

ANALISA KINERJA SISTEM KONTROL DISKRIT CHAOS LUP TERBUKA DAN TERTUTUP DENGAN PENGENDALI IMPULSIF

Robertus Heri Soelistyo Utomo¹, Widowati², Dita Anies³, Yuliyah Hambyah Asnawi⁴
^{1,2,3}Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro

⁴Program Studi S1 Matematika, Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang
wiwied.mathundip@gmail.com², yulianham@gmail.com⁴

Abstract. Stability the discrete chaotic systems is interesting to be discussed, given that chaos is closely related to random and irregular state. Stability of discrete chaotic system can be obtained using impulsive control law and applying Lyapunov stability theory. So it can show sufficient conditions for the design of impulsive controllers and globally exponentially set-stable can be reached. Based on the results of the impulsive control, it is seen that the behavior of chaos in a discrete chaos system which originally the trajectory are irregular, can be control and become stable, and there is a globally exponentially attracting set earned in the system. The numerical simulation on the discrete chaotic system is presented to illustrate the effectiveness of the obtained results from control impulsive.

Keywords: Stability, impulsive controller, Lyapunov stability theory, and discrete chaos system.

1. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi dan informasi saat ini telah berkembang sangat pesat, begitu juga ilmu pengetahuan, salah satunya yaitu di bidang matematika yang sangat erat dengan lingkungan manusia, seperti sistem kontrol yang tidak dapat dilepaskan dari kehidupan masyarakat modern, peranannya dapat terlihat mulai dari peluncuran roket, penerbangan pesawat ulang-alik, sampai pemakaian alat-alat elektronik rumah tangga. Teori sistem kontrol yang dikenal saat ini mengalami kemajuan pesat pada era pertengahan abad ke-19, ketika J.C. Maxwell, E.J Routh, dan Lyapunov merumuskan teori kontrol stabilitas sistem untuk pertama kalinya [1].

Sistem kontrol dibentuk untuk mengendalikan sebuah sistem. Di mana sistem adalah suatu model matematika dari suatu proses fisis yang berkaitan dengan input signal dengan output signal [2], contohnya ialah sistem dari gerakan acak yang terjadi pada alam sekitar. Alam semesta yang bersifat dinamis kelihatannya bekerja melalui sistem yang linier, tetapi banyak juga yang tidak bekerja secara linier dan tidak dapat dipahamimelalui

sistem linier. Sistem seperti inilah yang dinamakan dengan teori chaos, yaitu suatu teori yang berkaitan dengan proses alam yang nampaknya kacau, acak dan tidak linier (sistem yang tidak dapat diprediksi berdasarkan kondisi awal). Walaupun berlangsung acak, sistem chaos dapat ditentukan secara matematis. Chaos dapat ditemukan pada berbagai sistem umum, mulai dari sistem yang sederhana seperti gerak pendulum sampai sistem yang kompleks seperti: irama detak jantung, aktivitas listrik pada otak, dan lain sebagainya. Bahkan sistem ekonomi seperti: pergerakan harga di bursa saham, kurs mata uang sampai harga minyak mentah merupakan sistem chaos [3].

Baru-baru ini, kontrol impulsif atau pengendali impulsif telah menarik perhatian antar banyak peneliti. Kontrol tersebut muncul secara alami dalam berbagai macam aplikasi, seperti transfer orbit satelit, manajemen ekosistem dan manajemen portofolio yang dinamis. Sebagai contoh dalam bidang manajemen portofolio yang dinamis, tercatat bahwa perilaku kejadian dinamis total nilai saham dari investor tertentu dapat digambarkan

