JURNAL MATEMATIKA DAN KOMPUTER
Vol. 7. No. 3, 36 - 44, Desember 2004, ISSN : 1410-8518

UJI LINEARITAS DATA TIME SERIES DENGAN RESET TEST

Budi Warsito, Dwi Ispriyanti
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro

Abstrak

Tulisan ini membahas prosedur pengujian linearitas data time series menggunakan uji RESET test versi Ramsey dan Lagrange Multiplier. Uji yang digunakan adalah uji yang telah diperbaiki dengan pembentukan komponen utama dari bentuk polinomial pada persamaan uji. Prosedur uji kemudian diterapkan pada data simulasi untuk model linear AR(2), AR(2) dengan outlier dan model nonlinear LSTAR(2) dengan n = 200. Pengujian menunjukkan hasil yang mirip diantara kedua uji dimana data simulasi dari model linear tidak menjamin kelinearan, sedangkan data simulasi model nonlinear secara signifikan berbentuk nonlinear pada taraf 5%.

Kata kunci : *linearitas, RESET test, data simulasi*

1. PENDAHULUAN

Spesifikasi dan estimasi model time series univariat telah dikembangkan oleh Box-Jenkins dengan model ARIMA. Dalam beberapa kasus hubungan diantara variabel-variabelnya mempunyai kecenderungan berbentuk nonlinear. Dengan pemikiran tersebut, perlu dilakukan uji apakah suatu deret berkala dibangun menurut model linear atau nonlinear (Lee, et. al., 1993). Ada banyak uji yang dapat dilakukan. Tulisan ini akan membahas uji linearitas dengan RESET Test (*Regression Error Specification Test*) versi Ramsey dan Lagrange Multiplier kemudian diaplikasikan pada data simulasi model AR(2), AR(2) dengan outlier dan LSTAR(2)

Misalkan $\{Z_t\}$ merupakan proses stokhastik dan partisinya adalah $Z_t = \left(y_t, X_t^{'}\right)^{'}$ dimana y_t suatu skalar dan X_t adalah vektor k x 1. Proses $\{y_t\}$ dikatakan linear dalam mean bersyarat pada X_t jika

$$P\left[E\left(y_t \middle| X_t\right) = X_t^{'}\theta^* \right] = 1 \quad \text{untuk suatu } \theta^* \in \Re^k \tag{1}$$

Sebagai alternatifnya yaitu y_t tidak linear dalam mean bersyarat pada X_t jika

$$P\left[E\left(y_t \middle| X_t\right) = X_t^{'}\theta\right] < 1 \quad \text{untuk suatu } \theta \in \Re^k \tag{2}$$

Jika bentuk alternatif pada (2) benar maka suatu model linear dikatakan sebagai *neglected nonlinearity*. Pada kondisi ini perlu dibangun model nonlinear untuk estimasi model yang lebih sesuai.

Langkah awal yang dilakukan pada uji linearitas adalah membangun model linear. Secara khusus pada tulisan ini ditentukan data awal yang digunakan adalah model AR(p) kemudian uji diterapkan pada residual terestimasi. Dalam prakteknya, berbagai model linear yang lain juga dapat digunakan sebagai model awal.

2. MODEL TIME SERIES

Bentuk umum model linear AR(p) dengan mean $\mu = 0$ adalah

$$y_t = \tilde{\theta}\tilde{X}_t^{'} + \hat{e}_t \tag{3}$$

dimana $\tilde{X}_t = \left(y_{t-1}, y_{t-2}, ..., y_{t-p}\right)$, $\tilde{\theta} = \left(\theta_1, ..., \theta_p\right)$ sedangkan e_t adalah white noise berdistribusi identik dan independen dengan mean nol dan varian konstan σ^2 atau e_t ~ i.i.d(0,σ^2) yaitu $E\left[e_t \middle| x_{t-1}, x_{t-2}, ...\right] = 0$ dan var (e_t) = σ^2. Model AR(p) yang terbentuk dari suatu proses time series seperti pada (3) merupakan bentuk model linear. Jika data menunjukkan kecenderungan nonlinear maka diperlukan estimasi pembentukan model nonlinear yang sesuai dan diharapkan mempunyai keakuratan prediksi yang lebih tinggi. Beberapa tipe model non linear telah dikembangkan. Bentuk umum model linear AR(p) dalam kasus nonlinear adalah model nonlinear autoregressive (NAR) yaitu

$$y_t = h\left(y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-p}\right) + e_t \tag{4}$$

dimana h adalah fungsi *smoothing*, $E\left(e_t \middle| \; y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-p}\right) = 0$ dan variansinya σ^2. Prediktor optimal dari y_t dengan meminimumkan MSE adalah

$$\hat{x}_t = E\left(x_t \middle| \; x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots, x_{t-p}\right) = h\left(x_{t-1}, \cdots, x_{t-p}\right) \qquad t \geq p+1 \tag{5}$$

