

**TELAAH TENTANG BUKU AJAR UNTUK PEMBELAJARAN
KALKULUS "REFORMASI"**

Idris Harta

Pendidikan Matematika Universitas Muhammadiyah Surakarta

Abstrak

Pada akhir tahun 1980-an muncul berbagai gerakan pembaharuan pembelajaran kalkulus perguruan tinggi Amerika Serikat. Gerakan-gerakan tersebut akhirnya menghasilkan berbagai kurikulum atau program. Makalah ini merupakan ulasan tentang buku ajar kalkulus "reformasi" yang ditulis dan diterbitkan oleh *Clemson University*. Analisa meliputi manajemen berbagai topik, berfikir matematis, penggunaan teknologi dan kegiatan menulis, serta pendekatan terhadap pedagogis dan penilaian.

1. PENDAHULUAN

Pada abad ke-20, pembelajaran Kalkulus dianggap sebagai gerbang utama bagi para mahasiswa untuk melewati matematika sekolah menengah menuju topik-topik matematika yang lebih tinggi. Akan tetapi, di awal tahun 1980-an, posisi ini mulai dipersoalkan oleh sekelompok pakar matematika dan komputer yang mencoba menempatkan Matematika Diskrit untuk menggantikan sebagian peranan Kalkulus. Awal tahun 1980-an juga ditandai dengan permulaan "revolusi" komputer mikro disertai dengan perkembangan pesat di bidang perangkat lunak yang mampu menyelesaikan sebagian besar tugas-tugas matematika sekolah dengan cepat dan tepat.

Kombinasi kedua peristiwa di atas, menjadi motivasi bagi para pakar matematika untuk mengkaji kembali pembelajaran kalkulus di perguruan tinggi. Banyak di antara mereka menganggap bahwa mata kuliah ini terlalu banyak materinya, tidak berkembang sesuai dengan kemajuan teknologi, dan tidak memperhatikan gagasan-gagasan yang benar-benar penting dan perkembangan konsep dalam diri mahasiswa. Ketidakpuasan ini mendorong digelarnya

konferensi *Tulane* di tahun 1986 oleh MAA (*Mathematical Asscosiation of America*). Konferensi ini melahirkan gagasan yang disebut LLC (*Lean and Lively Calculus*), yaitu suatu konsep mata kuliah calculus untuk masa depan yang lebih ringkas dan berhubungan dengan kehidupan sehari-hari.

Sumber ketidakpuasan lainnya adalah tingkat kegagalan para mahasiswa. Dari sekitar 300.000 orang mahasiswa yang mengambil kalkulus di semester pertama perguruan tinggi di Amerika Serikat, hanya sekitar 140.000 mahasiswa yang berhasil mendapat nilai "D" atau lebih baik. Konferensi selanjutnya diadakan di Washington, 1987, dan menyimpulkan bahwa kalkulus lebih berperan sebagai "filter" untuk profesi yang berhubungan dengan sains dan teknik.

Walaupun tidak ada kesepakatan yang bulat tentang pemecahan permasalahan dalam pembelajaran kalkulus, para pakar memandang perlu adanya reformasi dalam pembelajaran mata kuliah kalkulus. Salah satu aspek yang disepakati adalah buku ajar kalkulus dipandang terlalu tebal, namun terlalu banyak topik yang tidak relevan dengan kehidupan sehari-hari para mahasiswa. Untuk itu *Content Workshop* pada konferensi *Tulane* menyarankan untuk membuang topik-topik seperti *L'Hospital rule*, *epsilon-delta definition of limits*, *logarithmic differentiation*, dan *special techniques of integrations* seperti *trigonometric substitution* dan *partial fraction techniques*.

Sementara beberapa topik dipangkas, ada beberapa topik penting dan perlu ditambahkan dalam kurikulum kalkulus. Topik-topik tersebut erat kaitannya dengan komputer, seperti *graphical and numerical treatment of functions*, notasi "*big Oh*", Metode Newton, integrasi numerik, dan penggunaan kalkulator.

Tema lainnya yang disepakati oleh para pembaharu kalkulus di dua konfrenesi adalah keinginan supaya para mahasiswa lebih memperlihatkan bukti pemahaman konsep. Mereka sepakat bahwa terlalu banyak waktu dipergunakan dalam pembelajaran kalkulus untuk hal-hal yang bersifat *algoritmik*, sementara pengembangan pemahaman konseptual tidak cukup mendapat perhatian.

