

# MODEL PERTUMBUHAN BIOMASSA RUMPUT LAUT *GRACILLARIA* DENGAN *CARRYING CAPACITY* BERGANTUNG WAKTU

Zullaikah<sup>1</sup> dan Sutimin<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H., Tembalang Semarang

**Abstract.** In this journal, we will discuss concerning with a dynamical model of growth of seaweed biomass. The model will be applied in the biomass growth of *Gracillaria* seaweed. The dynamical model is developed from the simple logistic model by considering the influence of resource absorption of ecosystem which support the environment. We assume that the resource absorption changes time dependent. By this assume, we include that the *carrying capacity* as function of time. To analyze the stability of the model equation, here we use the linearization method of the expansion series

**Keywords:** Carrying capacity, Logistic equation, biomass.

## 1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara kepulauan terbesar di dunia, yang memiliki 13.667 pulau terbentang membentuk kelautan yang sangat luas, dengan total panjang garis pantai lebih dari 81.000 km. Gambaran geografis ini menunjukkan suatu potensi yang sangat besar bagi sumber daya kelautan dan pantainya [7]. Dewasa ini usaha-usaha pengelolaan sumber daya alam dan lingkungan hidup terus dilakukan. Usaha ini telah menunjukkan berbagai kemajuan yang berarti bagi peningkatan kesejahteraan umat manusia serta tercapainya tata lingkungan yang serasi dan seimbang. Wilayah yang luas dan kekayaan hayati yang melimpah merupakan salah satu faktor pendukung bagi peningkatan perekonomian karena hasil kekayaan hayati tersebut dapat kita jadikan komoditi perdagangan baik di dipasaran nasional maupun internasional. Salah satu usaha yang dapat dilakukan agar produksi sumber daya hayati dapat dimanfaatkan secara maksimal dan dapat dijadikan komoditi perdagangan yang berkualitas adalah melalui pembudidayaan karena selama ini produksi sumber daya alam hayati sebagian besar masih bertumpu pada hasil pemungutan sumber alami.

Untuk memperoleh hasil budidaya yang maksimal maka perlu adanya pengkajian yang intensif meliputi laju pertumbuhan dan batas-batas pertumbuhan yang mencakup kemampuan sumber daya alam dan daya dukung lingkungan. Pengaruh lain dari lingkungan memerlukan berbagai analisis yang didasarkan pada kaidah-kaidah dinamika.

Bertolak dari pemikiran tersebut, pembahasan dalam penelitian ini dititik beratkan pada model pertumbuhan biomassa rumput laut *Gracillaria* dengan *carrying capacity* bergantung waktu [2]. Model pertumbuhan logistik dengan *carrying capacity* konstan dirasa kurang relevan digunakan sehingga perlu dikembangkan suatu model logistik dengan *carrying capacity* bergantung pada waktu. Dengan model tersebut akan dapat ditentukan pola pertumbuhan biomassa rumput laut *Gracillaria* dengan *carrying capacity* bergantung waktu sehingga dapat membantu masyarakat dalam menentukan pertumbuhan biomassa yang maksimal. Model ini dibangun dengan memperhatikan kenyataan bahwa besarnya penyerapan daya dukung lingkungan tidak akan selalu sama setiap saat sehingga dapat mempengaruhi sistem *carrying capacity*.

## 2. MODEL PERTUMBUHAN LOGISTIK SEDERHANA

Dalam pembicaraan tentang pertumbuhan makhluk hidup, tujuannya adalah mendapatkan fungsi matematis yang menggambarkan kenaikan ukuran biakan terhadap waktu, yaitu  $N = f(t)$ , dengan membangun model matematis pertumbuhan berdasarkan asumsi-asumsi dari pertumbuhan makhluk hidup tersebut. Model ini memperhatikan dua sifat yang luas dari dinamika pertumbuhan biakan, dan akhirnya menggambarkan cara bagaimana laju perubahan dari jumlah organisme berhubungan dengan jumlah organisme yang terdapat dalam biakan pada waktu tertentu.

