Jurnal Matematika Vol. 20, No. 1, April 2017 : 1 - 7

MODEL OPTIMASI *ECONOMIC ORDER QUANTITY* DENGAN SISTEM PARSIAL *BACKORDER* DAN *INCREMENTAL DISCOUNT*

Neri Nurhayati[1], Nikken Prima Puspita[2], Titi Udjiani SRRM[3]
[1]Program Studi S1 Matematika, Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang
nerinurhayati29@gmail.com[1]

Abstract. Economic Order Quantity model with partial backorder system and incremental discount is an integration of several model of inventory optimation, they were Economic Order Quantity optimation model, Economic Order Quantity optimation model with partial backorder system and Economic Order Quantity optimation model with incremental discount. Beside the discounts are given by supplier, in this model there were two stockout conditions, where the consumers disposed to wait until the order came and consumers did not disposed to wait until the order came.

Keywords: Inventory, Economic Order Quantity, Stockout, Partial backorder, Incremental discount

1. PENDAHULUAN

Salah satu jenis model manajemen persediaan adalah Model Optimasi *Economic Order Quantity* (EOQ). Model EOQ diperkenalkan pertama kali oleh Harris pada tahun 1913 [1]. Asumsi yang dalam model ini masih sulit diterapkan dalam kehidupan sehari-hari dimana banyak faktor lain yang dapat mempengaruhi. Dalam model EOQ tidak diperbolehkan terjadinya kekosongan barang (*stockout*), oleh karena itu [2] mengembangkan model EOQ dasar dengan diperbolehkan adanya *stockout*. *Stockout* dibedakan menjadi dua yaitu model *backorder* dan model *lost sales.* Model *backorder* terjadi apabila pesanan konsumen yang diterima perusahaan tidak dapat dipenuhi akibat persediaan habis, dan konsumen bersedia menunggu sampai pesanan terpenuhi sehingga perusahaan tidak kehilangan keuntungan namun *backorder* menyebabkan tambahan biaya transportasi dan pemesanan [3]. Parsial *backorder* adalah penggabungan dari model *backorder* dan *lostsale*. Dalam model ini *supplier* memberi diskon berupa *incremental discount* yaitu diskon dengan aturan bahwa bersamaan dengan naiknya jumlah pemesanan, harga per unit barang turun sesuai dengan range diskoun yang telah disepakati. Model EOQ pada artikel ini mengacu pada [4] yaitu penggabungan dari model Optimasi EOQ*,* model EOQ dengan Sistem Parsial *Backorder,* dan Model EOQ dengan *Incremental Discount.*

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

Model optimasi Economic Order Quantity dengan sistem parsial *backorder* dan *incremental discount* mempunyai tujuan untuk menghitung berapa banyak barang yang sebaiknya dipesan dan waktu yang optimal untuk memesan agar mendapatkan keuntungan yang maksimal. Dalam artuikel ini diasumsikan bahwa lamanya periode perencanaan adalah satu bulan asumsi yang lain pada model ini antara lain :

1. Tingkat permintaan barang diketahui dengan pasti dan konstan untuk setiap bulan.
2. Model yang dikembangkan hanya untuk satu jenis barang (*single item*) dan tidak ada interaksi dengan barang lain.
3. *Stockout* atau adanya kekosongan barang di gudang diperbolehkan.
4. Semakin banyak barang yang dibeli dari *supplier* maka semakin besar potongan harga yang diberikan.
5. Biaya penyimpanan berupa persentase dari harga pembelian barang per unit

6. Harga beli barang bergantung pada banyaknya pembelian barang.
7. Persentase kekurangan barang yang akan menjadi *backorder* tetap.
8. Penjualan akan hilang jika perusahaan tidak mampu memenuhi pesanan konsumen yang tidak bersedia menunggu.