Sekalipun begitu, para pakar pembelajaran kalkulus setuju bahwa pembelajaran kalkulus adalah bertujuan supaya para mahasiswa mampu menerapkan ide-ide kalkulus dalam berbagai konteks yang berbeda. Karena itu,

para mahasiswa perlu disediakan soal-soal dan konteks yang lebih luas, dari yang bersifat latihan sampai dengan yang bersifat *open-ended*, termasuk soal-soal yang memerlukan berbagai teknik penyelesaian, bahkan soal-soal yang tidak dapat diselesaikan. Nampaknya para pembaharu setuju bahwa para mahasiswa perlu dihadapkan pada ide-ide dalam berbagai konteks, baik di dalam kalkulus itu sendiri maupun dalam penerapannya pada bidang-bidang lain.

Kesamaan lain di antara para pembaharu kalkulus adalah keinginan untuk menggunakan teknologi komputasi secara bermakna dalam pembelajaran kalkulus, termasuk penggunaan komputer untuk kegiatan demonstrasi di kelas.

Sebagai hasil dari peninjauan kembali terhadap pembelajaran kalkulus di perguruan tinggi, sejumlah proyek reformasi kurikulum kalkulus muncul di awal 1980-an dipelopori oleh beberapa universitas utama di Amerika Serikat, seperti *Clemson University*, *Duke University*, *Harvard University* dan *the University of Iowa*. Makalah ini memuat tinjauan terhadap salah satu buku ajar hasil dari gerakan pembaharuan ini. Makalah ini tidak bermaksud untuk mendukung suatu kurikulum atau buku ajar dari suatu perguruan tinggi. Tujuannya adalah hanya untuk menyajikan beberapa kriteria yang dapat dipergunakan untuk mempelajari lebih jauh kurikulum kalkulus reformasi tersebut. Penelaahan meliputi topik-topik yang dimuat, pemikiran matematis yang dituntut dari para mahasiswa, apa yang diharapkan dari mahasiswa, tugas-tugas atau proyek yang diberikan, peranan teknologi, kegiatan menulis, pendekatan *pedagogis*, pendekatan penilaian, dan beberapa contoh soal atau tugas dalam Kalkulus Reformasi. Untuk bahan perbandingan, disertakan juga beberapa soal dari buku kalkulus tradisional.

2. KALKULUS "REFORMASI" DARI CLEMSON UNIVERSITY

Calculus Concepts : An Informal Approach to The Mathematical of Change, Preliminary Edition adalah buku ajar untuk mata kuliah kalkulus untuk jurusan-jurusan non-teknik seperti bisnis, ilmu-ilmu sosial, dan *liberal arts* di *Clemson University*. Tujuannya adalah untuk mengembangkan pemahaman

kontekstual, bukan pada keterampilan-keterampilan dan teknik aljabar. Karenanya, gagasan ini mengedepankan situasi nyata sehari-hari yang bersifat *diskrit* dan berkarakter data. **Figur 1** dan **Figur 2** merupakan contoh soal dari buku ajar kalkulus tradisional (Stewart, 1995) dan kalkulus "reformasi" (LaTorre et al, 1993). Buku ini juga mengembangkan ide-ide melalui *eksplorasi* grafik dan numerik dengan bantuan teknologi, dan memfokuskan perhatian pada penyelidikan konsep kalkulus melalui penelaahan model-model linear dan non-linear.

| |
|--|
| <p>Classify each function as a power function, root function, polynomial (state its degree), rational function, algebraic function, trigonometric function, exponential function, or logarithmic function.</p> <p>(a) $f(x) = x^{1/3}$</p> <p>(b) $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$</p> <p>(c) $h(x) = x^9 + x^4$</p> |
|--|

Figur 1: Contoh soal dari kalkulus tradisional

Tentang Topik. Para penulis memulai *Calculus Concepts : An Informal Approach to The Mathematical of Change, Preliminary Edition* dengan mengajukan pertanyaan “Apa yang dimaksud dengan pemodelan matematika?” Tema ini dilaksanakan di seluruh buku untuk menciptakan relasi antara situasi dunia nyata dan konsep perubahannya. Setiap bab berhubungan dengan satu aspek perubahan mulai dari elemen-elemen perubahan hingga *deteminasi*, analisis, dan pengukuran perubahan.

The following tables gives death rates due to lung cancer (deaths per 100,000 males in U.S) from 1930 -1990.

| <i>Year</i> | <i>Death Rate</i> |
|-------------|-------------------|
| • 1930 | 5 |
| • 1940 | 11 |
| • 1950 | 21 |
| • 1960 | 39 |
| • 1970 | 59 |
| • 1980 | 66 |
| • 1990 | 67 |

- (a) Discuss briefly why linear, quadratic, cubic, exponential, and logistic models are or are not appropriate for this set.
- (b) Of the models listed above, choose the one you believe to be the best for this data. Fit the model you chose to the data, and give the equation below.
- (c) Use the model you chose to predict the death rate in 1995. Do you believe your model is appropriate for future predictions?