Dalam hal ini kita akan menggunakan model pertumbuhan logistik (*logistic growth models*). Dengan menggunakan kaidah logistik (*logistic law*) bahwa persediaan logistik ada batasnya, model ini mengasumsikan pada masa tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (*equilibrium*) (Kosala [3]). Pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama, sehingga grafiknya akan mendekati konstan (*zero growth*). Model pertumbuhan logistik menurut Fulford dalam bukunya yang berjudul *Modelling with Difference Equations* dapat diturunkan dengan menggunakan asumsi sebagai berikut:

- a. Laju pertumbuhan populasi  $\frac{1}{N} \frac{dN}{dt}$  pada saat  $N = 0$  adalah  $r$  (dimana  $r$  adalah konstan);
- b. Laju pertumbuhan ini menurun secara linier dan bernilai 0 saat  $N = K$

Nilai  $r$  yaitu nilai yang menggambarkan daya tumbuh suatu populasi. Dalam hal ini diasumsikan  $r > 0$ , dengan mengingat setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak.

Dari asumsi diatas dapat diturunkan suatu model pertumbuhan populasi yang disebut sebagai model pertumbuhan logistik.

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N}{K} \right) \quad (1)$$

$K$  adalah *carrying capacity* merupakan ukuran maksimum dari populasi. Jika diberikan syarat awal  $N(0) = N_0$ , maka diperoleh solusi khusus dari persamaan (1) yaitu:

$$N(t) = \frac{K}{1 + \left( \frac{K}{N_0} - 1 \right) e^{-rt}} \quad (2)$$

Model logistik sederhana memiliki dua titik kesetimbangan, kesetimbangan pertama pada  $N_1 = 0$  dan kesetimbangan kedua yang merupakan titik kestabilan populasi yaitu  $N_2 = K$ . Laju pertumbuhan

tertinggi terjadi pada saat  $t = -\frac{\ln\left(\frac{N_0}{K - N_0}\right)}{r}$

yaitu sebesar  $\frac{1}{4}rK$  dan besarnya populasi pada saat laju pertumbuhan maksimum adalah  $\frac{K}{2}$ .

## 3. MODEL PERTUMBUHAN BIOMASSA

Model pertumbuhan biomassa rumput laut mengikuti model pertumbuhan logistik. Umumnya model pertumbuhan logistik menggambarkan dinamika pertumbuhan biakan artinya bahwa setiap populasi memiliki potensi untuk berkembang biak. Dalam hal ini, rumput laut juga mengalami perkembangbiakan melalui pertumbuhan ukuran beratnya. Sehingga pertumbuhan ukuran berat dari rumput laut ini dapat dinyatakan sebagai model pertumbuhan logistik, yaitu sebagai berikut:

$$\frac{dB(t)}{dt} = rB(t) \left( 1 - \frac{B(t)}{K} \right) \quad (3)$$

Persamaan (3) merupakan model pertumbuhan biomassa dengan *carrying capacity* konstan. Model pertumbuhan biomassa secara umum memang lebih baik

karena telah memberikan pengertian ukuran maksimum atau minimum sebagai titik jenuh pertumbuhannya, dibandingkan dengan model pertumbuhan eksponensial (*exponential growth model*). Jika dikaitkan dengan jumlah populasi maka model pertumbuhan eksponensial pada waktu yang tidak terbatas jumlah populasinya mendekati tak hingga. Walaupun demikian, model pertumbuhan biomassa dengan *carrying capacity* konstan seolah-olah menggambarkan bahwa penyerapan sumber daya alam tidak akan mempengaruhi *carrying capacity*. Pada kenyataannya perubahan teknologi mempengaruhi *carrying capacity* ([5]). Ternyata, penggunaan teknologi akan mempengaruhi penggunaan sumber daya lingkungan sehingga hal ini dapat mempengaruhi sistem dari *carrying capacity* jika *carrying capacity* tersebut tergantung pada penggunaan sumber daya lingkungan. Untuk itu model pertumbuhan biomassa dengan *carrying capacity* konstan dirasa kurang relevan. Sehingga dikembangkan model pertumbuhan biomassa dengan *carrying capacity* bergantung pada waktu yaitu sebagai berikut:

$$\frac{dB(t)}{dt} = rB(t) \left( 1 - \frac{B(t)}{K(t)} \right) \quad (4)$$

#### 4. MODEL CARRYING CAPACITY

Penggunaan teknologi mengijinkan adanya peningkatan yang signifikan pada efisiensi penggunaan sumberdaya, tetapi peningkatan ini tidak terjadi secara instan tetapi karena adanya perubahan kecepatan pada penggunaan sumberdaya. Proses perubahan pengambilan sumberdaya ini biasanya dimodelkan secara logistik ([5]). Pada awalnya kecepatan penyerapan sumberdaya berjalan lambat kemudian kecepatan bertambah hingga mencapai maksimum dan kemudian kecepatannya kembali menurun. Karena model logistik sederhana dapat digunakan untuk mempelajari fenomena tersebut maka *carrying capacity* itu sendiri dianggap sebagai fungsi logistik dari waktu ([5]).

Sehingga model *carrying capacity*nya adalah sebagai berikut :

$$\frac{dK(t)}{dt} = r_k K(t) \left( 1 - \frac{K(t)}{k_k} \right) \quad (5)$$

Besarnya biomassa pada suatu waktu diasumsikan lebih dari nol ( $k_1$ ) dan pertumbuhan biomassa akan berhenti pada saat telah mencapai maksimum ( $k_2$ ) yang dipengaruhi oleh daya dukung lingkungan (Perrin[5]). Dengan asumsi tersebut diperoleh persamaan pertumbuhan daya dukung lingkungan atau dari modifikasi persamaan (5):

$$\frac{dK(t)}{dt} = r_k (K(t) - k_1) \left( 1 - \frac{(K(t) - k_1)}{k_2} \right) \quad (6)$$

Dimana  $r_k$  adalah laju pertumbuhan intrinsik *carrying capacity*, akan diperoleh solusi khusus dari persamaan (6) yaitu:

$$K(t) = k_1 + \frac{k_2}{1 + k_2 e^{-r_k t}} \quad (7)$$

Untuk  $r_k > 0$  berlaku  $\lim_{t \rightarrow \infty} K(t) = k_1 + k_2$  sehingga dapat disimpulkan bahwa titik jenuh pertumbuhan *carrying capacity* terletak pada saat  $K(t) = k_1 + k_2$ .

Dengan mensubstitusikan persamaan (7) ke persamaan (4) maka diperoleh model pertumbuhan biomassa sebagai berikut:

$$\frac{dB}{dt} = rB \left( 1 - \frac{B(1 + k_2 e^{-r_k t})}{k_1 + k_2 + k_1 k_2 e^{-r_k t}} \right) \quad (8)$$

Jika diberikan syarat awal  $B(0) = B_0$  maka akan diperoleh solusi khusus persamaan (8) yaitu:

$$B(t) = \frac{A}{B} \quad (9)$$

dengan

$$A = k_1 + k_2 + k_1 k_2 e^{-r_k t}$$

$$B = (1 + k_2 e^{-r_k t}) + \frac{C}{D} A e^{-rt}$$

$$C = k_1 + k_2 + k_1 k_2 - B_0(1 + k_2)$$

$$D = B_0(k_1 + k_2 + k_1 k_2)$$

Laju pertumbuhan memiliki kesetimbangan pada saat laju pertumbuhan sama dengan nol. Kesetimbangan pertama

pada  $B_1 = 0$  dan kesetimbangan kedua

$$\text{pada } B_2 = K(t) = \frac{k_1 + k_1 k_2 e^{-r_k t} + k_2}{1 + k_2 e^{-r_k t}}.$$

Untuk  $r > 0$  berlaku,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B_2 = k_1 + k_2$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} B(t) = k_1 + k_2.$$