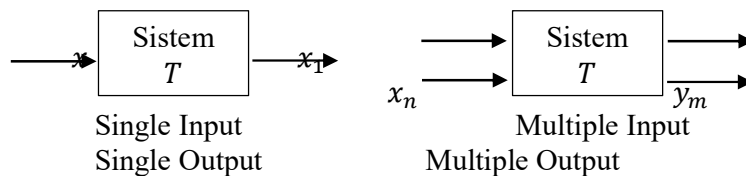
dalam bentuk sistem pengendali impulsif. Lebih khusus, ketika melihat sejumlah saham yang dibeli atau dijual, nilai total saham berubah seketika ke nilai baru. Situasi ini persis seperti pengendali impulsif yang diterapkan pada sistem dinamik. Artikel ini bertujuan untuk mendapatkan pengendali impulsif beserta sifat-sifatnya untuk menstabilkan sistem diskrit chaos. Masalah pengendali impulsif dapat dikendalikan menggunakan metode fungsi *Lyapunov* untuk membangun seperangkat kriteria stabilitas impulsif untuk sistem pengendali impulsif tersebut, kemudian diterapkan pada sistem chaos dan diperoleh keadaan stabil [4], sehingga dengan menggunakan teori stabilitas

Lyapunov, kondisinya cukup untuk bentuk stabilitas eksponensial dapat diperoleh [5]

2. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1 Desain Sistem Diskrit Chaos berdasarkan Hukum Pengendali Impulsif

Sistem adalah suatu model matematika dari suatu proses fisis yang berkaitan dengan input signal dengan output signal (respon). Misalkan x dan y adalah signal input dan output dari suatu sistem. Maka sistem dapat dipandang sebagai suatu transformasi (pemetaan) dari x pada y . Transformasi ini disajikan oleh notasi matematik sebagai berikut [6], $y = Tx$, dengan T adalah suatu operator.



Model yang dibahas adalah model sistem diskrit chaos [7]. Berikut diberikan $\mathbb{Z} = \{0, 1, 2, \dots\}$, $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$, $x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}^T \in \mathbb{R}^n$ dan $A = (a_{ij})_{n \times n} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, diberikan norm $\|x\|$ adalah norm vektor dan $\|A\|$ adalah norm dari matriks A , dengan $\rho(A)$ adalah spektral radius matriks A , didefinisikan;

$$\|x\|_1 = \sum_i^n |x_i| \text{ dan}$$

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_i^n |a_{ij}|.$$

Bentuk umum dari sistem diskrit chaos adalah:

$$x(m+1) = f(x(m)), m \in \mathbb{Z}, \quad (2.1)$$

Sistem (2.1) disebut sistem diskrit chaos lup terbuka, dengan variabel keadaan $x(m) \in \mathbb{R}^n$, fungsi kontinu $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, dan kondisi awal $x(0) = x_0$, serta diberikan plant P yang mendefinisikan proses evolusi $(m, x(m))$.

Definisi 2.1 [7] Sebuah barisan $\{m_k, U(k, x(m_k))\}$, $m_k \in \mathbb{Z}$ dikatakan sebagai hukum pengendali impulsif dari plant P jika;

$$i. \Delta x(m_k) = x(m_k + 1) - x(m_k) = U(k, x(m_k)), k \in \mathbb{N}.$$

$$ii. m_0 = 0 < m_1 < m_2 < \dots < m_k < m_{k+1} < \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} m_k = \infty.$$

Kemudian didesain pengendali impulsif $\{m_k, U(k, x(m_k))\}$ sesuai Sistem (2.1) berdasarkan hukum kontrol dengan stabil eksponensial [4]. Diberikan $U(k, x(m_k)) = \Phi_k(x(m_k))$, $\Phi_k: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ adalah fungsi kontinu, sehingga dapat dibentuk sistem diskrit chaos berdasarkan hukum pengendali impulsif sebagai berikut:

$$\begin{cases} x(m+1) = f(x(m)), m \neq m_k, m \in \mathbb{Z} \\ \Delta x(m) = x(m+1) - x(m) = \Phi_k(x(m)), m = m_k, k \in \mathbb{N} \\ x(0) = x_0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Sistem (2.2) disebut sebagai sistem diskrit chaos lup tertutup dari (2.1) dan diasumsikan memenuhi beberapa hipotesis berikut [5]:

Asumsi 2.2

Terdapat konstanta $s > 0$ dan $\vartheta \geq 0$ sehingga

$$\|f(x(m))\| \leq s\|x(m)\| + \vartheta, \quad \forall m \in \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n. \quad (2.3)$$

