METODE ASM PADA MASALAH TRANSPORTASI SEIMBANG

Arum Ryani Septiana[1], Solikhin[2], Lucia Ratnasari[3]
[1,2,3]Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro, Jl. Prof. Soedarto, S.H. Semarang, 50275
Email: [2]solikhin@live.undip.ac.id

Abstract. The transportation problem is special case on the linear programming which examines the goods' distribution for minimize shipping cost or maximize profits. In general, transportation problem requires two stages of completion, which is looking for feasible solution first and the look for the optimal solution. Abdul Quddoos, Dr. Shakeel Javaid, and Prof. Mohd Masood Khalid did some research for a new method, ASM method which is direct method with simple and fast way. This method relies on the cell that has the number 0 with the smallest index, and used to minimize transport costs. This final project determines the optimal solution using ASM method, both to mimize costs and maximize profits, and investigate the optimal method of ASM. The solution that obtained by ASM method on balanced transportation problem is always optimal, while for unbalanced transportation problem is not always optimal. The difference between algorithm for minimizing cases and maximize cases lies only in the first step, which is if the maximization case, then change c_{ij} into$\left(-c_{ij}\right)$.

Keyword : Balanced Transportation Problems, ASM Method

1. PENDAHULUAN

Masalah transportasi adalah cabang dari riset operasi, merupakan masalah pendistribusian barang dari beberapa sumber (persediaan atau *supply*) ke beberapa tujuan (permintaan atau *demand*) dengan tujuan untuk meminimumkan biaya transportasi atau memaksimumkan keuntungan [1]. Pendistribusian barang harus diatur sedemikian sehingga kebutuhan akan permintaan barang tetap terpenuhi berdasarkan persediaan yang ada. Tujuan utama masalah transportasi adalah menentukan banyaknya barang yang optimal yang akan diangkut dari beberapa sumber ke beberapa tujuan sehingga meminimumkan total biaya transportasi.

Terdapat beberapa metode untuk menyelesaikan masalah transportasi baik yang menggunakan solusi fisibel awal kemudian solusi akhir maupun tidak menggunakan solusi fisibel awal. Beberapa metode untuk mencari solusi fisibel awal antara lain metode Pojok Barat Laut, Metode Biaya Terkecil, dan Metode VAM [1,2]. Kemudian solusi akhir menggunakan metode *Stepping Stone* atau metode MODI [1,2]. Kelemahan dari serangkaian metode tersebut adalah harus dicari solusi fisibel awal. Metode ini dipandang kurang efisien.

Kemudian muncul metode langsung, yaitu tanpa harus mencari solusi fisibel awal, misalnya Metode *Zero Neigbourning* [3], Metode *Zero Suffix* [4], Metode *Zero Point* [5], Metode *Exponential Approach* [6], Metode ASM [7] dan sebagainya. Karakteristik dari metode-metode tersebut memperhatikan pada angka 0 (nol) hasil reduksi baris dan kolom dari sel biaya. Pada metode *Zero Neigbourning* dan *Zero Suffix* dihitung nilai rata-rata sekitar angka 0 yang bukan bernilai 0, kemudian pengalokasian bergantung pada nilai rata-rata terbesar. Sedangkan pada metode *Zero Point* diperhatikan permintaan dan persediaan pada sel dengan biaya tereduksi 0 yang bersangkutan. Berbeda dengan metode *Exponential Approach*, metode ini menetapkan penalti eksponensial pada setiap sel biaya yang bernilai 0. Penalti eksponensial adalah banyaknya angka 0 pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j* selain angka 0 yang terpilih. Pengalokasian pada sel dengan penalti eksponensial terkecil. Jika terdapat penalti ekponensial terkecil yang sama, maka pengalokasian bergantung pada rata-rata permintaan dan persediaan terkecil untuk sel yang bersesuaian. Hampir serupa dengan metode *Exponential Approach*, metode ASM yang diperkenalkan oleh Abdul Quddoos, Dr. Shakeel Javaid, dan Prof. Mohd Masood Khalid juga menetapkan indeks penalti e untuk setiap sel-ij yang bernilai 0, yang mana indeks penalti e adalah banyaknya angka 0 pada baris ke-i dan kolom ke- j dan tidak termasuk angka 0 yang terpilih pada sel-ij. Pengalokasian pada sel dengan indeks penalti terkecil. Jika terdapat indeks penalti terkecil yang sama, maka pengalokasian bergantung pada hasil penjumlahan dari biaya tereduksi pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j* dari sel-ij yang bersangkutan dengan hasil penjumlahan terbesar. Jika masih terjadi kesamaan, maka memilih sel-ij (sel yang memiliki indek e terkecil yang sama) yang memiliki rata-rata persediaan dan permintaan terkecil.