## ANALISA KESTABILAN

### a. Pertumbuhan *Carrying capacity*

Persamaan carrying capacity (6) ini mempunyai dua titik keseimbangan, yaitu titik  $K = k_1$  dan  $K = k_1 + k_2$ . Untuk menganalisa kestabilan titik kesetimbangan, model tersebut di uraikan dengan deret Taylor. Selanjutnya akan disajikan kembali deret Taylor disekitar  $K=K^*$ , dengan  $K^*$  adalah solusi kesetimbangan. Sehingga diperoleh deret Taylor

$$f(K) = r_k(K - k_1) - \frac{r_k}{k_2}(K - k_1)^2 + \dots \quad (10)$$

Dari proses linierisasi persamaan (10) dengan mengabaikan bentuk

$$(K - k_1)^2 \text{ diperoleh } \frac{d\tilde{K}}{dt} = r_k \tilde{K}, \text{ didapat}$$

solusi  $\tilde{K}(t) = \tilde{K}_0 e^{r_k t}$ . Sehingga  $K(t)$  tumbuh atau berkurang sesuai dengan  $f'(K^*) > 0$  atau  $f'(K^*) < 0$ . Kestabilan pada solusi kesetimbangan dapat diketahui dengan menggunakan sifat sebagai berikut

1. Jika  $f'(K^*) < 0$  maka  $k_1$  stabil asimtotik

2. Jika  $f'(K^*) > 0$  maka  $k_1$  tidak stabil

Sehingga solusi keseimbangan dititik  $K = k_1$  merupakan titik keseimbangan tidak stabil karena diperoleh  $f'(k_1) = r_k > 0$ , sedangkan di titik kesetimbangan  $K = k_1 + k_2$  Sehingga diperoleh deret Taylor

$$f(K) = -r_k(K - (k_1 + k_2)) - \frac{r_k}{k_2}(K - (k_1 + k_2))^2 + \dots \quad (11)$$

Linierisasi deret Taylor di atas menjadi

$$\frac{d\tilde{K}}{dt} = -r_k \tilde{K} \quad (12)$$

Dari proses linierisasi persamaan (11) dengan mengabaikan bentuk

$$(K - (k_1 + k_2))^2 \text{ diperoleh } \frac{d\tilde{K}}{dt} = r_k \tilde{K},$$

didapat solusi  $\tilde{K}(t) = \tilde{K}_0 e^{-r_k t}$ , Sehingga  $K(t)$  tumbuh atau berkurang sesuai dengan  $f'(K^*) > 0$  atau  $f'(K^*) < 0$ . Hal ini berarti bahwa solusi keseimbangan pada titik keseimbangan  $K = k_1 + k_2$  mengarah ke titik  $k_1 + k_2$ , maka titik keseimbangan di  $K = k_1 + k_2$  stabil. Sehingga solusi keseimbangan dititik  $K = k_1 + k_2$  merupakan titik keseimbangan stabil karena diperoleh  $f'(k_1) = -r_k < 0$ .

### b. Pertumbuhan Biomassa

Di sini diasumsikan bahwa model pertumbuhan biomasanya sebagai berikut

$$f(B) = rB - \frac{rB^2}{K(t)} \quad (13)$$

Persamaan (13) mempunyai dua titik keseimbangan, pada saat  $dB/dt = 0$ , dan berlaku  $\forall t$ , dimana  $t \rightarrow \infty$  yaitu titik  $B = 0$  atau  $B = K(t)$ . Untuk

$$B = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{k_1 + k_1 k_2 e^{-r_k t} + k_2}{1 + k_2 e^{-r_k t}} = k_1 + k_2$$

maka  $B_2 = k_1 + k_2$ .

Selanjutnya akan disajikan kembali deret Taylor disekitar  $B=B^*$ , dimana  $B^*$  adalah solusi kesetimbangan. Sedangkan dititik kesetimbangan. Sehingga diperoleh deret Taylor

$$f(B) = rB - \frac{r}{k_1 + k_2} B^2 \quad (14)$$

Linierisasi deret Taylor diatas menjadi

$$\frac{dB}{dt} = rB \quad (15)$$

Dari proses linierisasi persamaan (14) dengan mengabaikan bentuk  $B^2$  diperoleh  $dB/dt = rB$ , sehingga  $B$  tumbuh secara eksponensial dan tidak mengarah ke titik keseimbangan. Sehingga solusi keseimbangan dititik  $B = 0$  merupakan

titik keseimbangan tidak stabil. Sedangkan di titik kesetimbangan  $B = k_1 + k_2$ , diperoleh deret Taylor  $f(B) = -r(B - (k_1 + k_2)) -$

$$\frac{r}{k_1 + k_2} (B - (k_1 + k_2))^2 + \dots \quad (16)$$

Linierisasi deret Taylor diatas menjadi

$$\frac{d\tilde{B}}{dt} = -r\tilde{B} \quad (17)$$

Proses linierisasi persamaan (17) pada titik kesetimbangan  $B = k_1 + k_2$  dengan mengabaikan  $B - (k_1 + k_2)^2$ , maka didapat

$$\frac{d\tilde{B}}{dt} = -r\tilde{B}, \text{ dengan solusi } \tilde{B}(t) = \tilde{B}_0 e^{rt}.$$