Parameter dan Variabel yang digunakan dalam memformulasikan model ini adalah :

A : Biaya pemesanan barang dalam satu kali pemesanan

β : Persentase dari kekurangan barang yang akan menjadi *backorder*

C_j : Biaya pembelian barang ke j dalam per unit

D : Jumlah permintaan barang per bulan

g : Biaya kerugian barang dalam per unit per bulan

i : Besar persentase biaya penyimpanan barang per unit per bulan

Ch : Biaya penyimpanan per unit barang per bulan.

n : Jumlah dari potongan harga

q_j : Batas tingkat jumlah pemesanan ke j terjadi, dimana $0 = q_0 < q_1 < q_2 < \cdots < q_n < \infty$

P : Harga jual barang per unit

π : Biaya *backorder* per unit per bulan

π'_j : Keuntungan barang ke j yang hilang dari biaya pembelian, $\pi'_j = \left(P - C_j\right) + g$ dalam per unit per bulan

f : Frekuensi pemesanan dalam satu bulan

T : Waktu pemesanan dalam satu siklus

B : Banyaknya *backorder* untuk satu siklus

F : Persentase permintaan barang yang akan dipenuhi dari persediaan dalam satu bulan

Q : Jumlah pesanan per siklus pemesanan

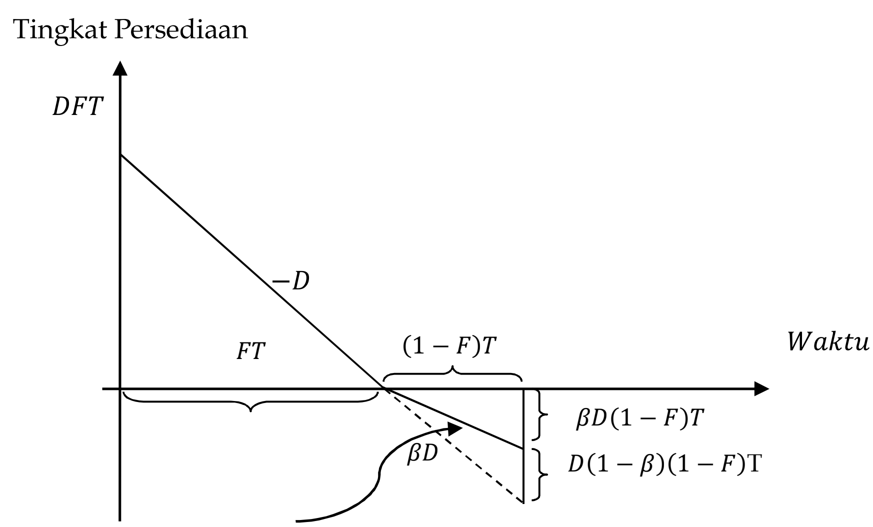
I : Tingkat persediaan maksimum per siklus

ATC : Biaya total persediaan per bulan (*Annual Total Cost*)

ATP : Keuntungan total per bulan (*Annual Total Profit*)

CTC : Biaya total persediaan per siklus (*Cyclic Total Cost*)

CTP : Keuntungan total per siklus (*Cyclic Total Profit*) dimana $j = 1,2,\cdots,n$



Gambar 2.1 Model Optimasi *Economic Order Quantity* dengan Sistem Parsial *Backorder* [4]

Gambar 2.1 menjelaskan tingkat persediaan barang Q terhadap waktu T. Garis dibawah sumbu horizontal menandakan telah terjadi *stockout* dimana sebagian dapat dipenuhi pada awal siklus sberikutnya dan sebagian konsumen tidak bersedia menunggu hingga barang datang kembali yang ditandai dengan konstanta β. Pada model ini biaya total persediaan per siklus merupakan jumlahan dari biaya total pemesanan, biaya total pembelian, biaya total penyimpanan, biaya total *backorder*, dan biaya total *stockout*.

$$Biaya\ total\ persediaan\ (per\ siklus) = Biaya\ Total\ Pemesanan\ Biaya\ Total\ Pembelian + Biaya\ total\ penyimpanan + Biaya\ Total\ Backorder + Biaya\ Total\ Stockout \quad (2.1)$$

$$CTC_j(T_j,F_j) = A + C_j' D\left[F_j + \beta(1-F_j)\right]T_j + \frac{iC_j' DF_j{}^2 T_j{}^2}{2} + \frac{\pi\beta D(1-F_j)^2 T_j{}^2}{2} + g(1-\beta)(1-F_j)DT_j \quad (2.2)$$

dengan

$$C_j' = \frac{X_j}{D[F_j+\beta(1-F_j)]T_j} + C_j \quad (2.3)$$

$$\mathrm{X_j} = \sum_{\mathrm{k=2}}^{\mathrm{j}} \mathrm{q_k}(\mathrm{C_{k-1}} - \mathrm{C_k}),$$
$$\mathrm{j} = 2,3,\cdots,\mathrm{n}\ \textit{dan}\ \mathrm{X_1} = 0$$