Pada [7] dibahas metode ASM untuk menyelesaikan masalah transportasi pada kasus meminimumkan biaya. Kemudian eksistensi keoptimalannya belum ditunjukkan. Oleh karena itu, berdasarkan metode ASM perlu dikaji algoritma untuk menyelesaiakan masalah transportasi kasus memaksimumkan keuntungan dan diselidiki keoptimalan dari metode ASM. Kemudian dikaji beberapa contoh simulasi numerik.

2. MASALAH TRANSPORTASI

Misalkan terdapat m sumber dan n tujuan. Suatu produk x akan diangkut dari sumber $i = 1, 2, ..., m$ ke tujuan $j = 1, 2, ..., n$ dengan biaya angkut per unit sebesar c_{ij}, maka jumlah produk sebesar x_{ij} dikirimkan dari pusat sumber a_i ke pusat tujuan b_j. Model transportasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$(P) \text{ Min } z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

dengan batasan

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \; j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \geq 0, \; i = 1, 2, ..., m; \; j = 1, 2, ..., n.$$

Masalah transportasi dikatakan seimbang (*balanced*) apabila jumlah persediaan sama dengan jumlah permintaan, yaitu $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ dan jika tidak maka dikatakan tidak seimbang.

Definisi 2.1 [8] Himpunan alokasi $\{x_{ij} \geq 0 | i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n\}$ yang memenuhi kendala pada masalah transportasi disebut solusi fisibel.

Definisi 2.2 [8] Solusi fisibel dikatakan solusi optimal jika memininumkan total biaya transportasi.

Untuk menjamin masalah transportasi mempunyai solusi fisibel maka transportasinya harus seimbang, seperti diberikan teorema berikut ini.

Teorema 2.3 [8] (Eksistensi) Masalah transportasi memiliki solusi fisibel jika dan hanya jika merupakan masalah transportasi seimbang, yaitu $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$.

Bukti: $(\Rightarrow)$ Diketahui masalah transportasi memiliki solusi fisibel. Misalkan $\{x_{ij} \geq 0 | i = 1, 2, ..., m; j = 1, 2, ..., n\}$ solusi fisibel. Berarti memenuhi batasan/ kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, 2, ..., m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \; j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \geq 0, \; i = 1, 2, ..., m; \; j = 1, 2, ..., n.$$

Sehingga diperoleh,

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a_i \text{ dan } \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Jadi, $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$.

$(\Leftarrow)$ diketahui masalah transportasi seimbang, yaitu $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$. Misalkan $x_{ij} = \lambda_i b_j \geq 0, i = 1,2,...,m; \quad j = 1,2,...,n$ dimana λ_i adalah faktor proporsional untuk sumber *i* dan *supply* terdistribusikan semuanya.

Karena $x_{ij} = \lambda_i b_j$ maka $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \lambda_i \sum_{j=1}^{n} b_j$, lebih lanjut $x_{ij} = \lambda_i b_j = \dfrac{a_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j} b_j$.

Oleh karena itu, diperoleh

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{a_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j} b_j\right) = a_i,\ i = 1,2,...,m \text{ dan}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = \sum_{i=1}^{m}\left(\frac{a_i}{\sum_{j=1}^{n} b_j} b_j\right) = b_j,\ j = 1,2,...,n.$$

Hal ini berarti $\{x_{ij} \geq 0 | i = 1,2,...,m; j = 1,2,...,n\}$ merupakan solusi fisibel.

Jadi masalah transportasi seimbang memiliki solusi fisibel. ■

Diberikan masalah transportasi dengan biaya tereduksi, yaitu

$$(P_1) \min z^* = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij} - u_i - v_j\right)x_{ij}$$

dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ i = 1,2,...,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,\ j = 1,2,...,n$$

$$x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n$$

dimana u_i, v_j bilangan riil.

Untuk menjamin setiap masalah transportasi memiliki solusi optimal, diberikan teorema berikut ini.

Teorema 2.4 [9] Untuk sebarang solusi optimal masalah transportasi (P_1) merupakan solusi optimal dari masalah transportasi (P).