Hal ini berarti bahwa solusi keseimbangan pada titik keseimbangan  $B = k_1 + k_2$  mengarah ke titik  $k_1 + k_2$ , maka titik keseimbangan di  $B = k_1 + k_2$  stabil. Sehingga solusi keseimbangan dititik  $B = k_1 + k_2$  merupakan titik keseimbangan stabil secara linier karena  $f'(k_1 + k_2) = -r < 0$ . Dari analisis tersebut dapat diketahui bahwa kita bisa melakukan pemanenan pada saat biomassa mencapai  $B = k_1 + k_2$  dan kondisi  $B$  dalam keadaan stabil atau pemanenan dapat dilakukan pada saat biomasnya mencapai  $B = k_1 + k_2$ .

Secara teoritis ditunjukkan sebagai berikut:

1. Titik tetap  $k_1 + k_2$  dikatakan stabil jika diberikan  $\epsilon > 0$  terdapat  $\sigma > 0$  sedemikian sehingga:

$$|k_1 + k_2 - k_1| < \sigma \Rightarrow$$

$$\left| \frac{E}{(1+k_2e^{-rk_t})+FG} - k_1 + k_2 \right| < \epsilon, \quad \forall t \geq 0$$

dengan

$$A = (k_1 + k_2)e^{rk_t} + k_1k_2$$

$$B = \frac{k_1 + k_2 + k_1k_2 - B_0(1 + k_2)}{B_0(k_1 + k_2 + k_1k_2)}$$

$$G = ((k_1 + k_2)e^{rk_t} + k_1k_2)e^{-t}$$

Bukti :

$$|k_1 + k_2 - k_1| < \sigma$$

$|k_2| < \sigma$  (diketahui), maka

$$\left| \frac{E}{(e^{rk_t} + k_2) + FG} - k_1 + k_2 \right|$$

dengan

$$A = (k_1 + k_2)e^{rk_t} + k_1k_2$$

$$B = \frac{k_1 + k_2 + k_1k_2 - B_0(1 + k_2)}{B_0(k_1 + k_2 + k_1k_2)}$$

$$G = ((k_1 + k_2)e^{rk_t} + k_1k_2)e^{-t}$$

$$\leq |k_2| + |k_2| \left| \frac{1}{1 + k_2e^{-rk_t} + BAe^{-rk_t-t}} \right|$$

$$\leq 2 \cdot \frac{\epsilon}{2}$$

$$\leq \epsilon \quad (\text{terbukti})$$

2. Titik tetap  $k_1 + k_2$  dikatakan stabil asymptotik jika diberikan  $\eta > 0$  sedemikian sehingga:

$$|k_2| < \eta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty}$$

$$\left| \frac{F}{(1+k_2e^{-rk_t})+FG} - k_1 + k_2 \right| = 0$$

Bukti:

karena

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (-k_2 + k_2 \left( \frac{1}{1 + k_2e^{-rk_t} + BAe^{rk_t-t}} \right)) = 0,$$

maka

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left| -k_2 + k_2 \left( \frac{1}{H} \right) \right| = 0$$

dengan

$$H = (1 + k_2e^{-rk_t} + BAe^{rk_t-t}) \quad (\text{terbukti})$$

Jadi  $k_1 + k_2$  adalah stabil asimptotik

## 5. ESTIMASI PARAMETER

Estimasi parameter-parameter berdasarkan penelitian pertumbuhan udang windu dan rumput laut yang dilakukan di Lab. Pengembangan Wilayah Pantai UNDIP (LPWP) Jepara mulai bulan Juni sampai November 2007. Rumput laut dipelihara dalam akuarium berukuran

50cm x 60cm x 40cm. Rumput laut yang dipelihara ada 3 perlakuan dan masing-masing perlakuan ada 3 ulangan sehingga ada 9 akuarium.