Asumsi 2.3

Terdapat konstanta $l_k > 0$ sehingga $\|x(m) + \Phi_k(x(m))\| \leq l_k\|x(m)\|, \forall k \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}^n.$ (2.4)

Asumsi 2.4

Pengendali impulsif dengan *timeinstan* $\{m_k\}, m_k \in \mathbb{Z}$, memenuhi $m_k - m_{k-1} > 1, k \in \mathbb{N}.$ (2.5)

Kondisi *Lipschitz* adalah syarat cukup yang harus dipenuhi. Namun kondisi *Lipschitz* menyiratkan Asumsi 2.1. Bahkan, $f(x)$ memenuhi kondisi *Lipschitz*; $\|f(x) - F(0)\| \leq s\|x\| \Rightarrow \|f(x)\| \leq s\|x\| + \|f(0)\|.$

Kemudian untuk Asumsi 2.3, jika $\Phi_k(0) = 0$, maka kondisi *Lipschitz* adalah kondisi yang cukup untuk Asumsi 2.3. Bahkan, Secara umum tidak ada yang menjamin *jumping impulses* terjadi terus menerus. Sehingga Asumsi 2.4 biasanya diasumsikan [6].

Definisi 2.5 [4] Himpunan $S \subset \mathbb{R}^n$ dikatakan *globally exponentially attracting set* dari Sistem (2.2) jika terdapat konstanta $K > 0$ dan $\beta \in [0,1)$ sehingga untuk setiap solusi $x(m, 0, x_0)$ dengan nilai awal x_0 ,

$$\text{dist}(x(m), S) \leq K \|x_0\| \beta^k, \quad \text{dengan } k \in \mathbb{N}, k \rightarrow \infty \text{ ketika } m \rightarrow \infty, \text{ dan } \text{dist}(x(m), S) = \inf_{y \in S} d(x(m), y),$$

dengan $\text{dist}(\cdot, \cdot)$ adalah sebarang jarak di \mathbb{R}^n .

Definisi 2.6 [4] Sistem (2.2) dikatakan *globally exponentially set-stable* jika terdapat *globally exponentially attracting set* S dari Sistem (2.2).

Definisi 2.7 [4] Sistem (2.2) dikatakan *globally exponentially stable* jika $S = \{0\}$ adalah *globally exponentially attracting set* dari Sistem (2.2).

2.2. Tahapan Mendesain Pengendali Impulsif untuk Menstabilkan Sistem Diskrit Chaos

Teorema 2.8 [5] Jika Asumsi 2.1-2.3 terpenuhi, maka solusi dari Sistem (2.2) memenuhi kriteria berikut:

$$\|x(m)\| \leq s^{m-k-1} \prod_{i=0}^k l_i \|x_0\| + \gamma, \quad (2.6)$$

dengan

$$\begin{aligned} \gamma &= \sum_{i=0}^{m-m_k-2} s^i \vartheta \\ &+ \sum_{j=1}^k s^{m-m_j-(k-j)-1} \prod_{i=j}^k l_i \left(\sum_{i=0}^{m_j-m_{j-1}-2} s^i \right) \vartheta. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Teorema 2.9 [5] Misalkan Asumsi 2.2-2.4 terpenuhi, maka himpunan

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq \frac{s^{T-1} - 1}{(1 - s^{T-1}l)(s - 1)} \vartheta \right\}$$

adalah *globally exponentially stable attracting set* dari sistem (2.2), dan sistem (2.2) adalah *globally exponentially set-stable* dengan syarat memenuhi kriteria berikut:

- i. $s > 1$ dan $T = \sup_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} < \infty$.
- ii. $s^{T-1}l < 1, l = \sup_{k \in \mathbb{N}} \{l_k\}.$

Bukti :

