PENENTUAN ESTIMASI PARAMETER REGRESI DENGAN VARIABEL DEPENDEN TERSENSOR

Ignacia Diana Larissa[1] dan Dwi Ispriyanti[2]
[1, 2]Program Studi Statistika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro
Jln. Prof. H. Soedarto, S.H., Tembalang, Semarang

Abstract. Regression analysis is a statistical analysis that use relation between two or more variables. To use regression analysis, the value of each variable (dependent or independent) must be available. In fact, not all of the information is available. Missing value on dependent variable cause Ordinary Least Square is no longer to be used. One method to handle this problem is censored regression. On this regression, missing value is replaced with a censored point. This censored point may occur naturally or made by researcher, depend on the goal of research. Maximum Likelihood Method following Newton-Raphson Iteration Method, is used to get parameter estimation of censored regression. Test of model signification uses Likelihood Ratio-test and Wald-test.

Keywords: censored point, maximum likelihood method, Newton Raphson Iteration method.

1. PENDAHULUAN

Model regresi linear adalah suatu model yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara sebuah variabel dependen dengan satu atau lebih variabel independen. Menurut [2] persamaan umum model regresi adalah:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \ldots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i .$$

Masing-masing koefisien diestimasi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Square*). Menurut G. David Garson model regresi dengan metode OLS hanya cocok diterapkan untuk variabel dependen yang kontinu dan tidak mengalami pembatasan nilai. Tetapi pada kenyataannya, variabel dependen dapat mengalami pembatasan nilai atau sering disebut sebagai variabel dependen tersensor (terbatas).

Misalkan ingin diteliti besarnya pengeluaran konsumsi telur suatu rumah tangga dikaitkan dengan tingkat pendidikan kepala rumah tangga, jumlah anggota rumah tangga, dan rata-rata pengeluaran per bulan suatu rumah tangga. Kenyataannya tidak semua rumah tangga terpilih memiliki informasi tentang besarnya jumlah pengeluaran untuk konsumsi telur dikarenakan rumah tangga tersebut tidak memberikan informasi tentang seberapa besar pengeluaran konsumsi telur. Dengan hilangnya informasi terhadap variabel *X* tersebut , maka metode kuadrat terkecil tidak dapat digunakan untuk mengestimasi parameternya.

Salah satu metode statistika yang dapat digunakan untuk menentukan model bila terjadi pembatasan pada variabel dependennya adalah model regresi tersensor. Pada model regresi tersensor beberapa nilai sampel dicatat sebagai nilai batas dari nilai yang sebenarnya. Data pengamatan pada variabel jenis ini mengelompok akibat adanya batas bawah (tersensor kiri), batas atas (tersensor kanan) atau dapat juga keduanya. Pembatasan tersebut dapat terjadi secara alamiah seperti beberapa nilai yang lebih dekat terhadap suatu nilai tertentu. Pembatasan juga dapat ditentukan oleh peneliti tergantung pada tujuan penelitiannya [1]. Adanya pembatasan terhadap suatu nilai tertentu terhadap variabel dependen ***Y*,** sebut saja *a,* mengakibatkan distribusi data tersebut berubah. Jika suatu populasi telah diketahui berdistribusi normal, maka distribusi akibat adanya pemotongan nilai tertentu berubah menjadi distribusi normal tersensor.

Sebelum pembentukan model regresi tersensor, terlebih dahulu harus ditentukan dulu mean tersensor dan varian tersensor dari distribusi normal tersensor, sehingga mempermudah langkah selanjutnya untuk melakukan estimasi terhadap parameter-parameternya.

2. METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD

Misalkan X variabel random distribusi probabilitas $f(x|\theta)$, dengan parameter tunggal θ tidak diketahui. Misalkan X_1, X_2, …, X_n adalah sampel random dari populasi dengan densitas $f(x_i|\theta_1, \theta_2,...,\theta_k)$, maka menurut [5], fungsi Likelihood didefinisikan dengan:

$$L\left(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k / \underset{\sim}{X}\right)=\prod_{i=1}^{n} f\left(x_i / \theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k\right)$$

Untuk menentukan estimator maksimum Likelihood dari θ dapat digunakan langkah berikut ini:

- Tentukan fungsi Likelihood:
$$L\left(\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k / \underset{\sim}{X}\right)$$
$$=\prod_{i=1}^{n} f\left(x_i / \theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_k\right).$$
- Bentuk log Likelihood :
$$l=\log L\left(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k / \underset{\sim}{X}\right)$$
- Tentukan turunan dari l terhadap $\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k$:
$$\frac{\partial}{\partial\theta_i}\log L\left(\theta_1,\theta_2,\ldots\theta_k / \underset{\sim}{X}\right).$$
- Bentuk persamaan Likelihood dan selesaikan
$$\frac{\partial}{\partial\theta_i}\log L\left(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_k / \underset{\sim}{X}\right)=0$$

3. DISTRIBUSI NORMAL TERSENSOR

Variabel tersensor didefinisikan sebagai berikut.

