MODEL DINAMIK PERTUMBUHAN BIOMASSA UDANG WINDU DENGAN FAKTOR MORTALITAS BERGANTUNG WAKTU

Sulanjari[1] dan Sutimin[2]
[1, 2]Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro
Jln. Prof. H.Soedarto, S.H., Tembalang, Semarang

Abstract. In this paper will be discussed the growth model of shrimp biomass. Biomass is total weight from population. The growth model of shrimp biomass is influenced by the growth model of weight and of population. The growth model of weight, here will be governed and based on Von Bertalanffy's model. The growth model of number population based on the exponential model and it has been constructed by mortality formula. From the growth model of shrimp biomass will be predicted when accurate harvest time to know the optimal harvest product.

Keywords: Dinamical model, udang windu, biomass.

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan Negara yang kaya akan sumber daya alam hayati baik yang berasal dari darat maupun perairan. Daerah perairan Indonesia yang cukup luas, merupakan wilayah pantai yang cukup subur dan dapat dimanfaatkan bagi kepentingan perikanan. Upaya meningkatkan produksi perikanan dapat ditempuh melalui budidaya, baik di darat maupun di laut. Budidaya udang dan rumput laut merupakan salah satu jenis budidaya dibidang perikanan yang mempunyai peluang untuk dikembangkan di wilayah perairan Indonesia [1].

Dewasa ini para petani tambak yang ingin mengembangkan usaha di bidang perikanan, salah satunya adalah budidaya tambak udang windu.Udang windu sudah sejak lama diminati oleh masyarakat. Bagi petambak, udang windu merupakan primadona budidaya sistem tambak yang relatif bandel, hal ini tidak lain karena sifatnya yang mempunyai ketahanan tinggi terhadap lingkungannya. Udang windu relatif tahan terhadap serangan penyakit dan memiliki daya adaptasi yang sangat tinggi. Dengan ketahanan yang tinggi tersebut pemeliharaan udang windu bisa mencapai ukuran besar, sehingga harganya bisa lumayan tinggi. Dengan demikian para petambak bisa meningkatkan pendapatannya yang secara tidak langsung juga meningkatkan taraf hidupnya. Bagi masyarakat udang merupakan sumber makanan yang berprotein tinggi, yang penting bagi kesehatan. Tidak heran kalau sekarang udang banyak dibudidayakan oleh masyarakat karena udang windu mempunyai nilai ekonomis yang tinggi dan digemari banyak orang (manfaat yang banyak) [5] .

Bertolak dari pemikiran tersebut, maka pembahasan dalam penelitian ini dititik beratkan pada model dinamik pertumbuhan biomassa udang windu. Dengan model tersebut akan dapat ditentukan pola pertumbuhan udang windu sehingga dapat membantu masyarakat dalam menentukan produksi biomassa yang maksimal dan menentukan kapan waktu panen yang tepat.

2. MODEL PERTUMBUHAN PANJANG

Model pertumbuhan panjang mengikuti model Von Bertalanffy. Model Von Bertalanffy merupakan model yang menggambarkan pertumbuhan ukuran tubuh individu. Model Von Bertalanffy merupakan model sederhana akan tetapi model ini sering memberikan kecocokan data empiris yang lebih baik ketika ketersediaan nutrisi konstan [2].

Dalam Model Von Bertalanffy ini dinotasikan L sebagai panjang dan diasumsikan bahwa bentuk tubuh tidak berubah selama pertumbuhan. Jika dinotasikan S sebagai permukaan tubuh yang proporsional / sebanding dengan L^2 dan V sebagai volume yang sebanding dengan L^3. Pertumbuhan tubuh sebagai akibat dari mengkonsumsi nutrisi yang sebanding dengan permukaan tubuh (S). Tubuh mengkonsumsi nutrisi untuk mempertahankan kelangsungan hidup dan untuk pertumbuhan. Jumlah nutrisi yang digunakan untuk mempertahankan kelangsungan hidup itu lebih besar jika dibandingkan yang digunakan untuk pertumbuhan. Besarnya nutrisi yang dikonsumsi untuk mempertahankan kelangsungan hidup itu sebanding dengan volume (V). Secara matematis model pertumbuhan tubuh tersebut dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\frac{dV}{dt} = \alpha S - \beta V \; , \tag{1}$$

dimana:

αS : nutrisi yang dikonsumsi

βV : nutrisi yang diperlukan untuk mempertahankan kelangsungan hidup.