Bukti: Diambil sebarang $x^* = \{x_{ij}^* | i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n\}$ solusi optimal dari (P_1) maka, x^* solusi fisibel yang memenuhi kendala pada (P_1) dan

$$\begin{aligned} z^* &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij} - u_i - v_j\right)x_{ij}^* \\ &= \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}^* - \sum_{i=1}^{m} u_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij}^* - \sum_{j=1}^{n} v_j \sum_{i=1}^{m} x_{ij}^* \\ &= z - \sum_{i=1}^{m} u_i a_i - \sum_{j=1}^{n} v_j b_j\ . \end{aligned}$$

Karena $\sum_{i=1}^{m} u_i a_i$ dan $\sum_{j=1}^{n} v_j b_j$ tidak bergantung pada x^*, maka x^* juga solusi optimal untuk masalah transportasi (P). ■

Teorema 2.4 akan digunakan untuk menunjukkan Teorema 2.5 sebagai berikut.

Teorema 2.5 [9] Jika $\{x_{ij}^0 \geq 0 | i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n\}$ solusi fisibel dari masalah transportasi (P) dan $\left(c_{ij} - u_i - v_j\right) \geq 0$, untuk semua *i* dan *j*, dimana u_i dan v_j adalah bilangan riil sedemikian sehingga minimum dari masalah transportasi (P_1) bernilai 0, maka $\{x_{ij}^0 \geq 0 | i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n\}$ adalah solusi optimal dari masalah transportasi (P).

Bukti: Diambil sebarang $\{x_{ij}^0 \geq 0 | i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n\}$ solusi fisibel dari (P), maka

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^0 = a_i,\ i = 1,2,...,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^0 = b_j,\ j = 1,2,...,n.$$

Karena $\left(c_{ij} - u_i - v_j\right) \geq 0$, $\forall i, j$ dan $\min z^* = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij} - u_i - v_j\right)x_{ij} = 0$, maka

$$\min \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij} - u_i - v_j\right)x_{ij} = 0$$

$$\Leftrightarrow \min z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} = \sum_{i=1}^{m} a_i u_i + \sum_{j=1}^{n} b_j v_j$$

dan memenuhi

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ i = 1,2,...,m$;

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,\ j = 1,2,...,n$;

$x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n$.

Karena $z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}^0 = \sum_{i=1}^{m} a_i u_i + \sum_{j=1}^{n} b_j v_j$

dan memenuhi

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}^0 = a_i,\ i = 1,2,...,m$;

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^0 = b_j,\ j = 1,2,...,n$;

$x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n$,

maka ini berarti $\left\{x_{ij}^0 \middle| i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n\right\}$ solusi optimal dari (P_1). Berdasarkan Teorema 2.4 maka $\left\{x_{ij}^0 \middle| i = 1,2,...,m;\ j = 1,2,...,n\right\}$ solusi optimal dari (P). ■

3. METODE ASM

Metode ASM merupakan metode langsung untuk menyelesaikan masalah transportasi. Metode ini menitikberatkan pada sel hasil reduksi baris dan kolom yang memiliki angka 0 dengan indeks terkecil. Berikut ini akan diuraikan algoritma dari metode ASM baik untuk menyelesaikan kasus minimum maupun kasus maksimum pada masalah transportasi seimbang.

Untuk mengubah masalah transportasi kasus maksimum ke dalam masalah transportasi kasus minimum dibarikan lemma berikut.

Lemma 3.1 Diberikan $z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$, $c_{ij} \geq 0,\quad x_{ij} \geq 0, i = 1,2,...,m; j = 1,2,...,n$ maka $-\text{maks}\, z = \min(-z)$.

Bukti: Misalkan $-\text{maks}\, z = a$.

$-\text{maks}\, z = a \Leftrightarrow \text{maks}\, z = -a$

$\Leftrightarrow -a \geq x, \forall\, x \in z$

$\Leftrightarrow a \leq -x, \forall\, x \in z$

$\Leftrightarrow a \leq -x, \forall -x \in -z$

$\Leftrightarrow a \leq y, \forall y \in -z$

$\Leftrightarrow a = \min(-z)$.

Jadi, $-\text{maks}\, z = \min(-z)$. ■

Algoritma pada metode ASM mengacu pada [7], berdasarkan Lemma 3.1 perbedaannya hanya pada langkah pertama untuk kasus memaksimumnya, yaitu biaya c_{ij} diubah menjadi $-c_{ij}$.

Berikut ini algoritma dari metode ASM.