Misalkan y^* berdistribusi normal dengan mean μ dan varian σ^2,

$$y=\begin{cases} a, & \text{jika } y^* \le a \\ y^*, & \text{jika lainnya} \end{cases}$$

maka probabilitas tersensor $y = a$ bernilai $\text{Prob}(y = a) = \text{Prob}\,(y^* \le a)$

$$=\int_{-\infty}^{a}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y^*-\mu}{\sigma}\right)^2\right)dy^*$$

$$=\int_{-\infty}^{\frac{a-\mu}{\sigma}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}z^2}dz \qquad ,$$

dengan $z=\dfrac{y^*-\mu}{\sigma}$ dan $\dfrac{1}{\sigma}dy^*=dz$.

Sehingga $\Pr\text{ob}(y=a)=\Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$.

Sedangkan untuk probabilitas tidak tersensor $y = y^*$ adalah

$\text{Prob}\,(y = y^*) = \text{Prob}\,(y^* > a)$

$$=1-\text{Prob}\,(y^* \le a)$$

$$=1-\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Menurut [4] fungsi densitas dari y adalah:

$$f(y)=\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2}\right]^{1-j}\left[\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)\right]^{j}$$

$$=\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right]^{1-j}\left[\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)\right]^{j}, \quad (5)$$

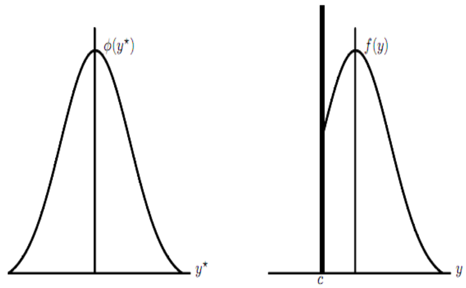
dengan $j=\begin{cases} 1, & \text{jika } y=a \\ 0, & \text{jika lainnya} \end{cases}$,

ϕ dan Φ masing-masing adalah fungsi densitas dan fungsi distribusi dari distribusi normal standar. Selanjutnya dari persamaan (5) diperoleh densitas untuk nilai $y = y^*$ atau nilai $y > a$ adalah

$$f(y^*)=\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y^*-\mu}{\sigma}\right)$$

dan densitas dari $y = a$ adalah :

$$f(a)=\text{Prob}\,(y=a)=\Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right).$$



Gambar 1. Variabel Normal y^* dan Variabel Tersensor y

Menurut [3] momen untuk variabel normal tersensor adalah:

jika $y^* \sim N[\mu, \sigma^2]$ maka

$E[y] = \Phi a + (1-\Phi)(\mu + \sigma\lambda)$ dan

$Var\,[y] = \sigma^2(1-\Phi)[(1-\delta) + (\alpha - \lambda)^2 \Phi]$

dengan $\alpha = \dfrac{a-\mu}{\sigma}$, $\Phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right) = \Phi(\alpha)$,

$\phi\left(\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right) = \phi(\alpha) = \phi$, $\lambda = \lambda(\alpha) = \dfrac{\phi}{1-\Phi}$

dan $\lambda^2 - \alpha\lambda = \delta$.

4. MODEL REGRESI TERSENSOR

Model yang didasarkan pada variabel dependen tersensor disebut dengan model regresi tersensor . Model ini dibentuk dengan mengaitkan mean yang sudah diperoleh sebelumnya dengan model regresi linear. Persamaan umum model tersebut adalah $y_i^* = x_i'\beta + \varepsilon_i$

dan $y_i = \begin{cases} a, & \text{jika } y_i^* \le a \\ y_i^*, & \text{jika } y_i^* > a \end{cases}$,

dimana:

y_i^* : variabel dependen laten

y_i : variabel dependen yang diamati

$\mathbf{x}_i' = [1 \quad x_{i1} \quad x_{12} \quad \ldots \quad x_{ik}]$ **:** vektor variabel independen

$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}$: vektor koefisien dan

a adalah titik sensor, dan ε_i diasumsikan berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian σ^2 [4]. Karena ε_i berdistribusi normal maka menurut [2] dapat diasumsikan $y_i^* \sim N(\mathbf{x}_i'\beta, \sigma^2)$ dan $f(\varepsilon_i / \mathbf{x}_i') = f(\varepsilon)$.