Berdasarkan (2.7) dan $s > 1, s^{T-1}l < 1$, diperoleh

$$\begin{aligned} \gamma &\leq (\sum_{i=0}^{T-2} s^i) \vartheta + \sum_{j=1}^k s^{m-m_j-(k-j)-1} \prod_{i=j}^k l_i (\sum_{i=0}^{T-2} s^i) \vartheta \\ &\leq (1 + \sum_{j=1}^k (s^{T-1}l)^{k-j+1}) \frac{s^{T-1}-1}{s-1} \vartheta \leq \frac{s^{T-1}-1}{(1-s^{T-1}l)(s-1)} \vartheta. \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\text{Ketika, } m = (m - m_k) + (m_k - m_{k-1}) + \dots + (m_1 - m_0) \leq (k + 1)T \quad (2.9)$$

dimana telah diketahui $m \rightarrow \infty \Rightarrow k \rightarrow \infty$ dan

$$s^{m-k-1} \prod_{i=0}^k l_i \leq s^{(k+1)T-k-1} l^{k+1} = (s^{T-1}l)^{k+1}, \quad (2.10)$$

kemudian dengan substitusi (2.8) dan (2.10) ke (2.6), diperoleh

$$\begin{aligned} \|x(m)\| &\leq (s^{T-1}l)^{k+1} \|x_0\| \\ &+ \frac{(s^{T-1} - 1)}{(1 - s^{T-1}l)(s - 1)} \vartheta. \end{aligned} \quad (2.11) \blacksquare$$

Teorema 2.10 [5] *Jika Asumsi 2.1-2.3 terpenuhi, maka himpunan*

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq \left(1 + \frac{l}{1-s^{T-1}l} \right) \frac{1}{1-s} \vartheta \right\}$$

Adalah *globally exponentially stable attracting set* dari Sistem (2.2), dan sistem (2.2) adalah *globally exponentially set-stable* dengan syarat memenuhi kriteria berikut:

- i. $s < 1$ dan $\mathcal{T} = \inf_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} > 0$
- ii. $s^{T-1}l < 1$.

Bukti :

Berdasarkan (2.7) dan $s < 1$ dan $s^{T-1}l < 1$, diperoleh

$$\begin{aligned} \gamma &\leq \left(1 + \sum_{j=1}^k s^{m-m_k-1} s^{m_k-m_j-(k-j)} \prod_{i=j}^k l_i \right) \frac{1}{1-s} \\ &\leq \left(1 + \frac{l}{1-s^{T-1}l} \right) \frac{1}{1-s} \vartheta \end{aligned} \quad (2.12)$$

Di sisi lain,

$$\begin{aligned} s^{m-k-1} \prod_{i=0}^k l_i &\leq s^{(m-m_k) + \sum_{i=1}^k (m_i - m_{i-1}) - k - 1} l^{k+1} = \\ &= (s^{T-1}l)^k l. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Kemudian dengan substitusi (2.12) dan (2.13) ke (2.14), diperoleh

$$\|x(m)\| \leq (s^{T-1}l)^k l \|x_0\| + \left(1 + \frac{l}{1-s^{T-1}l} \right) \frac{1}{1-s} \vartheta. \quad (2.14) \blacksquare$$

Teorema 2.11 [5] *Jika Asumsi 2.1-2.3 terpenuhi, maka himpunan*

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq \frac{1}{1-l} (T-1)\vartheta \right\}$$

Adalah *globally exponentially stable attracting set* dari sistem (2.2), dan sistem (2.2) adalah *globally exponentially set-stable* dengan syarat memenuhi kriteria berikut:

- i. $s = 1$ dan $T = \sup_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} < \infty$.
- ii. $l < 1$.

Bukti :

Berdasarkan (2.7) dan $s = 1$ serta $l < 1$, diperoleh

$$\gamma \leq (m - m_k - 1)\vartheta + \sum_{j=1}^k \prod_{i=j}^k l_i (m_j -$$

$$m_{j-1} - 1)\vartheta \leq \frac{1}{1-l} (T-1)\vartheta, \quad (2.15)$$

kemudian dengan substitusi $s = 1$ dan (2.15) ke (2.6) dapat diperoleh

$$\|x(m)\| \leq l^k \|x_0\| + \frac{1}{1-l} (T-1)\vartheta, \quad (2.16) \blacksquare$$

Untuk kasus $\vartheta \equiv 0$, $x(m) = 0$ adalah solusi (2.2) dari Asumsi 2.1-2.2. Berikut diberikan *attractivity* dari solusi nol dan bukti yang mirip Teorema 2.10 – Teorema 2.11.