Persamaan (1) merupakan persamaan differensial, dengan mensubtitusikan nilai $S = AL^2$, $V = bL^3$, dan $\frac{\alpha A}{b} = a$ ke persamaan (1) diperoleh :

$$\frac{dL}{dt} = \frac{a}{3} - \frac{\beta}{3} L$$

Jika diberikan syarat awal $L(t_0) = 0$, maka diperoleh solusi khusus dari persamaan (1) yaitu:

$$L(t) = \frac{a}{\beta}\left(1 - e^{-\frac{\beta}{3}(t-t_0)}\right) . \tag{2}$$

Dengan $\frac{a}{\beta} = L_\infty$, kemudian $\frac{\beta}{3}$ diasumsikan sebagai koefisien pertumbuhan (k) maka jika disubtitusikan nilai-nilai tersebut ke persamaan (2) maka diperoleh solusi:

$$L(t) = L_\infty (1 - e^{-k(t-t_0)}) \; , \tag{3}$$

dimana

$L(t)$: panjang pada waktu t,

L_∞ : panjang pada t tak berhingga,

k : koefisien pertumbuhan,

t_0 : waktu pada saat L_0.

3. HUBUNGAN PANJANG DENGAN BERAT

Berat dapat dianggap sebagai suatu fungsi dari panjang, sehingga model pertumbuhan berat berkaitan dengan model pertumbuhan panjang. Hubungan panjang dengan berat hampir mengikuti hukum kubik yaitu bahwa berat ikan sebagai pangkat tiga dari panjangnya. Hubungan antara panjang dan berat oleh [3] dinyatakan dalam bentuk:

$$W(t) = bL(t)^3 \, , \tag{4}$$

dimana:

W(t) : berat pada waktu t,

L(t) : panjang pada waktu t,

b : konstanta .

Model pertumbuhan berat pada saat t adalah

$$\frac{dW(t)}{dt} = b^{\frac{1}{3}} a W(t)^{\frac{2}{3}} - \beta W(t) \, . \tag{5}$$

Jika diberikan syarat awal $W(t_0) = 0$, maka diperoleh solusi khusus dari persamaan (5) yaitu:

$$W(t) = b\left(\frac{a}{\beta}\right)^3 \left(1 - e^{-\frac{\beta}{3}(t-t_0)}\right)^3 , \tag{6}$$

dengan $b\left(\frac{a}{\beta}\right)^3 = W_\infty$ dan $\frac{\beta}{3} = k$.

Sehingga persamaan (6) menjadi :

$$W(t) = W_\infty (1 - e^{-k(t-t_0)})^3 \, . \tag{7}$$

4. MODEL PERTUMBUHAN POPULASI

Model pertumbuhan populasi mengikuti model pertumbuhan eksponensial yang sudah dikombinasikan dengan model mortalitas alami. Seperti yang sudah diketahui bahwa model pertumbuhan eksponensial adalah:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t), \qquad (8)$$

dimana:

$N(t)$: jumlah populasi pada waktu t,

R : laju pertumbuhan intrinsik.

Di sini laju pertumbuhan hanya dipengaruhi oleh kematian alaminya saja sehingga diperoleh bentuk :

$$Z = M ,$$

dimana:

Z : laju mortalitas total sesaat dan

M : laju mortalitas alam.

Laju mortalitas alami (M) dipengaruhi oleh panjang (W), koefisien pertumbuhan (k), dan temperatur air (T). Sehingga nilai laju mortalitas alami disini mengikuti model [3]. Formula laju mortalitas alami tersebut adalah

$$\log M = -0.2107 - 0.0824 \log W_\infty + 0.6757 \log k + 0.4687 \log T$$

dimana W_∞ adalah berat asimtotik (batas ambang berat).