Nilai ekspektasi variable dependen baru y_i diketahui $\mathbf{x}_i'$ adalah

$$E(y_i / \mathbf{x}_i') = \Phi_i\,.a + (1-\Phi)(\sigma\lambda_i + \mathbf{x}_i'\beta)$$

$$= \Phi_i\,.a + (1-\Phi_i)\left(\sigma\frac{\phi_i}{1-\Phi_i} + \mathbf{x}_i'\beta\right)$$

$$= \Phi_i\,.a + \sigma\phi_i + \mathbf{x}_i'\beta(1-\Phi_i).$$

Sedangkan nilai variansi dari variabel dependen baru y_i diketahui $\mathbf{x}_i'$ adalah

$$Var(y_i / \mathbf{x}_i') = \sigma^2(1-\Phi_i)[(1-\delta_i) + (\alpha_i - \lambda_i)^2\Phi_i],$$

dengan $\alpha_i = \dfrac{a - \mathbf{x}_i'\beta}{\sigma}$,

$$\Phi_i = \Phi(\alpha_i) = \Phi\left(\frac{a-\mathbf{x}_i'\beta}{\sigma}\right),$$

$$\lambda_i = \lambda(\alpha_i) = \frac{\phi(\alpha_i)}{1-\Phi(\alpha_i)} \text{ dan}$$

$$\phi_i = \phi(\alpha_i) = \phi\left(\frac{a-\mathbf{x}_i'\beta}{\sigma}\right).$$

ESTIMASI PARAMETER

Metode untuk melakukan estimasi parameter tersensor ini digunkan dengan metode Maksimum Likehood dengan variabel dependen baru. Fungsi log-likelihoodnya adalah

$$\log L(\beta, \sigma / x_i')$$

$$= \log\left[\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}\right)\right]^{1-j}\left[\Phi\left(\frac{a-x_i'\beta}{\sigma}\right)\right]^{j}\right]$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left[\log\left[\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}\right)\right]^{1-j} + \log\left[\Phi\left(\frac{a-x_i'\beta}{\sigma}\right)\right]^{j}\right]$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{y_i > a}\left[\log\sigma^2 + \log 2\pi + \left(\frac{y_i - x_i'\beta}{\sigma}\right)^2\right]$$

$$+ \sum_{y_i = a}\log\Phi\left(\frac{a - x_i'\beta}{\sigma}\right)$$

Dengan mengganti $\gamma = \dfrac{\beta}{\sigma}$ dan $\theta = \dfrac{1}{\sigma}$ maka fungsi log likelihoodnya menjadi

$$\log L(\theta,\gamma / x_i^{'})$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{y_i > a}\left[-\log\theta^2 + \log 2\pi + \left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)^2\right] + \sum_{y_i = a}\log\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{y_i > a}\left[\log 2\pi - \log\theta^2 + \left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)^2\right] + \sum_{y_i = a}\log\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right).$$

dan $G = \dfrac{\partial \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\begin{pmatrix}\theta\\ \gamma\end{pmatrix}} = 0$, di mana

$$\frac{\partial \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\begin{pmatrix}\theta\\ \gamma\end{pmatrix}}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\begin{pmatrix}\theta\\ \lambda\end{pmatrix}}\left[-\frac{1}{2}\sum_{y_i > a}\left[\log 2\pi - \log\theta^2 + \left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)^2\right] + \sum_{y_i = a}\log\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)\right] = 0 .$$

Dilakukan perhitungan secara terpisah:

I. $$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[-\frac{1}{2}\sum_{y_i > a}\left[\log 2\pi - \log\theta^2 + \left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)^2\right] + \sum_{y_i = a}\log\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)\right] = 0$$

$$-\frac{1}{2}(-2)\sum_{y_i > 0}\frac{1}{\theta} - \frac{1}{2}(2)\sum_{y_i > 0} y_i\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right) + \sum_{y_i = 0}\frac{a\phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)}{\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)} = 0$$

$$\sum_{y_i > a}\frac{1}{\theta} - \sum_{y_i > a} y_i\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right) + \sum_{y\ = a} a\lambda(\alpha_i) = 0$$

$$\sum_{y_i > a}\left[\frac{1}{\theta} - y_i\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)\right] + a\sum_{y_i = a}\lambda(\alpha_i) = 0 ,$$

dengan $\lambda(\alpha_i) = \dfrac{\phi(\alpha_i)}{\Phi(\alpha_i)}$.