Figur 2: Contoh soal kalkulus *Clemson University*

Pada dua bab pertama, para penulis mengembangkan gagasan pemodelan matematis dan kaitannya dengan dunia nyata. Mereka mulai Bab 1, *Ingredients of Change : Functions and Linear Models*, dengan menentukan faktor-faktor yang digunakan perusahaan-perusahaan asuransi dalam menentukan *premium*, dilanjutkan dengan mengkaji bagaimana perusahaan-perusahaan tersebut menentukan apakah suatu model sesuai. Para penulis menunjukkan bahwa proses penerjemahan masalah dari situasi nyata ke situasi matematis dan kemudian kembali lagi ke situasi nyata merupakan inti sebenarnya dari pemodelan matematis. Dalam bab ini para mahasiswa disuguhi pernyataan-pernyataan dalam bentuk grafik dan numerik dari berbagai situasi *kuantitatif* dan diminta untuk membuat pernyataan-pernyataan *simbolik* (yaitu model-model matematis) dari keterkaitan situasi-situasi ini. Sementara Bab 1 lebih terfokus pada fungsi linear, Bab 2, *Ingredients of Change : Functions and Non-Linear Models*, melanjutkan pengembangan ide pemodelan matematis dengan memperluas jenis-jenis model yang mencakup berbagai model-model non-linear. Bab 3, *Describing Change: Rates*, mengembangkan konsep kecepatan dan hubungannya dengan turunan.

Bab-bab selanjutnya tetap membicarakan masalah perubahan, walaupun banyak topik diperlakukan secara tradisional dengan pengecualian bahwa pengembangan pemahaman konseptual, bukan penguasaan teknik aljabar, yang menjadi pedoman mata kuliah ini.

Tentang Berfikir Matematis. Seperti dinyatakan dalam judul, buku ini merupakan "pendekatan informal terhadap matematika perubahan." Para mahasiswa tidak diminta untuk melakukan pembuktian secara formal, walaupun secara reguler diminta untuk menjelaskan metode-metode yang mereka gunakan serta menilai validitasnya. Sebagai pendekatan umum, model-model matematis dipergunakan untuk mengembangkan konsep sebelum memperkenalkan suatu definisi atau teorema. Dibandingkan dengan pendekatan yang dipergunakan dalam buku ajar tradisional, pendekatan pada buku ini bersifat lebih *intuitif* dan lebih menekankan pada latarbelakang konseptual dari topik yang ada. Pemikiran matematis yang diperlukan dari para mahasiswa meliputi juga pengkoordinasian pemahaman matematis mereka dengan pengetahuan mereka tentang konteks soal tersebut. Untuk merespons pertanyaan yang diajukan dalam buku (jelaskan metode yang dipergunakan, kritik model tersebut, gunakan model tersebut untuk membuat dugaan tentang peristiwa sebenarnya), para mahasiswa harus memiliki pengetahuan tentang cara kerja prinsip-prinsip matematis dan konteks dimana diterapkan.

Tuntutan pada Mahasiswa. Buku ajar menuntut beberapa keinginan mengenai jenis-jenis soal yang akan dihadapi. Pada bagian pendahuluan buku ajar ini, para penulis menyarankan penggunaan teknologi untuk mengurangi pekerjaan hitung yang melelahkan dan memungkinkan para mahasiswa untuk menggunakan lebih banyak waktunya untuk berfikir dan menalar matematika.

Buku ajar juga memuat keinginan-keinginan sehubungan dengan kegiatan membaca, menulis dan komunikasi. Para penulis mendorong para mahasiswa untuk membaca dan membaca kembali buku tersebut sebagaimana mereka menuliskan dengan jelas dan seksama mengenai gagasan-gagasan dan pemahaman matematis mereka. Secara konsisten, kegiatan-kegiatan yang

terdapat dalam buku ini menuntut para mahasiswa untuk menjelaskan metode yang mereka pergunakan dan mendiskusikan validitas jawaban mereka.