Baverton dan Holt [4] menghubungkan antara parameter pertumbuhan dan angka mortalitas. Di sini diasumsikan bahwa angka mortalitas berkebalikan dengan ukurannya, sehingga model pertumbuhan populasinya menjadi

$$\frac{dN(t)}{N(t)dt} = -\frac{A}{L(t)} - M . \qquad (9)$$

Dengan menentukan nilai M mengikuti formula *Pauly* [3]. Jika diberikan syarat awal N(0) = 0, maka diperoleh solusi khusus dari persamaan (9) yaitu:

$$N(t) = N_0 e^{\frac{-A}{kL_\infty}\left[\ln\left(\frac{e^{k(t-t_0)}-1}{e^{-kt_0}-1}\right)\right]-Mt} , \qquad (10)$$

dimana:

N_0 : jumlah populasi awal,

A : koefisien panjang dengan mortalitas,

k : koefisien pertumbuhan,

L_∞ : batas ambang panjang.

5. MODEL PERTUMBUHAN BIOMASSA

Biomassa merupakan total berat dari suatu populasi. Total biomassa dipengaruhi berat rata-rata individu dan jumlah populasinya. Sehingga pertumbuhan biomassa bergantung pada pertumbuhan berat dan pertumbuhan populasinya. Dari pembahasan sebelumnya diketahui bahwa pertumbuhan berat mengikuti Model Von Bertalanffy dan pertumbuhan populasinya mengikuti model eksponensial yang telah dikombinasi dengan mortalitas sehingga dari model-model tersebut dapat diketahui model biomassanya. Karena total biomassa adalah berat rata-rata dikalikan dengan jumlah populasinya maka

$$B(t) = W(t).N(t), \qquad (11)$$

dimana:

$B(t)$: total biomassa pada waktu t

$W(t)$: berat rata-rata individu waktu t

Dari persamaan (6) dan (10), diperoleh total biomassa:

$$B(t) = W_\infty (1-e^{-k(t-t_0)})^3 N_0 e^{\frac{-A}{kL_\infty}\left[\ln\left(\frac{e^{k(t-t_0)}-1}{e^{-kt_0}-1}\right)\right]-Mt} . \qquad (12)$$

Pada waktu yang tidak terbatas biomassa mendekati nol maka kita harus dapat menentukan kapan waktu yang tepat biomassa tersebut mencapai total biomassa yang maksimal sehingga proses memanennya memberikan hasil yang optimal. Maka dari itu harus mengetahui laju pertumbuhan biomassa yang maksimum. Model pertumbuhan biomassanya adalah:

$$\frac{dB(t)}{dt} = N(t)\frac{dW(t)}{dt} + W(t)\frac{dN(t)}{dt} . \qquad (13)$$

Untuk mengetahui bahwa biomassa mencapai maksimum, maka $\frac{dB(t)}{dt} = 0$,

sehingga diperoleh $L(t) = \frac{a-A}{\beta + M}$.

Selanjutnya karena $\beta = 3k$ dan $a = \beta L_\infty = 3kL_\infty$, maka diperoleh

$$L_{max} = \frac{3kL_\infty - A}{3k + M} .$$

Seperti diketahui $L(t) = L_\infty(1 - e^{-k(t-t_0)})$, dengan demikian

$$L_\infty(1 - e^{-k(t-t_0)}) = \frac{3kL_\infty - A}{3k + M}. \quad (14)$$

Dengan menyelesaikan persamaan (14) maka diperoleh $t_{\max}$ yaitu waktu biomassa mencapai maksimum sebagai berikut

$$t_{\max} = \frac{\ln\left(1 - \dfrac{3kL_\infty - A}{L_\infty(3k + M)}\right)}{-k} + t_0.$$

Dari analisis menjelaskan bahwa waktu yang diperlukan agar produkasi maksimal bergatung pada parameter-parameter M, k, A, L_∞, t_o.

6. MODEL PERTUMBUHAN BERDASARKAN EKSPERIMEN

Studi kasus berdasarkan penelitian pertumbuhan udang windu dan rumput laut yang dilakukan di Lab. Pengembangan Wilayah Pantai UNDIP (LPWP) di Jepara mulai bulan Juni sampai Oktober 2007. Udang windu dipelihara dalam akuarium berukuran 50cm x 60cm x 40cm. Udang windu yang dipelihara ada 3 perlakuan, perlakuan yang pertama yaitu udang yang dipelihara adalah 15 ekor, perlakuan yang kedua udang yang dipelihara 30 ekor dan perlakuan yang ketiga udang yang dipelihara 45 ekor. Selama pemeliharaan dilakukan pengukuran mengenai panjang dan berat udang windu. Pengukuran dilakukan setiap 2 mingguan. Sehingga dari penelitian tersebut diperoleh data panjang dan berat udang windu yaitu:

Dari data panjang dan berat maka diperoleh parameter-parameter dari model pertumbuhan biomassa udang windu sebagai berikut.