II. $$\frac{\partial}{\partial\lambda}\left[-\frac{1}{2}\sum_{y_i > a}\left[\log 2\pi - \log\theta^2 + \left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)^2\right] + \sum_{y_i = a}\log\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)\right] = 0$$

$$-\frac{1}{2}(-2)\sum_{y_i > a} x_i^{'}\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right) - \sum_{y_i = 0}\frac{x_i^{'}\phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)}{\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)} = 0$$

$$\sum_{y_i > a} x_i^{'}\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right) - \sum_{y_i = a} x_i^{'}\lambda(\alpha_i) = 0 .$$

Kemudian penyelesaiannya digunakan metode iterasi Newton Raphson.

Metode Newton Raphson Untuk Regresi Tersensor

Turunan kedua dari persamaan diatas adalah :

$$\frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\theta\partial\theta}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\sum_{y_i > a}\left[\frac{1}{\theta} - y_i\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)\right] + a\sum_{y_i = a}\lambda(\alpha_i)\right]$$

$$= \sum_{y_i > a}\left(-\frac{1}{\theta^2} - y_i^{2}\right) + a\sum_{y_i = a}\frac{\phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)}{\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\lambda\right)}$$

$$= \sum_{y_i > a}\left(-\frac{1}{\theta^2} - y_i^{2}\right) - a^2\sum_{y_i = a}\left(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^{2}\right),$$

$$\frac{\partial^2 \log L(\theta,\lambda / x_i^{'})}{\partial\theta\partial\gamma}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\sum_{y_i > a}\left[\frac{1}{\theta} - y_i\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right)\right] + a\sum_{y_i = a}\lambda(\alpha_i)\right]$$

$$= \sum_{y_i > a} y_i x_i^{'} + a\sum_{y_i = a}\left(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^{2}\right)x_i^{'},$$

$$\frac{\partial^2 \log L(\theta,\lambda / x_i^{'})}{\partial\gamma\partial\gamma}$$

$$= \frac{\partial}{\partial\gamma}\left[\sum_{y_i > a} x_i^{'}\left(\theta y_i - x_i^{'}\gamma\right) - \sum_{y_i = a} x_i^{'}\lambda(\alpha_i)\right]$$

$$= -\sum_{y_i > a} x_i^{'}x_i^{'} - \sum_{y_i = a}\left[x_i^{'}\frac{\phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)}{\Phi\left(\theta a - x_i^{'}\gamma\right)}\right]$$

$$= -\sum_{y_i > a} x_i^{'}x_i^{'} - \sum_{y_i = a}\left[x_i^{'}x_i^{'}\left(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^{2}\right)\right],$$

$$\frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\gamma\partial\theta}$$
$$= \frac{\partial}{\partial\theta}\left[\sum_{y_i>a} x_i^{'}(\theta y_i - x_i^{'}\gamma) - \sum_{y_i=a} x_i^{'}\lambda(\alpha_i)\right]$$
$$= \sum_{y_i>a} x_i^{'} y_i - \sum_{y_i=a}\left[x_i^{'}\frac{\phi(\theta a - x_i^{'}\gamma)}{\Phi(\theta a - x_i^{'}\gamma)}\right]$$
$$= \sum_{y_i>a} x_i^{'} y_i + a\sum_{y_i=a}\left[x_i^{'}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)\right].$$

Diperoleh matriks turunan kedua adalah

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\theta\partial\theta} & \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\theta\partial\gamma} \\ \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\gamma\partial\theta} & \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\gamma\partial\gamma} \end{bmatrix},$$

atau $G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$, dengan

$$g_{11} = \sum_{y_i>a}\left(-\frac{1}{\theta^2} - y_i^2\right) - a^2\sum_{y_i=a}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2),$$
$$g_{12} = \sum_{y_i>a} y_i x_i^{'} + a\sum_{y_i=a}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)x_i^{'},$$
$$g_{21} = \sum_{y_i>a} x_i^{'} y_i + a\sum_{y_i=a}\left[x_i^{'}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)\right] \text{ dan}$$
$$g_{22} = -\sum_{y_i>a} x_i^{'} x_i^{'} - \sum_{y_i=a}\left[x_i^{'} x_i^{'}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)\right].$$