1) Membentuk Tabel Transportasi
   Untuk masalah transportasi kasus minimum biaya c_{ij} tetap.
   Untuk masalah transportasi kasus maksimum biaya c_{ij} diubah menjadi $-c_{ij}$.
2) Reduksi Baris
   Mengurangi setiap entri baris dengan biaya terkecil dari entri masing-masing baris, yaitu $c_{ij} - u_i$.
3) Reduksi Kolom
   Mengurangi setiap entri kolom dengan biaya terkecil dari entri masing-masing kolom, yaitu $c_{ij} - u_i - v_j$.
4) Penetapan indeks
   Menetapkan indeks e untuk setiap sel-ij yang bernilai 0, yang mana indeks e adalah banyaknya angka 0 pada baris ke-i dan kolom ke-j dan tidak termasuk angka 0 yang terpilih pada sel-ij.
5) Pengalokasian
   Memilih angka nol dengan indeks e terkecil dan mengalokasikan sel dengan jumlah terbesar yang mungkin dengan melihat persediaan dan permintaan sel yang yang bersangkutan.
   Jika terdapat indeks e terkecil yang sama (lebih dari satu), maka menghitung masing-masing jumlah $c_{ij}' = c_{ij} - u_i - v_j$ pada baris ke-i dan kolom ke-j dari sel-ij yang

bersangkutan (sel yang memiliki indek e terkecil yang sama) dan mengalokasikan sebesar mungkin pada sel dengan hasil penjumlahan terbesar. Jika masih terjadi kesamaan, maka memilih sel-ij (sel yang memiliki indek e terkecil yang sama) yang memiliki rata-rata persediaan dan permintaan terkecil.

6) Perbaikan Tabel Transportasi
   Membuat tabel transportasi baru untuk perhitungan selanjutnya dengan mengabaikan baris atau kolom yang permintaan atau persediaannya telah terpenuhi.
   Mengecek apakah tabel transportasi baru memiliki paling sedikit satu angka 0 pada setiap baris dan kolom.
   Jika tidak, kembali ke langkah 2 dan 3.
7) Mengulangi langkah ke-4 sampai langkah ke-6 sedemikian sehingga semua permintaan terpenuhi dan semua persediaan habis.

Solusi yang diperoleh dengan metode ASM pada masalah transportasi seimbang merupakan solusi optimal, seperti diperlihatkan dalam teorema di bawah ini.

Teorema 3.2 Solusi yang diperoleh dengan metode ASM untuk sebarang masalah transportasi seimbang (P) merupakan solusi optimal.

Bukti: Diberikan sebarang masalah transportasi seimbang (P) (kasus meminimumkan).
Misalkan u_i nilai terkecil dari baris ke-i dan v_j nilai terkecil dari kolom ke-j. Reduksi baris-kolom diperoleh $c_{ij}-u_i-v_j \geq 0$, untuk semua i dan j.
Menetapkan indeks pada setiap sel bernilai 0 dan mengalokasikan sebesar mungkin pada indeks terkecil. Diperoleh solusi $\{x_{ij} \geq 0 | i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n\}$ untuk masalah transportasi yang matriks biayanya, dengan $x_{ij} \geq 0$ untuk $c_{ij}-u_i-v_j=0$ dan $x_{ij}=0$ untuk $c_{ij}-u_i-v_j \geq 0$.
Oleh karena $\min z^* = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(c_{ij}-u_i-v_j\right)x_{ij}$ bernilai nol dan memenuhi kendala (P_1), maka menurut Teorema 2.5 $\{x_{ij} \geq 0 | i=1,2,...,m;\ j=1,2,...,n\}$ solusi optimal dari masalah transportasi (P). ■

4. SIMULASI NUMERIK

Diberikan contoh penyelesaian masalah transportasi seimbang baik kasus meminimumkan biaya transportasi maupun memaksimumkan keuntungan serta diberikan contoh juga bahwa untuk masalah transportasi tak seimbang metode ASM belum tentu memberikan solusi optimal.