- Perlakuan 1 ons kerapatannya 4 (4 ikat) dengan masing-masing kerapatan berbobot 25 gram, berarti perilaku 1 ons berisi 100 gram rumput laut.
- Perlakuan 2 ons kerapatannya 8 (8 ikat) dengan masing-masing kerapatan berbobot 25 gram, berarti perilaku 2 ons berisi 200 gram rumput laut
- Perlakuan 3 ons kerapatannya 12 (12 ikat) dengan masing-masing kerapatan berbobot 25 gram, berarti perilaku 3 ons berisi 300 gram rumput laut

Selama pemeliharaan dilakukan pengukuran mengenai berat rumput laut. Pengukuran dilakukan setiap 2 mingguan. Sehingga dari penelitian tersebut diperoleh data berat rumput laut sebagai berikut:

Tabel 1. Data Berat Rumput laut perilaku 1

t mgg	Perilaku 1 ons ulangan			rata2
	I	II	III	
0	100	100	100.00	100.00
2	151.94	153.94	129.31	145.06
4	176.25	180.25	168.47	174.99
6	182.32	188.32	171.90	180.85
8	189.53	197.53	189.54	192.20
10	291.1	301.10	282.46	291.55
12	369.52	381.52	396.81	382.62
14	391.4	405.40	399.50	398.77
16	425.2	441.20	403.12	423.17

Tabel 2. Data Berat Rumput laut perilaku 2

t mgg	Perilaku 1 ons ulangan			rata2
	I	II	III	
0	200	200.00	200.00	200.00
2	257.00	251.90	251.60	253.50
4	281.30	276.20	258.70	272.07
6	287.40	282.30	259.60	276.43
8	294.60	289.50	260.80	281.63
10	396.10	391.00	365.10	384.07
12	474.60	469.50	471.65	471.92
14	496.10	491.00	474.30	487.13
16	530.30	525.20	513.10	522.87

Tabel 3. Data Berat Rumput laut perilaku 3

t mgg	Perilaku 1 ons ulangan			rata2
	I	II	III	
0	300.00	300.00	300.00	300.00
2	329.30	351.90	351.60	344.27
4	368.40	376.20	358.70	367.77
6	371.90	382.30	359.60	371.27
8	389.50	389.50	360.80	379.93
10	482.40	491.00	465.10	479.50
12	596.80	569.50	571.65	579.32
14	599.50	591.00	574.30	588.27
16	603.00	625.20	613.10	613.77

Untuk memodelkan pertumbuhan *Gracillaria* menurut model pertumbuhan logistik dengan *carring capacity* bergantung pada waktu digunakan asumsi sebagai berikut:

**Perilaku 1 ons**

1. Pertumbuhan *carrying* dimulai pada  $k_1 = 100$  dan akan berhenti mencapai berat maksimum lebih dari 423.17 sehingga di ambil  $K = 430$
2. Diasumsikan bahwa laju pertumbuhan *carrying capacity* tertinggi dicapai pada waktu 10 minggu setelah tanam sehingga  $t_m = 10$
3. Total berat basah awal rumput laut adalah 100 gram sehingga  $B_0 = 100$

Dari asumsi 1 diperoleh model pertumbuhan *carrying capacity* sebagai berikut:

$$K(t) = 100 + \frac{330}{1 + 330e^{-r_k t}}$$

Dari asumsi 2 telah diketahui  $t_m$  sehingga bisa untuk mencari  $r_k$  yaitu dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$r_k = \frac{\ln(k_2)}{t_m} = \frac{\ln(330)}{10} = 0.58 \text{ gr/minggu}$$

Sehingga model pertumbuhan *carrying capacity* adalah:

$$K(t) = 100 + \frac{330}{1 + 330e^{-0.58t}} \quad (17)$$

Sehingga dari asumsi-asumsi diatas diperoleh model pertumbuhan biomassa rumput laut *Gracilaria* sebagai berikut:

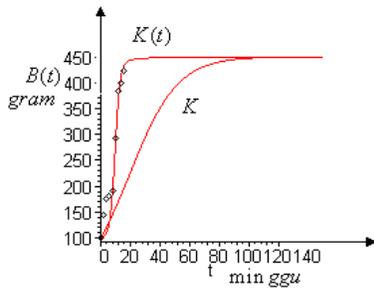
$$B(t) = \frac{430 + 33000e^{-0.58t}}{1 + 330e^{-0.58t}} + \frac{33}{334300} J$$

dengan

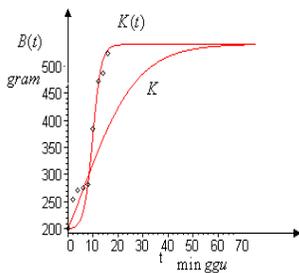
$$J = (430 + 33000e^{-0.58t})e^{-rt}$$

Dengan menggunakan metode *least square* maka diperoleh nilai  $r = 0.02$

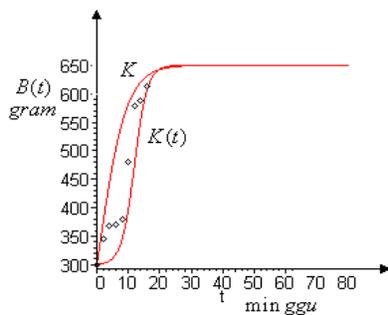
Dengan cara yang sama pada perilaku 1, (perilaku 2 dan perilaku 3) juga bisa diperoleh. Dari pemodelan perilaku 1, 2 dan 3 diatas diperoleh plot sebagai berikut:



Gambar 1. Grafik biomassa dengan data empirik pada perilaku 1



Gambar 2. Grafik biomassa dengan data empirik pada perilaku 2



Gambar 3. Grafik biomassa dengan data empirik pada perilaku 3

Berdasarkan hasil plot terlihat bahwa pertumbuhan rumput laut *Gracillaria* dapat dimodelkan secara logistik dengan menggunakan model pertumbuhan logistik dengan daya dukung bergantung pada waktu. Sehingga asumsi-asumsi yang diberikan dalam pemodelan dapat dibenarkan oleh karena itu analisa pertumbuhan biomassa rumput laut *Gracillaria* dapat dilakukan melalui analisa dari model pertumbuhan logistik.

Analisa kesalahan yang digunakan disini yaitu menggunakan analisis kesalahan relatif yaitu:

Kesalahan relatif absolut

$$\epsilon_r = \frac{\text{data lapangan} - \text{data model}}{\text{data lapangan}}$$

Dari perhitungan diperoleh data lapangan dan data model sebagai berikut :

Berdasarkan Tabel 4; 5 dan 6 tentang Error Biomassa Rumput laut perilaku 1, 2 dan 3 menjelaskan bahwa rata-rata kesalahan relatif dari biomassa model dengan *carrying capacity* bergantung waktu ( $K(t)$ ) lebih kecil dari rata-rata kesalahan relatif biomassa model dengan *carrying capacity* konstan ( $K$ ). Sehingga dapat dikatakan bahwa data biomassa model dengan *carrying capacity* bergantung waktu ( $K(t)$ ) mendekati data lapangan (sebenarnya) sehingga data biomassa model dengan *carrying capacity* bergantung waktu ( $K(t)$ ) dapat dikatakan cocok atau sesuai dengan data lapangan (sebenarnya).

## 6. PENUTUP

Berdasarkan pembahasan tentang model pertumbuhan biomassa dengan *carrying capacity* bergantung pada waktu serta contoh aplikasi model pada budidaya rumput laut *Gracillaria* dapat disimpulkan bahwa penyerapan sumber daya lingkungan mempengaruhi *carrying capacity* sehingga model pertumbuhan

biomassa dengan *carrying capacity* bergantung pada waktu lebih relevan untuk digunakan dibandingkan dengan model logistik dengan *carrying capacity* konstan.

Dengan menggunakan model pertumbuhan *carrying capacity* yang mengikuti model pertumbuhan logistik akan dapat diketahui seberapa cepat pertumbuhan *carrying capacity*. Pertumbuhan biomassa dan *carrying capacity* memiliki titik jenuh pertumbuhan yang sama besar

#### UCAPAN TERIMAKASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Kementerian Negara Riset dan Teknologi yang telah membiayai proyek ini, melalui program insentif riset dasar dengan nomor kontrak penelitian nomor 41/RD/Insentif/PPK/II/2007.