Akibat 2.12 [5] *Jika Asumsi 2.1-2.3 dengan $\vartheta \equiv 0$ terpenuhi, maka sistem (2.2) merupakan globally exponentially stable dengan syarat memenuhi kriteria berikut:*

- i. $s > 1$, $T = \sup_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} < \infty$ dan $s^{T-1}l < 1$.
- ii. $s < 1$, $\mathcal{T} = \inf_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} > 0$ dan $s^{T-1}l < 1$.
- iii. $s = 1$ dan $l > 1$.

Kriteria (i) – (iii) dari Akibat 2.1 jika digabungkan, diperoleh;

Akibat 2.13 [5] *Misalkan Asumsi 2.1-2.3 dengan $\vartheta \equiv 0$ terpenuhi. Jika $0 < \mathcal{T} = \inf_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\}$, $T = \sup_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} < \infty$ dan $\max_{\alpha \in \{T, \mathcal{T}\}} \{s^{\alpha-1}\} l < 1$, maka Sistem (2.2) globally exponentially stable.*

Berdasarkan asumsi, $\Phi_k(x) = \Phi(x)$ dan $m_k + 2 \leq m_{k+1} \leq m_k + 4$, [7] membuat proposisi berikut:

Proposisi 2.14 [6] *Misalkan $\|x(m) + \Phi(x(m))\| \leq l \|x(m)\|$ dengan $0 < l < e$, dan $\|f(x(m))\| \leq s \|x(m)\|$, maka Sistem (2.2) adalah stabil asimtotik jikalau $s + \frac{1}{3} \ln l < 0$.*

Dibandingkan dengan Proposisi 2.14 [6], hasil pengendalian impulsif ini [5] memiliki jangkauan yang lebih luas dari aplikasi yang dihasilkan dari keuntungan yang tidak perlu kondisi $0 < l < e$, yang dapat ditunjukkan pada contoh berikut.

Contoh 2.15 Diberikan sistem skalar diskrit

impulsif sederhana sebagai berikut:

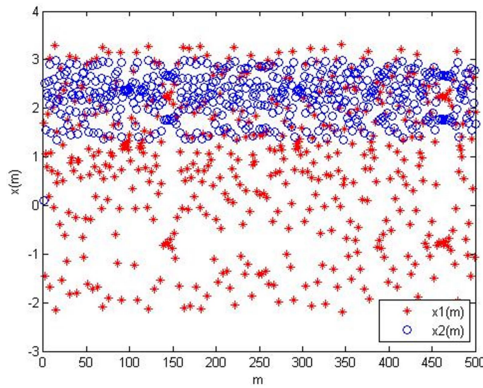
$$\begin{cases} x(m+1) = \frac{1}{2e}x(m), & m \neq 3k, m \in \mathbb{Z} \\ \Delta x(m) = (e^2 - 1)x(m), & m = 3k \\ x(0) = x_0 \end{cases}, \quad (2.17)$$

untuk memeriksa kondisi Akibat 2.13 terpenuhi, terlihat sistem di atas memiliki $\mathcal{T} = T = 3$, $s = \frac{1}{2e}$, $l = e^2$ sehingga diperoleh,

1. $0 < \mathcal{T} = 3$ dan $T = 3 < \infty$ dan
2. $\max_{\alpha \in \{\mathcal{T}, T\}} \{s^{\alpha-1}\} l < 1$, dengan $\alpha = 3$, maka $\alpha - 1 = 2$, sehingga

$$s^{\alpha-1}l = s^2e^2 = \left(\frac{1}{2e}\right)^2 e^2 = \frac{1}{4e^2} e^2 = \frac{1}{4} < 1$$

Berdasarkan Akibat 2.13 Sistem (2.17) *globally exponentially stable*.



Gambar 2.1. Lintasan trayektori dari dari sistem (2.18) lup terbuka.