Contoh 4.1 Masalah Transportasi Seimbang

Tabel Transportasi

Sumber	Tujuan (dalam ribuan rupiah)				Persediaan
	W	X	Y	Z	
A	7 x_{11}	5 x_{12}	9 x_{13}	11 x_{14}	30
B	4 x_{21}	3 x_{22}	8 x_{23}	6 x_{24}	25
C	3 x_{31}	8 x_{32}	10 x_{33}	5 x_{34}	20
D	2 x_{41}	6 x_{42}	7 x_{43}	3 x_{44}	15
Permintaan	30	30	20	10	90

Reduksi Baris dan Reduksi Kolom

Sumber	Tujuan (dalam ribuan rupiah)				Persediaan
	W	X	Y	Z	
A	2	0	0	5	30
B	1	0	1	2	25
C	0	5	3	1	20
D	0	4	1	0	15
Permintaan	30	30	20	10	90

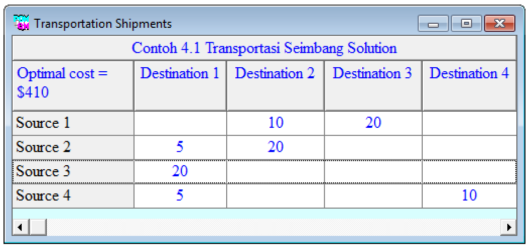
Penentuan indeks e

Sumber	Tujuan (dalam ribuan rupiah)				Persediaan
	W	X	Y	Z	
A	2	0_2	0_1	5	30
B	1	0_1	1	2	25
C	0_1	5	3	1	20
D	0_2	4	1	0_1	15
Permintaan	30	30	20	10	90

Solusi Optimal

Sumber	Tujuan (dalam ribuan rupiah)				Persediaan
	W	X	Y	Z	
A	7 0	5 10	9 20	11 0	30
B	4 5	3 20	8 0	6 0	25
C	3 20	8 0	10 0	5 0	20
D	2 5	6 0	7 0	3 10	15
Permintaan	30	30	20	10	90

diperoleh biaya total 410.
Jika diselesaikan dengan program POM for Windows.


Transportation Shipments

Contoh 4.1 Transportasi Seimbang Solution

Optimal cost = $410	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4
Source 1		10	20	
Source 2	5	20		
Source 3	20			
Source 4	5			10

Contoh 4.2 Transportasi Seimbang Kasus Maksimum

Pabrik	Agen					B. Produksi	*supply*
	A	B	C	D	E		
1	3	1	5	7	4	20	125
2	7	7	8	3	6	22	200
3	4	5	3	2	7	18	100
H. Jual	30	32	31	34	29		
demand	80	100	75	45	125		425

Karena merupakan kasus maksimum, maka biaya dikalikan dengan -1.

Pabrik	Agen					*supply*
	A	B	C	D	E	
1	-3	-1	-5	-7	-4	125
2	-7	-7	-8	-3	-6	200
3	-4	-5	-3	-2	-7	100
demand	80	100	75	45	125	425

Reduksi baris dan kolom

Pabrik	Agen					*supply*
	A	B	C	D	E	
1	3	5	2	0	3	125
2	0	0	0	5	2	200
3	2	1	4	5	0	100
demand	80	100	75	45	125	425

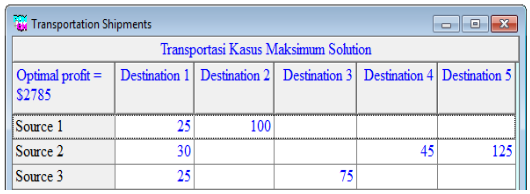
Penentuan indeks *e*

Pabrik	Agen					*supply*
	A	B	C	D	E	
1	3	5	2	0_0	3	125
2	0_2	0_2	0_2	5	2	200
3	2	1	4	5	0_0	100
demand	80	100	75	45	125	425

Solusi akhir

Pabrik	Agen					*supply*
	A	B	C	D	E	
1	7 25	11 100	6 0	7 0	5 0	125
2	1 30	3 0	1 0	9 45	1 125	200
3	8 25	9 0	10 75	14 0	4 0	100
demand	80	100	75	45	125	425

Diperoleh total keuntungan maksimum 2785. Solusi berdasarkan program POM for Windows.


Transportation Shipments

Transportasi Kasus Maksimum Solution

Optimal profit = $2785	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5
Source 1	25	100			
Source 2	30			45	125
Source 3	25		75		

Untuk masalah transportasi tak seimbang, metode ASM belum tentu memberikan solusi optimal seperti contoh di bawah ini.

Contoh 4.3 Masalah Transportasi Tak Seimbang

Tabel Transportasi tak seimbang

Pab-rik	Agen					S
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	
S_1	7	11	6	7	5	150
S_2	1	3	1	9	1	200
S_3	8	9	10	14	4	125
D	80	100	75	45	125	

Karena belum seimbang, maka perlu diseimbangkan dengan cara menambahkan kolom dummy.