Dalam satu bulan terdapat sebanyak $f = \frac{1}{T_j}$ kali pemesanan maka biaya total persediaan dalam satu bulan adalah (ATC_j) dapat dihitung dengan

$$ATC_j(T_j,F_j) = CTC_j(T_j,F_j) \times \frac{1}{T_j}$$

dan mensubstitusikan Persamaan (2.3) ke dalam Persamaan (2.2) seperti berikut:

$$ATC_j(T_j,F_j) = \left[\frac{A+X_j}{T_j} + C_j D\left[F_j + \beta(1-F_j)\right] + \frac{iF_j{}^2 X_j}{2[F_j+\beta(1-F_j)]} + \frac{iC_j DF_j{}^2 T_j}{2} + \frac{\pi\beta D(1-F_j)^2 T_j}{2} + g(1-\beta)(1-F_j)D\right] \quad (2.4)$$

Keuntungan total per bulan (ATP_j) dapat diperoleh dengan mencari selisih dari biaya total penjualan yang diterima selama satu bulan dengan biaya total persediaan barang selama satu bulan (ATC_j), yaitu:

$$ATP_j(T_j,F_j) = PD\left(F_j + \beta(1-F_j)\right) - \left(\frac{A+X_j}{T_j} + C_j D\left[F_j + \beta(1-F_j)\right] + \frac{iF_j{}^2 X_j}{2[F_j+\beta(1-F_j)]} + \frac{iC_j DF_j{}^2 T_j}{2} + \frac{\pi\beta D(1-F_j)^2 T_j}{2} + g(1-\beta)(1-F_j)D\right) \quad (2.5)$$

Selanjutnya dilakukan perubahan $F_j + \beta(1-F_j)$ menjadi $1-(1-\beta)(1-F_j)$ dan mensubstitusikannya ke dalam Persamaan (2.5) dan nilai keuntungan yang hilang akibat konsumen yang tidak bersedia menunggu (π_j'), dengan $\pi_j' = P - C_j + g$, maka $ATP_j(T_j,F_j)$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$ATP_j(T_j,F_j) = PD - \left(\frac{A+X_j}{T_j} + \frac{iF_j{}^2 X_j}{2[F_j+\beta(1-F_j)]} + \frac{iC_j DF_j{}^2 T_j}{2} + \frac{\pi\beta D(1-F_j)^2 T_j}{2} + \pi_j'(1-\beta)(1-F_j)D + C_j D\right) \quad (2.6)$$

Nilai PD selalu tetap karena jumlah penjualan perusahaan per periode selalu tetap, untuk memaksimumkan Persamaan (2.6) sama halnya dengan mencari nilai minimum dari biaya total persediaan per periode (ATC_j) sebagai berikut:

$$ATC_j(T_j,F_j) = \frac{A+X_j}{T_j} + \frac{iF_j{}^2 X_j}{2[F_j+\beta(1-F_j)]} + \frac{iC_j DF_j{}^2 T_j}{2} + \frac{\pi\beta D(1-F_j)^2 T_j}{2} + \pi_j'(1-\beta)(1-F_j)D + C_j \quad (2.7)$$

Secara matematis $\mathrm{T_j^*}$ dan $\mathrm{F_j^*}$ dapat dihitung dengan mencari turunan parsial Persamaan (2.7) terhadap variabel $\mathrm{T_j}$ dan $\mathrm{F_j}$, agar biaya total persediaan menjadi minimum adalah $\frac{\partial ATC_j}{\partial \mathrm{T_j}} = 0$ dan $\frac{\partial ATC_j}{\partial \mathrm{F_j}} = 0$, dijelaskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial ATC_j}{\partial \mathrm{T_j}} = -\frac{A+X_j}{T_j^2} + \frac{iC_j DF_j{}^2}{2} + \frac{\pi\beta D(1-F_j)^2}{2} = 0 \quad (2.8)$$

$$\mathrm{T_j} = \mathrm{T_j}(F_j) = \sqrt{\frac{2(A+X_j)}{\left[iC_jF_j{}^2+\pi\beta(1-F_j)^2\right]D}} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial ATC_j}{\partial \mathrm{F_j}} = \frac{iF_jX_j}{[F_j+\beta(1-F_j)]} - \frac{iF_j{}^2X_j(1-\beta)}{2[F_j+\beta(1-F_j)]^2} + D\left[iC_jF_j - \pi\beta(1-F_j)\right]T_j - \pi_j'(1-\beta)D = 0 \quad (2.10)$$