#### 7. DAFTAR PUSTAKA

- [1]. J. D. Murray, (1993), *Mathematical Biology*, Springer Verlag, New York.
- [2]. Kosala D. Purnomo, (2000), *Model Pertumbuhan Populasi dengan Menggunakan Model Pertumbuhan Logistik*, Majalah Matematika dan Statistika Vol. 1, No. 1: 21 – 29.
- [3]. Malthus, Thomas. (1798), *Population Ecology 2 : Dynamics*, the McGraw-Hill Companies, Inc.
- [4]. Mickens, Ronald E., (1990), *Difference Equations Theory And Applications*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- [5]. Perrin S. Meyer and Jesse H. Ausubel, (1999), *Carrying capacity: A Model with Logically Varying Limits*, J. Technological Forecasting and Sosial Change 61(3): 209 – 214.
- [6]. Przemyslaw Prusinkiewicz, *Modeling of spatial structure and development of plants*, Scientia Horticulturae vol.74, pp. 113-149.
- [7]. Rokhim Dahuri, (1996), *Pengelolaan Sumber Daya Wilayah Pesisir Dan Lautan Secara Terpadu*, PT. Pradnya Paramita, Jakarta, ISBN 979-408-381.

Tabel 4. Error Biomassa Rumput laut perilaku 1

$B1_i$	$B2_i$	$B3_i$	$(B1_i - B2_i) / B1_i$	$(B1_i - B3_i) / B1_i$
100	100	100.00	0.0000	0.0000
145.06	102.15	110.10	0.2958	0.2410
174.99	108.77	120.86	0.3784	0.3093
180.85	128.08	132.26	0.2918	0.2687
192.2	176.11	144.27	0.0837	0.2494
291.55	259.36	156.83	0.1104	0.4621
382.62	341.66	169.88	0.1071	0.5560
398.77	388.43	183.34	0.0259	0.5402
423.17	407.32	197.11	0.0375	0.5342
Jumlah			1.3306	3.1609
<b>Error =</b>			<b>0.1478</b>	<b>0.3512</b>

Tabel 5. Error Biomassa Rumput laut perilaku 2

$B1_i$	$B2_i$	$B3_i$	$(B1_i - B2_i) / B1_i$	$(B1_i - B3_i) / B1_i$
200	200	200	0.0000	0.0000
253.5	202.31	223.284	0.2019	0.1192
272.07	209.12	247.31	0.2314	0.0910
276.43	228.8	271.7	0.1723	0.0171
281.63	277.9	296.06	0.0132	0.0512
384.07	363.77	320	0.0529	0.1668
471.92	449.64	343.15	0.0472	0.2729
498.81	487.13	365.2	0.0234	0.2679
522.87	518.63	385.89	0.0081	0.2620
Jumlah			0.7504	1.1456
<b>Error =</b>			<b>0.0834</b>	<b>0.1273</b>

Tabel 6. Error Biomassa Rumput laut perilaku 3

$B1_i$	$B2_i$	$B3_i$	$(B1_i - B2_i) / B1_i$	$(B1_i - B3_i) / B1_i$
300	300	300	0.0000	0.0000
344.27	302	374.32	0.1228	0.0873
367.77	306.54	443.7	0.1665	0.2065
371.27	317.67	502.51	0.1444	0.3535
379.93	343.85	548.39	0.0950	0.4434
479.5	396.88	581.93	0.1723	0.2136
579.32	476.77	605.3	0.1770	0.0448
588.27	555.88	621.05	0.0551	0.0557
613.77	607.51	631.42	0.0102	0.0288
Jumlah			0.9432	1.4336
<b>Error =</b>			<b>0.1048</b>	<b>0.1593</b>

Keterangan:

Berdasarkan Tabel 5.2; 5.3;

$B1_i$  : biomassa data

$B2_i$  : biomassa model dengan  $K(t)$

$B3_i$  : biomassa model dengan  $K$