Sehingga diperoleh matrik Hessiannya adalah $H_m = -G$ atau

$$H_m = -\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\theta\partial\theta} & \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\theta\partial\gamma} \\ \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\gamma\partial\theta} & \frac{\partial^2 \log L(\theta,\gamma / x_i^{'})}{\partial\gamma\partial\gamma} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian estimasi parameter dengan metode Maksimum Likelihood dengan bantuan metode Newton Raphson dapat dirumuskan

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{m+1} \\ \hat{\gamma}_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m \\ \hat{\gamma}_m \end{bmatrix} + H_m^{-1} g_m,$$

dengan $H_m = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$, di mana

$$h_{11} = \sum_{y_i>a}\left(\frac{1}{\theta^2} + y_i^2\right) + a^2\sum_{y_i=a}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2),$$
$$h_{12} = -\sum_{y_i>a} y_i x_i^{'} - \sum_{y_i=a}\left[(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)x_i^{'}\right],$$
$$h_{21} = -\sum_{y_i>a} x_i^{'} y_i - \sum_{y_i=a}\left[x_i^{'}(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)\right],$$
$$h_{22} = \sum_{y_i>a} x_i^{'} x_i^{'} + \sum_{y_i=a}\left[(\alpha_i\lambda_i + \lambda_i^2)x_i^{'}\right] \text{ dan}$$
$$g_m = \begin{bmatrix} \sum_{y_i>a}\left(\frac{1}{\theta} - y_i(\theta y_i - \mathbf{x}_i^{'}\gamma)\right) + a\sum_{y_i=a}\lambda_i \\ -\sum_{y_i>a}\mathbf{x}_i^{'}(\theta y_i - \mathbf{x}_i^{'}\gamma) - \sum_{y_i=a}\mathbf{x}_i^{'}\lambda_i \end{bmatrix}.$$

Jika nilai estimasi parameter $\hat{\theta}$ dan $\hat{\gamma}$ telah diperoleh maka dengan menggunakan persamaan $\hat{\sigma} = \frac{1}{\hat{\theta}}$ dan $\hat{\beta} = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\theta}}$ nilai estimasi parameter $\hat{\sigma}$ dan $\hat{\beta}$ dapat diperoleh. Sehingga diperoleh model regresi tersensor dugaan yaitu:

$$E(y_i / x_i^{'}) = \Phi_i \cdot a + (1 - \Phi_i)(\hat{\sigma}\lambda_i + x_i^{'}\hat{\beta}),$$

dengan $\lambda_i = \dfrac{\phi\left(\frac{a - x_i^{'}\hat{\beta}}{\hat{\sigma}}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{a - x_i^{'}\hat{\beta}}{\hat{\sigma}}\right)}$.

5. KESIMPULAN

1. Model regresi dengan metode OLS hanya cocok diterapkan untuk variabel dependen yang tidak mengalami pembatasan nilai.
2. Model regresi dengan variabel dependen tersensor, metode estimasi parameternya digunakan adalah metode Maksimum Likehood yang dilanjutkan dengan metode iterasi Newton Rapshson. Pembatasan dapat terjadi secara alamiah atau dapat juga ditentukan oleh peneliti tergantung pada tujuan penelitiannya.
3. Harga mean dan varian dari regresi tersensor berturut-turut adalah
   $E[y] = \Phi a + (1-\Phi)(\mu + \sigma\lambda)$ dan
   $Var\,[y] = \sigma^2(1-\Phi)[(1-\delta) + (\alpha - \lambda)^2\Phi]$

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Frone, R. Michael (1997), *Regression Models For Discrete and Limited Dependent Variabels*, http://division.aomonline.org/rm/1997

_forum_regression_models.htmlfrone diakses tanggal 20 Mei 2008.

[2] Greene, H. William (1993), *Econometric Analysis*, *second edition, Macmillan Publishing Company, USA.*

[3] Hamilton, James D. (1994), *Time Series Analysis, Princeton University Press, UK.*

[4] Joreskog, K.G. (2002), *Censored Variabels and Censored Regression, http://aac.asm.org*/cgi/reprint/50/1/62 diakses tanggal 20 Mei 2008