Untuk udang windu 15 ekor.

Untuk memperoleh nilai L_∞, k, t_0 digunakan metode Walford dengan least square sebagai berikut.

Pertama kita harus mencari persamaan garis Walford dengan membuat regresi dari data L_{t+1} dan L_t. Dari perhitungan dengan Maple diperoleh persamaan garis Walfordnya:

$$L_{t+1} = 1.514 + 0.889 L_t.$$

Ini menunjukkan bahwa intersepnya adalah 1,514 dengan sudut 0,889. Untuk mencari L_∞ digunakan rumus:

$$L_\infty = \frac{inntersep}{1 - sudut} = \frac{1.514}{1 - 0.889} = 13.68.$$

Kemudian

$$\begin{aligned} k &= -\ln \text{sudut Walford} \\ &= -\ln 0{,}889 = 0{,}117. \end{aligned}$$

Untuk mencari t_0 maka dibuat log natural persamaan Von Bertalanffy yaitu

$$\ln(L_\infty - L_t) = \ln L_\infty + kt_0 - kt.$$

Ini merupakan persamaan garis lurus dari memplotkan $L_\infty - L_t$ terhadap t dengan sudut $-k$ dan intersepnya adalah $\ln L_\infty + kt_0$. Dari perhitungan regresi dengan Maple diperoleh k = 0.117 dan intersepnya = 2.448.

Karena $inntersep = \ln L_\infty + kt_0$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{inntersep - \ln L_\infty}{k} \\ &= \frac{2.448 - \ln 13.68}{0.117} = -1.456. \end{aligned}$$

Untuk nilai W_∞ dan A dicari dengan menggunakan least square seperti pada, nilai W_∞ = 40,345 dan A = -0,277. Selanjutnya diperoleh mortalitas alami:

$$\begin{aligned} \log M &= -0.2107 - 0.0824 \log W_\infty \\ &\quad + 0.6757 \log k + 0.4687 \log T \end{aligned}$$

atau $\log M = 0.6$ sehingga $M = 3.9$

Nilai M dari formula ini merupakan mortalitas tahunan, sedangkan dalam perhitungan data menggunakan data 2 mingguan maka mortalitas per 2 mingguannya adalah :

$$M = \frac{3.9}{26} = 0.15.$$

Untuk udang windu 30 ekor.
Perhitungan parameter udang windu 30 ekor analog dengan perhitungan parameter udang windu 15 ekor, yaitu:

$L_\infty = 20.341$ $\quad k = 0.077$

A = -0.19 $\quad t_0 = -1.409$

$W_\infty = 96.68$ $\quad M = 0.12$

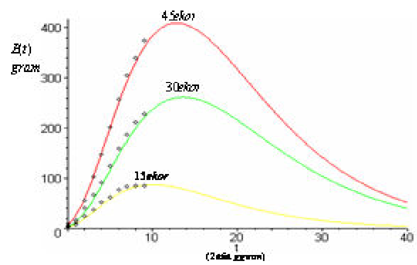
Untuk udang windu 45 ekor.
Perhitungan parameter udang windu 45 ekor analog dengan perhitungan parameter udang 15 ekor, yaitu:

$L_\infty = 19.555$ $\quad k = 0.083$

A = -0.30 $\quad t_0 = -1.580$

$W_\infty = 83.84$ $\quad M = 0.13$

Hasil simulasi dengan menggunakan data empiris disajikan dalam dalam Gambar 4.



