakan bahwa:

- Mempunyai $GT = 15,24$, $BPB = 14,24$ dan $BPA = 16,23$.
- Terdapat sampel nomor 13 berada di luar batas pengendali.
- Batas pengendali dari kecil, membesar terus konstan.
- Perubahan antar titik yang berturutan lebih terlihat atau kasar.

Proses produksi dengan hasil demikian dapat dikatakan bahwa proses produksi berada di luar pengendali secara statistik. Sehingga harus dicari sebab-sebab terduganya.

Berdasarkan hasil di atas, untuk mendeteksi perubahan nilai yang kecil, maka dapat dikatakan bahwa grafik pengendali geometric moving average lebih baik dari grafik pengendali moving average. Karena lebih sensitif, yaitu pada grafik pengendali moving average proses produksi dikatakan terkendali, tetapi pada grafik pengendali geometric moving average proses produksi disimpulkan tidak terkendali secara statistik. Hal ini karena didukung oleh daerah pengendalinya lebih sempit walaupun garis tengahnya sama serta grafik perubahan antar titik yang berturutan lebih terlihat atau kasar. Sehingga disarankan menggunakan grafik pengendali geometric moving average daripada grafik pengendali moving average, untuk perubahan nilai yang kecil.

4. PENUTUP

Untuk perubahan nilai yang kecil dari kekentalan cat, dicobakan pada grafik moving average dan grafik geometric moving average dengan syarat tertentu, ternyata pada grafik geometric moving average lebih sensitif daripada grafik moving average. Karena pada grafik moving average proses produksi dikatakan terkendali, tetapi pada grafik geometric moving average proses produksi diputuskan tidak terkendali secara statistik. Sehingga untuk kasus perubahan nilai kecil pada pengendalian mutu data variabel, sebaiknya menggunakan grafik geometric moving average untuk mengujinya.

DAFTAR PUSTAKA

- Devor, R.E., Chang, T.H., and Sutherland, J.W., *Statistical Quality Design and Control*, Macmilan Publishing Company, New York, 1992.
- Mahajan M., *Statistical Quality Control*, Dhanpat Rai & Sons, New Delhi, 1995.
- Mitra, A., *Fundamentals of Quality Control and Improvement*, Macmilan Publishing Company, New York, 1993.
- Montgomery, D.C., *Introduction to Statistical Quality Control*, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- Newbold, P., *Statistics for Business & Economics*, Fourth Edition, Prentice-Hall International, Inc., 1995.
- Sudarno, *Pengendali Mutu Data Variabel dan Kapabilitas Proses Produksi*, Journal of Sciencies & Mathematics, FMIPA UNDIP, Semarang, 2004, Vol. 12, Hal. 47-50.