3. UJI LINEARITAS

3.1 Ramsey RESET Test

RESET test pertama kali diperkenalkan oleh Ramsey pada 1969 yang berawal dari ide bahwa jika tidak terdapat nonlinearitas maka berbagai transformasi nonlinear dari $f_t = \left(\tilde{X}_t'\hat{\theta}\right)$ tidak memberikan manfaat untuk menyatakan y_t (Kim, et.al., 2004). Prosedur uji pada RESET test dapat dijelaskan sebagai berikut :

(i) Regresikan y_t pada $\tilde{X}_t'$ sehingga diperoleh model linear

$$y_t = f_t + \hat{e}_t, \text{ dimana } f_t = \tilde{X}_t'\hat{\theta} \qquad (6)$$

(ii) Tambahkan model linear dalam bentuk

$$\hat{e}_t = a_2 f_t^2 + \ldots + a_k f_t^k + \nu_t \qquad \text{untuk suatu } k \geq 2$$

sehingga diperoleh model alternatif

$$y_t = \theta\tilde{X}_t' + a_2 f_t^2 + \ldots + a_k f_t^k + \nu_t \qquad \text{untuk suatu } k \geq 2 \qquad (7)$$

(iii) Test dilakukan dengan menguji hipotesis $H_0 : a_2 = \ldots = a_k = 0$. Jika $\hat{e} = (\hat{e}_1, \ldots, \hat{e}_n)$ adalah nilai-nilai residual prediksi dari model linear pada (6) dan $\hat{\nu} = (\hat{\nu}_1, \ldots, \hat{\nu}_n)$ adalah residual dari model alternatif pada (7) maka statistik ujinya adalah

$$\text{RESET} = \frac{[(\hat{e}'\hat{e} - \hat{\nu}'\hat{\nu})/(k-1)]}{[(\hat{\nu}'\hat{\nu})/(n-k)]} \qquad (8)$$

H_0 ditolak jika RESET > F(k-1,n-k).

Untuk uji ini nilai k ditentukan lebih dahulu. Model pada (7) dapat menimbulkan kolinearitas pada variabel-variabel independennya sehingga dihindari dengan melakukan langkah-langkah sebagai berikut :

(i) Bentuk komponen-komponen utama dari $\left(f_t^2, \ldots, f_t^k\right)$

(ii) Pilih p* < (k-1) yang terbesar, kecuali komponen utama pertama sedemikian hingga sudah tidak kolinear dengan $\tilde{X}_t'$

(iii) Regresikan y_t pada $\tilde{X}_t^{'}$ dan hasil dari (i) dan (ii) sehingga menghasilkan residual $\hat{u}_t$. Statistik ujinya adalah

$$\text{RESET1} = \frac{[(\hat{e}'\hat{e} - \hat{u}'\hat{u})/\,p^*]}{[(\hat{u}'\hat{u})/(n-k)]} \tag{9}$$

H_0 ditolak jika RESET1 > F(p*,n-k).

3.2 Uji Lagrange Multiplier

Uji ini merupakan alternatif dari RESET test (Gujarati, 2003). Prosedur uji ini dijelaskan sebagai berikut

(i) Regresikan y_t pada $\tilde{X}_t^{'}$ sehingga diperoleh model linear

$$y_t = f_t + \hat{e}_t \text{, dimana } f_t = \tilde{X}_t^{'}\hat{\theta} \tag{10}$$

(ii) Regresikan $\hat{e}_t$ pada $\tilde{X}_t$ dan $f_t^2, \ldots, f_t^k$

$$\hat{e}_t = \theta\tilde{X}_t^{'} + a_2 f_t^2 + \ldots + a_k f_t^k + u_t \text{ untuk suatu } k \geq 2 \tag{11}$$

mendapatkan statistik R^2.

(iii) Test dilakukan dengan menguji hipotesis $H_0 : a_2 = \ldots = a_k = 0$. Jika $\hat{u} = (\hat{u}_1, \ldots, \hat{u}_n)$ adalah residual dari model alternatif pada (11) maka statistik ujinya adalah

$$\text{RESET} = nR^2 \tag{12}$$

H_0 ditolak jika RESET > $\chi^2(k-1)$. Kajian teoritik berkaitan dengan pendekatan asimtotis $nR^2 \xrightarrow{d} \chi^2$ dapat dilihat pada Kim, et.al. (2004).