Untuk mencari F_j di dalam $\mathrm{T_j}$ maka substitusikan $\mathrm{T_j}$ pada Persamaam (2.9) ke Persamaan (2.10) sehingga diperoleh

$$\frac{\partial ATC_j}{\partial \mathrm{F_j}} = \frac{iF_jX_j}{[F_j+\beta(1-F_j)]} - \frac{iF_j{}^2X_j(1-\beta)}{2[F_j+\beta(1-F_j)]^2} - \pi_j'(1-\beta)D + D\left[iC_jF_j - \pi\beta(1-F_j)\right]\sqrt{\frac{2(A+X_j)}{\left[iC_jF_j{}^2+\pi\beta(1-F_j)^2\right]D}} \quad (2.11)$$

Persamaan (2.11) sulit diselesaikan dengan cara analitik, maka diselesaikan dengan menggunakan komputasi matematika seperti Maple. Dengan mensubstitusikan $F_j = 1$ ke dalam Persamaan (2.11) maka diperoleh nilai β_j' (sebagai batas yang masih dapat ditoleransi dari persentase kekurangan yang akan menjadi *backorder*) sebagai berikut:

$$\beta_j' = 1 - \frac{iX_j + \sqrt{2(A+X_j)DiC_j}}{\frac{iX_j}{2} + \pi_j'D} \quad (2.12)$$

Menurut [5] jumlah pemesanan barang yang optimal dinotasikan dengan Q^* dan nilai dari Q^* adalah penjumlahan dari maksimum persediaan barang dan maksimum *backorder* sebagai berikut:

$$Q^* = D\mathrm{T_j^*}\left(\mathrm{F_j^*} + \beta(1-\mathrm{F_j^*})\right) \quad (2.13)$$

Jika nilai $D\mathrm{T_j}\left(F_j + \beta(1-F_j)\right)$ tidak terdapat pada interval maka selanjutnya ditetapkan ketentuan sebagai berikut:

1. Jika $D\mathrm{T_j^*}\left(\mathrm{F_j^*} + \beta(1-\mathrm{F_j^*})\right) < \mathrm{q_j}$ dan kondisi yang mengikutinya adalah:

   $\pi_j' - \frac{A+X_j}{\mathrm{q_j}} \geq 0$ dan

   $$\frac{1+\beta}{1-\beta} > \frac{2D\left(\pi_j' - \frac{A+X_j}{\mathrm{q_j}}\right)}{iX_j + iC_j\mathrm{q_j}} \quad (2.14a)$$

   atau

   $\pi_j' - \frac{A+X_j}{\mathrm{q_j}} < 0$ dan

   $$\frac{1+\beta}{\beta(1-\beta)} > \frac{2D\left(\frac{A+X_j}{\mathrm{q_j}} - \pi_j'\right)}{\pi\mathrm{q_j}} \quad (2.14b)$$

   dan $\mathrm{F_j^*}$ didapatkan dari

   $$\left(\frac{A+X_j}{\mathrm{q_j}} - \pi_j'\right)(1-\beta)D + \left(\frac{iX_j}{\mathrm{q_j}}F_j + iC_jF_j - \pi\beta(1-F_j)\right)D\mathrm{T_j}(F_j) - \left(\frac{iX_j}{\mathrm{q_j}}F_j^2 + iC_jF_j^2 + \pi\beta(1-F_j)^2\right)\frac{D^2(1-\beta)}{2\mathrm{q_j}}\mathrm{T_j^2}(F_j) = 0 \quad (2.14c)$$

   dengan $\mathrm{T_j}(F_j) = \frac{\mathrm{q_j}}{\mathrm{D}\left(F_j+\beta(1-F_j)\right)}$ dan

   $$\mathrm{T_j^*} = \frac{\mathrm{q_j}}{\mathrm{D}\left(\mathrm{F_j^*} + \beta(1-\mathrm{F_j^*})\right)} \quad (2.11)$$

2. Jika $D\mathrm{T_j^*}\left(\mathrm{F_j^*} + \beta(1-\mathrm{F_j^*})\right) > \mathrm{q_{j+1}}$ dan kondisi yang mengikutinya adalah:

   $\pi_j' - \frac{A+X_j}{\mathrm{q_{j+1}}} \geq 0$ dan

   $$\frac{1+\beta}{1-\beta} > \frac{2D\left(\pi_j' - \frac{A+X_j}{\mathrm{q_{j+1}}}\right)}{iX_j + iC_j\mathrm{q_{j+1}}} \quad (2.15a)$$

   atau

   $\pi_j' - \frac{A+X_j}{\mathrm{q_{j+1}}} < 0$ dan

   $$\frac{1+\beta}{\beta(1-\beta)} > \frac{2D\left(\frac{A+X_j}{\mathrm{q_{j+1}}} - \pi_j'\right)}{\pi\mathrm{q_{j+1}}} \quad (2.15b)$$

   dan $\mathrm{F_j^*}$ didapatkan dari

   $$\left(\frac{A+X_j}{\mathrm{q_{j+1}}} - \pi_j'\right)(1-\beta)D + \left(\frac{iX_j}{\mathrm{q_{j+1}}}F_j + iC_jF_j - \pi\beta(1-F_j)\right)D\mathrm{T_j}(F_j) - \left(\frac{iX_j}{\mathrm{q_{j+1}}}F_j^2 + iC_jF_j^2 + \pi\beta(1-F_j)^2\right)\frac{D^2(1-\beta)}{2\mathrm{q_{j+1}}}\mathrm{T_j^2}(F_j) = 0 \quad (2.15c)$$

   dengan $\mathrm{T_j}(F_j) = \frac{\mathrm{q_{j+1}}}{\mathrm{D}\left(F_j+\beta(1-F_j)\right)}$ dan

   $$\mathrm{T_j^*} = \frac{\mathrm{q_{j+1}}}{\mathrm{D}\left(\mathrm{F_j^*}+\beta(1-\mathrm{F_j^*})\right)}$$

Kemudian untuk menyelesaikan Model Optimasi *Economic Order Quantity* dengan Sistem Parsial *Backorder* dan *Incremental Discount* ada beberapa langkah-langkah untuk mendapatkan keuntungan yang optimal [4] yaitu,

1. Untuk setiap $j = 1,2,\ldots,n$, dimana j merupakan range interval diskon
   (a) Menghitung $\beta_j' = 1 - \frac{iX_j + \sqrt{2(A+X_j)DiC_j}}{\frac{iX_j}{2} + \pi_j' D}$
   (b) Jika $\beta \geq \beta_j' \geq 0$ atau $\beta_j' < 0$ maka terjadi parsial *backorder* selanjutnya menghitung nilai F_j^* dari Persamaan (2.11) dan $T_j^* = \sqrt{\frac{2(A+X_j)}{D\left[iC_jF_j^{*2} + \pi\beta\left(1-F_j^*\right)^2\right]}}$
   (i) Jika $q_j \leq DT_j^*\left(F_j^* + \beta\left(1-F_j^*\right)\right) \leq q_{j+1}$ (dengan $q_1 = 0$ dan $q_{j+1} = \infty$), dan (T_j^*, F_j^*) adalah solusi yang diterima (atau $Q_j^* = DT_j^*\left(F_j^* + \beta\left(1-F_j^*\right)\right)$ diterima). Menghitung keuntungan total per bulan $ATP_j\left(T_j^*, F_j^*\right) = PD - \left(\frac{A+X_j}{T_j^*} + \frac{iF_j^{*2}X_j}{2\left[F_j^*+\beta\left(1-F_j^*\right)\right]} + \frac{iC_jDF_j^{*2}T_j^*}{2} + \frac{\pi\beta D\left(1-F_j^*\right)^2T_j^*}{2} + \pi_j'(1-\beta)\left(1-F_j^*\right)D + C_jD\right)$ membandingkan keuntungan dari $ATP_j\left(T_j^*, F_j^*\right)$ dengan keuntungan dari tidak adanya persediaan barang $-\pi_j'D$, lalu pilih keuntungan yang paling maksimal. Jika keuntungan maksimal berasal dari tidak adanya persediaan barang maka $T_j^* = +\infty$ dan $F_j^* = 0$.
   (ii) Jika $DT_j^*\left(F_j^* + \beta\left(1-F_j^*\right)\right) < q_j$ dan $j\epsilon\{2,\cdots,n\}$, lalu