Transportasi Seimbang

Pab-rik	Agen						S
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	
S_1	7	11	6	7	5	0	150
S_2	1	3	1	9	1	0	200
S_3	8	9	10	14	4	0	125
D	80	100	75	45	125	50	

Reduksi Baris dan Kolom

Pab-rik	Agen						S
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	
S_1	6	8	5	0	4	0	150
S_2	0	0	0	2	0	0	200
S_3	7	5	9	7	3	0	125
D	80	100	75	45	125	50	

Penentuan indeks *e*

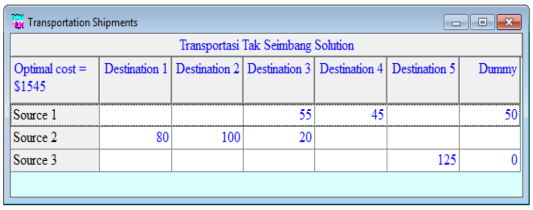
Pab-rik	Agen						S
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	
S_1	6	8	5	0_1	4	0_3	150
S_2	0_4	0_4	0_4	2	0_4	0_6	200
S_3	7	5	9	7	3	0_2	125
D	80	100	75	45	125	50	

Tabel solusi akhir

	Agen						S
	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	
S_1	7	11	6	7	5	0	150
	0	0	55	45	50	0	
S_2	1	3	1	9	1	0	200
	80	100	20	0	0	0	
S_3	8	9	1	14	4	0	125
			0				
	0	0	0	0	75	50	
D	80	100	75	45	125	50	475

dengan total biaya 1595. Solusi ini belum optimal jika diselesaikan dengan MODI, yaitu diperoleh total biaya 1545.

Jika diselesaikan dengan program POM for Windows, ternyata diperoleh total biaya 1545 sebagai berikut.


Transportation Shipments

Transportasi Tak Seimbang Solution

Optimal cost = $1545	Destination 1	Destination 2	Destination 3	Destination 4	Destination 5	Dummy
Source 1			55	45		50
Source 2	80	100	20			
Source 3					125	0

5. PENUTUP

Metode ASM merupakan metode langsung dan sebagai metode alternatif untuk menyelesaikan masalah transportasi, baik untuk kasus meminimumkan biaya transportasi maupun kasus memaksimumkan keuntungan. Perbedaan algoritma dikedua kasus hanya terletak pada langkah pertama, yaitu untuk kasus memaksimumkan maka koefisien biaya dinegatifkan. Metode ASM memberikan solusi optimal pada masalah transportasi seimbang, akan tetapi untuk masalah transportasi tak seimbang tidak selalu memberikan solusi optimal. Metode ini relatif mudah dan sederhana untuk diaplikasikan pada masalah transportasi seimbang.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Siswanto, (2016), *Operation Research*, Erlangga, Jakarta.

[2] Winston, W. L., (2004), *Operations Research Applications and Algoritms 4th ed*, Duxbury, New York.

[3] K. Thiagarajan, H. Saravanan, Ponnammal Natarajan, (2013), Finding on Optimal Solution for Transportation Problem- Zero Neighbouring Method, *Ultra Scientis*, vol. 25(2)A, pp. 281 – 284.

[4] M. R. Fegade, V. A. Jadhav, A. A. Muley, (2012), Solving Fuzzy Transportation Problem Using Zero Suffix and Robust Ranking Methodology, *IOSR Journal of Engineering (IOSRJEN)*, vo. 2(7), pp. 36 – 39.

[5] Gaurav Sharma, S. H. Abbas, V. K. Gupta, (2012), Optimum Solution of Transportation problem with the help of Zero Point Method, *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, vol. 1(5), pp. 1 – 6.

[6] S. Ezhil Vannan and S. Rekha, (2013), A New Method for Obtaining an Optimal Solution for Transportation Problem, *International Journal of Engineering and Advanced Technology (IJEAT)*, vol. 2(5), pp. 369 – 371.

[7] Abdul Quddoos, Shakeel Javaid, M. M. Khalid, (2012), A New Method for Finding an Optimal Solution for Transportation Problems, *International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE)*, vol. 4(7), pp. 1271 – 1274.

[8] S. Mohanaselvi, K. Ganesan , (2012) Fuzzy Optimal Solution to Fuzzy Transportation Problem: A New Approach, *International Journal on Computer Science and Engineering (IJCSE)*, vol. 4(3), pp. 367 – 375.

[9] P. Pandian, G. Natarajan, (2010), A New Algorithm for Finding a Fuzzy Optimal Solution for Fuzzy Transportation Problems, *Applied Mathematical Sciences*, vol. 4(2), pp. 79 – 90.