Sebagaimana dalam Ramsey RESET test, untuk uji ini nilai k ditentukan lebih dahulu dan untuk menghindari kolinearitas dilakukan langkah-langkah sebagai berikut :

(i) Bentuk komponen-komponen utama dari $\left(f_t^2, \ldots, f_t^k\right)$

(ii) Pilih p* < (k-1) yang terbesar, kecuali komponen utama pertama sedemikian hingga sudah tidak kolinear dengan $\tilde{X}_t^{'}$

JURNAL MATEMATIKA DAN KOMPUTER
Vol. 7. No. 3, 36 - 44, Desember 2004, ISSN : 1410-8518

(iii) Regresikan e_t pada $\tilde{X}_t'$ dan hasil dari (i) dan (ii) sehingga menghasilkan R^2. Statistik ujinya adalah

$$\text{RESET2} = nR^2 \qquad (13)$$

H_0 ditolak jika RESET2 > $\chi^2(p^*)$.

4. APLIKASI PADA DATA SIMULASI

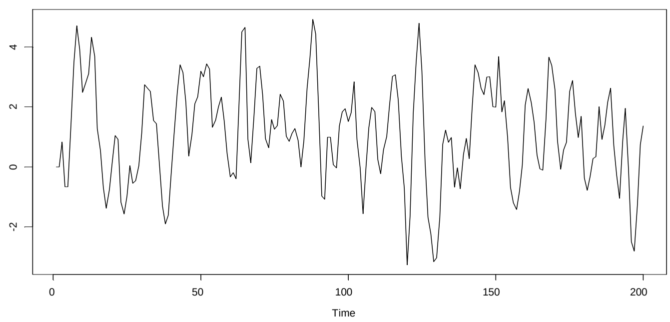
Pada bagian ini akan dibangkitkan 200 data random masing-masing berbentuk model linear dan nonlinear yaitu AR(2), AR(2) dengan outlier dan LSTAR(2) kemudian dilakukan uji linearitas dengan kedua jenis uji dimana dipilih nilai k = 5 dan p* =1.

(i) Model AR(2)

Pada model ini dibangkitkan data random AR(2) dengan persamaan

$$y_t = 1.2\, y_{t-1} - 0.5\, y_{t-2} + e_t \quad \text{dimana } e_t \sim N(1,0.5) \qquad (14)$$

Diperoleh plot data asli sebagai berikut :



Gambar 1. Plot data asli model simulasi AR(2)

Plot pada gambar 1 menunjukkan data telah stastioner dan setelah dilakukan perhitungan untuk uji linearitas dengan RESET test diperoleh hasil sebagaimana disajikan pada tabel 1, dimana angka pertama adalah hasil perhitungan data simulasi dan angka dalam tanda kurung adalah nilai kritisnya.

Tabel 1 Hasil uji linearitas RESET test terhadap model AR(2)

No	Uji	Hasil (n=200)
1	RESET 1	1.99 (3.84)
2	RESET 2	0.0256 (3.84)

Hasil uji menunjukkan bahwa data simulasi model AR(2) secara meyakinkan menunjukkan kelinearitasan yang ditunjukkan dengan nilai perhitungan yang jauh lebih kecil dari nilai kritis pada kedua uji. Dengan demikian model linear AR(2) memang sesuai untuk data tersebut.

(ii) Model AR(2) dengan outlier

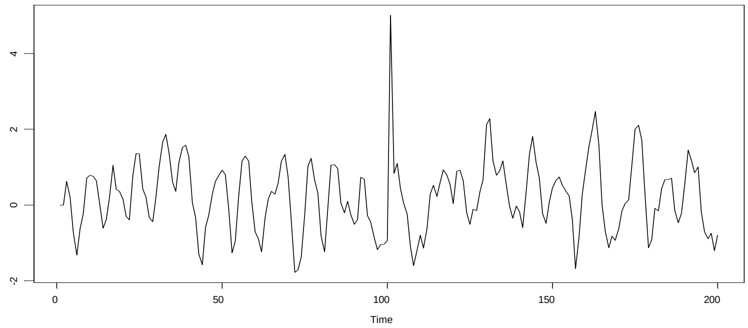
Pada bagian ini dibangkitkan data random model AR(2) dengan persamaan

$$y_t = 1.2\ y_{t-1} – 0.5\ y_{t-2} + e_t \quad (15)$$

dimana $e_t \sim N(1,0.5)$ dan $y_{101} = 5$ merupakan outlier

Diperoleh plot data asli sebagai berikut :

JURNAL MATEMATIKA DAN KOMPUTER
Vol. 7. No. 3, 36 - 44, Desember 2004, ISSN : 1410-8518



Gambar 2 Plot data asli model simulasi AR(2) dengan outlier

Plot pada gambar 2 menunjukkan data bersifat stasioner kecuali data ke 101 yang merupakan outlier. Hasil perhitungan disajikan pada tabel 2