   Jika salah satu dari kondisi (2.14a) atau (2.14b) dipenuhi, menghitung F_j^* dari Persamaan (2.14c) dan $T_j^* = \frac{q_j}{\left(D\left(F_j^*+\beta\left(1-F_j^*\right)\right)\right)}$. Kemudian menghitung nilai keuntungan $AT\ \ _j\left(T_j^*, F_j^*\right) = PD - \left(\frac{A+X_j}{T_j^*} + \frac{iF_j^{*2}X_j}{2\left[F_j^*+\beta\left(1-F_j^*\right)\right]} + \frac{iC_jDF_j^{*2}T_j^*}{2} + \frac{\pi\beta D\left(1-F_j^*\right)^2T_j^*}{2} + \pi_j'(1-\beta)\left(1-F_j^*\right)D + C_jD\right)$

   Misal $F_j^* = 1$ dan hitung $T_j^* = \sqrt{\frac{2(A+X_j)}{Di\ \ _j}}$. Jika $T_j^* < \frac{q_j}{D}$ maka nilai $T_j^* = \frac{q_j}{D}$, dan jika $T_j^* > \frac{q_{j+1}}{D}$ maka nilai $T_j^* = \frac{q_{j+1}}{D}$. Menghitung nilai keuntungan per bulan dengan $PD - \left(\frac{A+X_j}{T_j^*} + \frac{iX_j}{2} + \frac{iC_jDT_j^*}{2} + C_jD\right)$.
   Menghitung keuntungan dari tidak adanya persediaan barang $-\pi_j'D$, dan menentukan $T_j^* = +\infty$ dan $F_j^* = 0$.
   Membandingkan keuntungan dari langkah 1, 2 dan 3 untuk menentukan keuntungan yang optimal jika $DT_j^*\left(F_j^* + \beta\left(1-F_j^*\right)\right) < q_j$, dan nilai $T_j^* = T_j^*$ dan $F_j^* = F_j^*$ untuk solusi yang optimal.
   (iii) Jika $DT_j^*\left(F_j^* + \beta\left(1-F_j^*\right)\right) > q_{j+1}$ dan $j\epsilon\{2,\cdots,n\}$, lalu
   Jika salah satu dari kondisi (2.15a) atau (2.15b) dipenuhi, menghitung F_j^* dari Persamaan (2.15c) dan $T_j^* = \frac{q_{j+1}}{\left(D\left(F_j^*+\beta\left(1-F_j^*\right)\right)\right)}$. Kemudian menghitung nilai keuntungan $AT\ \ _j\left(T_j^*, F_j^*\right) = PD - \left(\frac{A+X_j}{T_j^*} + \frac{iF_j^{*2}X_j}{2\left[F_j^*+\beta\left(1-F_j^*\right)\right]} + \frac{iC_jDF_j^{*2}T_j^*}{2} + \frac{\pi\beta D\left(1-F_j^*\right)^2T_j^*}{2} + \pi_j'(1-\beta)\left(1-F_j^*\right)D + C_jD\right)$

Misal $F_j^* = 1$ dan dihitungh $T_j^* = \sqrt{\frac{2(A+X_j)}{DiC_j}}$. Jika $T_j^* < \frac{q_j}{D}$ maka nilai $T_j^* = \frac{q_j}{D}$, dan jika $T_j^* > \frac{q_{j+1}}{D}$ maka nilai $T_j^* = \frac{q_{j+1}}{D}$. Menghitung nilai keuntungan per bulan dengan $PD - \left(\frac{A+X_j}{T_j^*} + \frac{iX_j}{2} + \frac{iC_jDT_j^*}{2} + C_jD\right)$. Menghitung keuntungan dari tidak adanya persediaan barang $-\pi_j'D$, dan nilai $T_j^* = +\infty$ dan $F_j^* = 0$. Membandingkan keuntungan dari langkah 1, 2 dan 3 untuk menentukan keuntungan yang optimal jika $DT_j^*\left(F_j^* + \beta\left(1 - F_j^*\right)\right) > q_{j+1}$, dan nilai $T_j^* = T_j^*$ dan $F_j^* = F_j^*$ untuk solusi yang optimal.