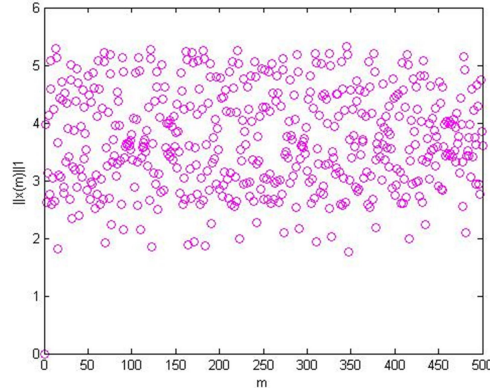
Namun, hasil tersebut jauh berbeda jika menerapkan Proposisi 2.14 untuk sistem (2.17), dengan diketahui $l = e^2$ sedangkan syarat proposisi 2.14 haruslah $0 < l < e$, maka mengakibatkan kondisi ini tidak valid.

2.3. Simulasi Kasus

Simulasi ini menggunakan sistem dari hasil modifikasi sitem pada pustaka [5];

$$\begin{cases} x_1(m+1) = -1,5x_1(m) + 0,9x_2(m) + 1 \\ x_2(m+1) = 0,3x_1(m) + 2 \end{cases} \quad (2.18)$$

kemudian, diberikan nilai kondisi awal $x(0) = (1,7, 0,1)^T$. Sistem (2.18) ini memiliki perilaku chaos yang ditunjukkan pada Gambar 2.1 dan Gambar 2.2.



Gambar 2.2. Perilaku $\|x(m)\|_1$ sistem (2.18) lup terbuka.

Oleh karena $\|f(x(m))\|_1 = \|x(m+1)\|_1$, dengan $\|x\|_1 = \sum_i^n |x_i|$, diperoleh

$$\|f(x(m))\|_1 \leq 1,8\|x(m)\|_1 + 3, \quad (2.19)$$

Berdasarkan (2.19) dan Asumsi 2.1, diperoleh $s = 1,8$ dan $\vartheta = 3$. Kemudian, dengan $s = 1,8 > 1$, dapat dibentuk pengendali impulsif linear sederhana $\{m_k, U(k, x) = \Phi_k(x)\}$, dengan $m_k = 2k$

dan diberikan

$$U(k, x) = \Phi_k(x) = (e^{-1} - 1)x, \quad (2.20)$$

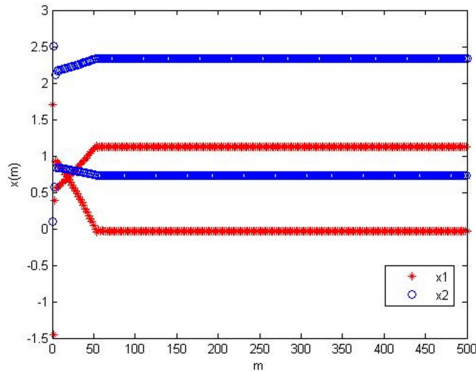
sehingga berdasarkan Sistem (2.2), diperoleh $x(m+1) = e^{-1}x(m)$. Akibatnya dapat dibentuk sistem (2.18) lup tertutup berdasarkan hukum pengendali impulsif;

$$\begin{cases} x_1(m+1) = \begin{cases} -1,5x_1(m) + 0,9x_2(m) + 1 & , m \neq m_k, m \in \hat{\mathbb{Z}}, k \in N \\ e^{-1}(-1,5x_1(m) + 0,9x_2(m) + 1) & , m = m_k, k \in N \end{cases} \\ x_2(m+1) = \begin{cases} 0,3x_1(m) + 2 & , m \neq m_k, m \in \hat{\mathbb{Z}}, k \in N \\ e^{-1}(0,3x_1(m) + 2) & , m = m_k, k \in N \end{cases} \\ x(0) = (1,7, 0,1)^T \end{cases}$$