Gambar 4: Grafik Biomassa Udang Windu berdasarkan data empiris dan model

Berdasarkan model pertumbuhan biomassa untuk udang windu 15 ekor, bahwa biomassa mencapai maksimum pada t = 10,08 ≈ 10 dengan biomassa total 87,34 gram. Artinya biomassa udang windu mencapai maksimum pada waktu 5 bulan dengan total biomassanya adalah 87,34 gram. Untuk udang windu 30 ekor, bahwa biomassa mencapai maksimum pada t = 13,5 dengan biomassa total 261,88 gram. Artinya biomassa udang windu mencapai maksimum pada waktu 6,5 bulanan dengan total biomassanya adalah 261,88 gram. Untuk udang windu 45 ekor, bahwa biomassa mencapai maksimum pada t = 12,8 ≈ 13 dengan biomassa total = 409,59 gram. Artinya biomassa udang windu mencapai maksimum pada waktu 6,5 bulanan dengan total biomassanya adalah 409,59 gram.

Menurut Soetomo [5], udang windu itu dapat dipanen sekitar umur 4 – 6 bulan, dari perhitungan model diperoleh waktu panen untuk udang windu 15 ekor adalah 5 bulan, kemudian untuk udang windu 30 dan 45 ekor adalah sekitar 6,5 bulanan. Jika kita bandingkan waktu panen udang windu secara umum dan dengan perhitungan model maka waktu panennya mendekati dengan waktu panen.. Sehingga asumsi-asumsi yang diberikan dalam pemodelan dapat dibenarkan, oleh karena itu analisa pertumbuhan biomassa udang windu dapat dilakukan melalui analisa dari model pertumbuhan biomassa yang dipengaruhi oleh berat dan jumlah populasinya.

7. VALIDASI MODEL

Untuk mengetahui seberapa besar tingkat kesalahan model terhadap data yang sebenarnya maka dilakukan validasi model dengan analisa sensitivitas dan analisa kesalahan. Hal ini dilakukan untuk menyelidiki seberapa besar tingkat kevalidan model terhadap data. Analisa kesalahan yang digunakan disini yaitu menggunakan analisis kesalahan relatif .

Kesalahan relatif dari tabel 2 adalah 0,08, dari tabel 3 adalah 0.12 dan dari tabel 3 adalah 0.11. Dari perhitungan kesalahan diperoleh error hampir semuanya mendekati 0,1 (baik error biomassa udang windu 15, 30 maupun 45 ekor) artinya bahwa kesalahan data model dengan data aslinya kecil sehingga dapat dikatakan bahwa data model mendekati data aslinya.

8. PENUTUP

Berdasarkan pembahasan tentang model dinamik pertumbuhan biomassa udang windu dapat disimpulkan bahwa model pertumbuhan biomassa yang dipengaruhi model pertumbuhan berat yang mengikuti model Von Bertalanffy dan model pertumbuhan jumlah populasi yang mengikuti model eksponensial yang dikombinasikan dengan mortalitas relevan untuk digunakan. Dengan menggunakan model pertumbuhan biomassa yang dipengaruhi oleh berat dan jumlah populasinya tersebut akan dapat diketahui kapan waktu pemanenan yang tepat untuk udang windu dengan hasil panen yang optimal.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terimakasih kepada Kementerian Negara Riset dan Teknologi yang telah membiayai proyek ini, melalui program insentif riset dasar dengan nomor kontrak penelitian nomor: 41/RD/Insentif/ PPK /I/ 2007.

9. DAFTAR PUSTAKA

[1] Ali Ismen (2002), *A Preliminary on Population Dynamics Parameter of Whiting (Merlangius euxinus) in Turkish Sea Coastal Waters*, Turk. J.Zool, **26** : 157 – 166

[2] Beverton, R.J.H. dan Holt S.J. (1956), *A Review of Method for Estimating Mortality Rate in Fish Population, with Special Reference to Source Bias in Catch Sampling,* Rapp, P.V. Reun. Cons. Int. Explor. Mer 140, 67 – 83.

[3] Pauly D. David N. (1980), *An Objective Methods for Determining Fish Growth from Length Frequency Data,* ICLARM Newsletter **3** : 13 – 15.

[4] Soetomo H. A, Moch. (1990), *Teknik Budidaya Udang Windu.* Sinar Baru, Bandung.

[5] Syahid M, Subhan Ali, Armando Rochim (2006), *Budidaya Udang Organik secara Polikultur*, Penebar Swadaya, Jakarta.