Tabel 2 Hasil uji linearitas RESET test terhadap model AR(2) dengan outlier

No	Uji	Hasil (n=200)
1	RESET 1	38.90 (3.84)
2	RESET 2	32.80 (3.84)

Hasil perhitungan pada kedua uji menunjukkan bahwa model AR(2) mempunyai kecenderungan berbentuk linear yang sangat lemah jika terdapat outlier pada datanya. Hal ini menunjukkan adanya outlier sangat menganggu pembentukan model. Sangat dimungkinkan jika pada data ini dipilih salah satu model nonlinear maka akan mendapatkan prediksi model yang lebih baik. Salah satu model alternatif untuk pendekatan model nonlinear adalah Artificial Neural Network (ANN) (Allende, at.al., 1999).

(iii) Model LSTAR(2)

Dibangkitkan 200 data random model *logistic smooth transition autoregressive* LSTAR(2) dengan persamaan

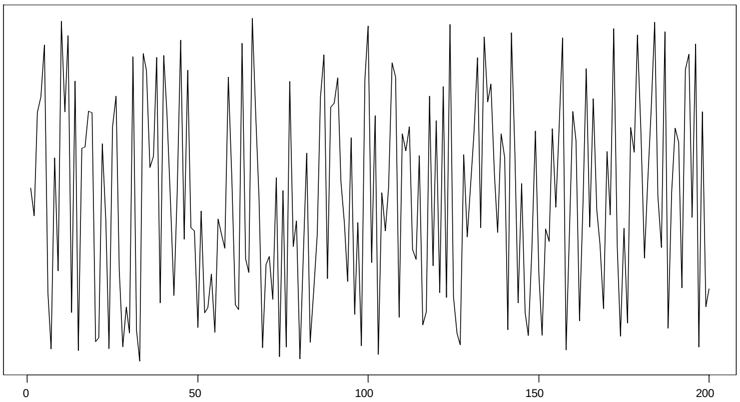
$$y_t = 1.4y_{t-1} - 0.8y_{t-2} + (\theta_0 - 0.8y_{t-1} + 0.7y_{t-2})F(y_{t-1}) + u_t \quad (16)$$

dimana

$$F(y_{t-1}) = [1 + \exp\{-\gamma(y_{t-1} - 0.03)\}]^{-1},$$

$\theta_0 = 0.03$, $\gamma = 100$, dan $u_t \sim \mathrm{N}(0{,}0.5)$.

Diperoleh plot data asli sebagai berikut



Gambar 3 Plot data asli model simulasi LSTAR(2)

Plot data asli menunjukkan data masih tetap stasioner namun fluktuasinya berlangsung lebih cepat dibanding model linear. Hasil perhitungan untuk uji RESET disajikan pada tabel 3

Tabel 3 Hasil uji linearitas RESET test terhadap model LSTAR(2)

No	Uji	Hasil
1	RESET 1	5.07 (3.84)
2	RESET 2	3.85 (3.84)

Hasil perhitungan menunjukkan bahwa kedua uji RESET test pada data yang dibangkitkan dari model nonlinear LSTAR(2) menunjukkan nonlinearitas yang signifikan pada taraf 5%.

5. PENUTUP

Uji linearitas perlu dilakukan untuk menghasilkan model prediksi yang baik untuk data time series. Hasil pengujian dengan kedua uji RESET test menunjukkan bahwa data yang dibangkitkan dari model linear tidak selalu menunjukkan linear, terutama jika terdapat kondisi khusus seperti outlier. Sedangkan data yang dibangkitkan dari model nonlinear telah menunjukkan nonlinearitas yang signifikan masing-masing pada taraf 5%.

DAFTAR PUSTAKA

Allende, H., Moraga, C. and Salas, R., 1999, *Artificial Neural Networks in Time Series Forecasting: A Comparative Analysis*, Research Grant BMBF RCH99/023

Gujarati, D.N., *Basic Econometrics*, 4th edition, McGraw Hill, New York, 2003

Lee, T.H., White., H. and Granger., C.W.J., *Testing for neglected nonlinearity in time series models*, Journal of Econometrics, 56, 269-190, North-Holland, 1993.

Kim, T.H., Lee., Y.S. and Newbold, P., *Spurious Nonlinear Regressions in Econometrics*, working paper, School of Economics, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD, UK, 2004

Willeme', P., September 16, *Improving the Comparability of Monte Carlo Power Studies of Specification Tests: a Measure of Nonlinearity of the Data Generating Process*, Working Paper, Faculty of Applied Economics, University of Antwerp, Belgium, 2002.