Tentang Tugas atau Proyek. Pada akhir tiap bab disediakan tugas-tugas yang sesuai dengan bahan yang telah dibicarakan. Tugas-tugas tersebut lebih dari sekedar perluasan dari bahan-bahan yang ada dalam buku. Tugas-tugas ini memungkinkan para mahasiswa mendapat pengalaman menjadi seorang pembuat model matematis (mengidentifikasi variabel, membuat model-model alternatif, memberikan alasan tentang pilhan mereka, dan menggunakan model tersebut untuk menalar situasi dunia nyata). Sebagaimana soal-soal, tugas-tugas juga memerlukan teknologi. *Presentasi* dari tugas tersebut juga diperlukan, dan presentasi ini memberi para mahasiswa selera untuk mengkomunikasikan model-model matematis dan konteks dunia nyata.

Peranan Teknologi. Karena bahan-bahan disajikan dalam bentuk data, penggunaan teknologi, misalnya kalkulator grafik diperlukan. Juga, seperti dinyatakan di atas, para penulis menganjurkan penggunaan teknologi untuk memberi lebih banyak kesempatan kepada para mahasiswa untuk berfikir dan menalar matematika. Untuk itu buku ini juga dilengkapi dengan Pedoman Pembelajaran Menggunakan Kalkulator.

Kegiatan menulis. Seperti dinyatakan di atas, soal-soal dan tugas-tugas memerlukan lebih dari sekedar jawaban pendek. Para penulis menuntut *deskripsi* yang ditulis oleh para mahasiswa mencakup penjelasan tentang metode yang dipergunakan, *rasional* model tersebut, dan diskusi mengenai jawaban sesuai dengan konteks dari *setting* soal. Selain itu para penulis juga menyarankan bahwa *presentasi* yang dilakukan sehubungan dengan salah satu tugas hendaknya menggunakan *handout* atau *OHP*. Karena *handout* dan *OHP* diperlukan untuk mengkomunikasikan *ide-ide* secara ringkas dan jelas, penggunaannya menuntut para mahasiswa untuk menulis.

Pendekatan Pedagogi. Buku ini tidak memberikan saran tentang bagaimana menyajikan pelajaran. Akan tetapi, *Instructor's Guide* dilengkapi dengan tujuan pembelajaran untuk masing-masing bab di samping saran-saran untuk mengenalkan topik-topik utama. Kerja kelompok disebutkan secara eksplisit, dalam hal ini para mahasiswa diminta untuk mencari seorang *partner* untuk mengerjakan pekerjaan rumah, dan membentuk kelompok-kelompok kecil untuk mengerjakan tugas atau proyek.

Mengenai pendekatan yang dianjurkan, tersirat format buku ini. Karena di awal buku ini dipergunakan pendekatan *intuitif* untuk mengembangkan suatu topik kemudian dilanjutkan dengan definisi, teorema, secara formal, nampaknya para penulis mengharapkan penerapan pendekatan *intuitif*. Penggunaan model matematis secara *intensif* juga dapat diterjemahkan sebagai suatu taktik pembelajaran karena para penulis berhipotesis bahwa penggunaan model matematis dapat mendorong pemahaman ide-ide matematis lebih mendalam.

Pendekatan Penilaian. Penilaian tidak ditampilkan secara *eksplisit* dalam buku ini. Akan tetapi, banyak soal yang dapat dipergunakan dalam konteks penilaian. Sebagai contoh, untuk menilai suatu soal, diperlukan dua produk dari kelompok-kelompok yang ditugaskan, laporan formal dan *presentasi*. Misalnya, dalam Tugas 4, *Super Highway*, para mahasiswa diminta untuk mempersiapkan suatu laporan tertulis untuk *Committee of Transportation*, mempersiapkan 15 merit *presentasi*, dan mempersiapkan *press release* untuk *Committee of Transportation*. Menurut para penulis, *press release* tersebut harus ringkas dan menjawab pertanyaan-pertanyaan siapa, apa, kapan, dimana, dan kenapa. Dosen perlu merancang evaluasi khusus untuk tugas-tugas nontradisional ini.

Lain-Lain. Bab tambahan, *Cyclic Functions and Models*, akan dimasukkan pada edisi pertama buku ini.

3. KESIMPULAN

Walaupun tidak ada kesepakatan yang bulat di antara proyek-proyek pembaharuan pembelajaran kalkulus di perguruan tinggi, para pakar di bidang pendidikan pada umumnya dan kalkulus pada khususnya sepakat bahwa komunikasi secara lisan atau tertulis mengenai matematika merupakan bagian penting dari belajar matematika. Penggunaan model matematis merupakan salah satu cara untuk meningkatkan kesempatan berkomunikasi dalam belajar kalkulus. Pemodelan matematis tersebut membantu para mahasiswa melihat kegunaan matematika sewaktu mereka menghubungkannya dengan dunia nyata.