(c) Jika $0 \leq \beta < \beta'_j$ menunjukkan bahwa tidak terjadi parsial *backorder* maka ditentukan $F_j^* = 1$ dan hitung $T_j^* = \sqrt{\frac{2(A+X_j)}{DiC_j}}$

(i) Jika $\frac{q_j}{D} \leq T_j^* \leq \frac{q_{j+1}}{D}$ (dengan $q_1 = 0$ dan $q_{n+1} = \infty$), maka T_j^* merupakan nilai itu sendiri dan (T_j^*, F_j^*) adalah solusi yang diterima (atau $Q_j^* = DT_j^*$ diterima). Menghitung keuntungan total per bulan dengan $PD - ATC_j\left(T_j^*\right) = PD - \left(\frac{iX_j}{2} + \sqrt{2\left(A + X_j\right)DiC_j} + C_jD\right)$.

(ii) jika $T_j^* < \frac{q_j}{D}$, maka T_j^* didekatkan dengan batas bawah yaitu $T_j^* = \frac{q_j}{D}$ dan menghitung keuntungan total per bulan dengan $PD - ATC_j\left(T_j^*\right) = PD - \left(\frac{(A+X_j)}{T_j^*} + \frac{iX_j}{2} + \frac{iC_jDT_j^*}{2} - C_jD\right)$. Selanjutnya membandingkan keuntungan tersebut dengan keuntungan dari tidak adanya persediaan barang $-\pi_j'D$, lalu pilih keuntungan yang paling maksimal. Jika keuntungan maksimal berasal dari tidak adanya persediaan barang maka $T_j^* = +\infty$ dan $F_j^* = 0$.

(iii) jika $T_j^* > \frac{q_{j+1}}{D}$, maka T_j^* didekatkan dengan batas atas yaitu $T_j^* = \frac{q_{j+1}}{D}$ dan menghitung keuntungan total per bulan dengan $PD - ATC_j\left(T_j^*\right) = PD - \left(\frac{(A+X_j)}{T_j^*} + \frac{iX_j}{2} + \frac{iC_jDT_j^*}{2} + C_jD\right)$. Selanjutnya membandingkan keuntungan tersebut dengan keuntungan dari tidak adanya persediaan barang $-\pi_j'D$, lalu pilih keuntungan yang paling maksimal. Jika keuntungan maksimal berasal dari tidak adanya persediaan barang maka $T_j^* = +\infty$ dan $F_j^* = 0$.

2. Identifikasi keuntungan maksimal dari langkah sebelumnya, lalu pilih titik $\left(T_j^*, F_j^*\right)$ yang menghasilkan keuntungan yang paling maksimal dimana (T^*, F^*) telah menjadi solusi *global* yang optimal.
3. Jika kebijakan optimal berasal dari parsial *backorder,* selanjutnya menghitung $Q^* = DT^*\left(F^* + \beta(1 - F^*)\right)$ dan $B^* = \beta D(1 - F^*)T^*$. Jika kebijakan optimal adalah yang memenuhi semua permintaan dari model *Economic Order Quantity* dengan *incremental discount*, selanjutnya menghitung $Q^* = DT^*$. Jika kebijakan optimal adalah dari kehilangan seluruh penjualan maka $Q^* = 0$.

3. PENUTUP

Model optimasi *Economic Order Quantity* dengan sistem parsial *backorder* dan *incremental discount* dapat digunakan dalam masalah manajemen persediaan yang memperbolehkan terjadinya kekosongan barang dan melibatkan adanya diskon yang diberikan *supplier* yaitu berupa *incremental discount* dimana harga beli menjadi turun jika pemesanan terus bertambah mengikuti range diskon yang diberikan dan adanya kesediaan sebagian konsumen untuk menunggu barang yang sedang dipesan kembali.

4. DAFTAR PUSTAKA

[1] F. Harris, (1990), How many parts to make at once, Factory, The Magazine of Management 10 (1913) 135-136, 152, *Reprinted in Operation Research,* 38(6): 947-950.

[2] Zipkin, P.H., (2000), *Foundations of Inventory Management*, New York: McGraw Hill.

[3] Nasution, Arman Hakim dan Yudha Prasetyawan, (2008), *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*, Yogyakarta: Graha Ilmu.

[4] Taleizadeh, A. A., Irena Stojkovska, dan David W. Pentico, (2015). An Economic Order Quantity Model with Partial Backordering and Incremental Discount, *Computer & Industrial Engineering*, 82 : 172–184.

[5] Pentico, D.W., Drake, M.J., (2000), The Deterministic EOQ with Partial Backordering: A New Approach, *European Journal of Operation Research,* 194(1) : 102-113.