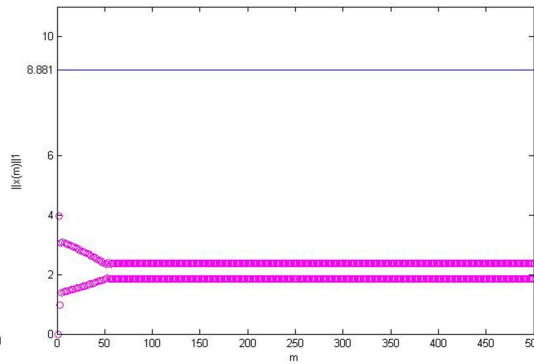
karena $m_k = 2k$ dan $s > 1$, maka $T = \sup_{k \in \mathbb{N}} \{m_k - m_{k-1}\} < \infty$, yaitu $T = 2$. maka berdasarkan (2.24) dan Asumsi 2.2 dapat diperoleh $l_k > 0$ sebagai berikut;

$\|x(m) + \Phi_k(x(m))\|_1 \leq e^{-1} \|x(m)\|_1$
 Jadi, $l_k = l = e^{-1} > 0$. Sehingga diketahui $s = 1,8$, $\vartheta = 3$, $T = 2$ dan $l = e^{-1}$, maka $sT^{-1}l = 1,8e^{-1} = 0.6622 < 1$

kondisi tersebut memenuhi Teorema 2.9, sehingga menurut Teorema 2.9 Sistem (2.18)-(2.20) adalah *exponentially set-stable*, dan terdapat S , di mana $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\|_1 \leq \frac{(1,8-1)^3}{(1-0.6622)(1,8-1)} = 8,8810\}$ adalah *globally exponentially attracting set* dari Sistem (2.18) (2.20).



Gambar. 2.3. Lintasan Trayektori dari sistem (2.18) (2.20) lup tertutup



Gambar. 2.4. Perilaku $\|x(m)\|_1$ dari sistem (2.18) (2.20) lup tertutup

Hasil simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 2.3 dan 2.4, terlihat bahwa perilaku chaos pada Sistem (2.18) telah dihilangkan oleh hukum pengendali impulsif (2.20), dan lintasan trayektori dari sistem (2.18)-(2.20) semua berada dalam himpunan $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\|_1 \leq 8,8810\}$.

3. PENUTUP

Stabilitas sistem diskrit chaos diperoleh dengan dibentuk berdasarkan hukum pengendali impulsif, dan teori stabilitas *Lyapunov* yang digunakan untuk keadaan *globally exponentially set-stable*. Di mana, keadaan *globally exponentially set-stable* terlihat dari adanya *globally exponentially attracting set* pada sistem diskrit chaos, yang berarti lintasan trayektori dari sistem semua tertarik dengan *globally exponentially attracting set*. Hasil simulasi menggunakan MATLAB R2008a, menunjukkan perbandingan sistem diskrit chaos sebelum dan sesudah diberikan pengendali impulsif, yang terlihat perilaku chaos (trayektori yang tidak beraturan) pada sistem diskrit chaos telah dihilangkan oleh

hukum pengendali impulsif dan diperoleh keadaan stabil.

4. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Zuhail dan Zhanggischan, (2004), *Prinsip Dasar Elektronik*, Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- [2] Subiono, (2013), *Sistem Linear*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- [3] Yani Kusmarn, (2008), *Teori Chaos Sebuah Keteraturan dalam Keacakan*, Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- [4] Liu, Xinzhi dan Lay, Kok Teo, (2002), *Impulsive Control of Chaotic System*, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol.12, No.5 (2002) 1181-1190.
- [5] Xu, Liguang dan Sam, Shuzhi Ge, (2016), *Set-Stabilization of Discrete Chaotic Systems via Impulsive Control*, *Applied Mathematics Letters*, 53 (2016) 52-62.
- [6] Xu, Honglei dan Lay, Kok Teo, (2009), *Stabilizability of Discrete Chaotic*

- Systems via Unified Impulsive Control,
Phys. Lett. A, 374 (2009) 235–240.
- [7] Tao, Yang, (2001) *Impulsive Systems
and Control: Theory and Application*,
New York: Nova Science.
-