DAFTAR PUSTAKA

1. Andrew et al, *Calculus Projects using Mathematica*, McGraw-Hill, New York, 1993.
2. Hughes-Hallet, Gleason et al, *Calculus*, Harvard University, Boston, 1994.
3. LaTorre et al, *Calculus : An Informal Approach to the Mathematics of Change, Preliminary Edition*, Clemson University, 1995.
4. Smith and Moore, *Calculus : Modeling and Applications*, Houghton Mifflin, Boston, 1996.
5. Small D, Hosack J, *Explorations in Calculus with a Computer Algebra System*, United States Military Academy, West Point, 1991.
6. Stewart J, *Calculus*, Brooks / Cole Pub Co, Pacific Grove, 1995.
7. Stroyan K, *Calculus using Mathematica*, University of Iowa, Iowa City, 1993.

Lampiran

1. Contoh soal Kalkulus Reformasi Duke University (Smith & Moore, 1996, hal 144)

In the table below, we show the U.S. Census data for the Houston, Texas, primary statistical metropolitan area.

HOUSTON AREA POPULATION

| <i>Census Data</i> | <i>Population</i> |
|--------------------|-------------------|
| 1850 | 18,632 |
| 1860 | 35,441 |
| 1870 | 48,986 |
| 1880 | 71,316 |
| 1890 | 86,224 |
| 1990 | 134,600 |
| 1910 | 185,654 |
| 1920 | 272,475 |
| 1930 | 455,570 |
| 1940 | 646,869 |
| 1950 | 947,500 |
| 1960 | 1,430,394 |
| 1970 | 1,999,316 |
| 1980 | 2,905,344 |

- (a) Show that the historic population data for Houston are approximated by an exponential function, and find a formula for the function.
- (b) Find the doubling time for Houston's population.
- (c) If the growth pattern continues, what will Houston's population be in 2000? In 2050?

2. Contoh soal kalkulus reformasi Georgia Institute of Technology (Andrew et al. 1993, hal. 12-13)

Sample Project The Green Monster

Project Description. The left field wall at Fenway Park is 315 feet from home plate and is 37 feet high. It's known as the Green Monster, since it's particularly hard to hit a ball over it (and it's green). In this project you'll model the path followed by a batted baseball, assuming there is no air resistance. You'll investigate models incorporating air resistance in later projects. ...

Exercises. For an initial speed and launch angle of your choosing, use *mathematica* to sketch the path followed by the baseball.

Assuming the ball is hit toward the Green Monster from three feet above home plate with an initial speed of 180 feet per second, determine which launch angles will yield a home run. Include pictures of a few trajectories followed by the ball. Do your results seem reasonable?

3. Contoh soal Kalkulus Reformasi Harvard University *Calculus* (Hughes-Hallet, Gleason et al. 1994, hal. 81-82)

Example 4 Plot and explain the graph of $y = (x^2 - 4)/(x^2 - 1)$

Solution.. Factoring gives $y = (x^2 - 4)/(x^2 - 1) = [(x + 2)(x - 2)]/[(x + 1)(x - 1)]$ so $x = \pm 1$ are vertical asymptotes. If $y = 0$ then $(x + 2)(x - 2)$ or $x = \pm 2$; these are the x-intercepts. Note that the vertical asymptotes arise from zeros of the denominator, while zeros of the numerator give rise to x-intercepts. Substituting $x = 0$ gives $y = 4$; this is the y-intercept. To see what happens as $x \rightarrow \pm\infty$, look at the y values in Table 1.20. Notice that, in this example, positive and negative x's give the same y value.

4. Contoh soal kalkulus reformasi the University of Iowa *Calculus using Mathematica* ® (Stroyan 1993)

$$\begin{aligned} ds/dt &= -asi \\ di/dt &= asi - bi \\ r &= 1 - s - i \end{aligned}$$

Methods of calculus will let us compute interesting things about this continues model [of epidemics], but for now we know that if we let ϵt by specifying $a, b, s[0], i[0]$ and using the mathematica Notebook **SecondSIR.ma** ...

The interpretation of the approximation or 'limit' is more difficult for the differential form of the equations, because both sides tend to zero as ϵt tends zero. It is also more useful (for example, in the Notebook **SecondSIR.ma**.)

Exercise 2.11

What is the meaning of the fractional values of $S, I,$ and R in Exercise 2.1 of Section 2.1? Are the fractional variables $s, i,$ and r meaningful in a small population?

5. Contoh soal kalkulus reformasi United States Military Academy *Calculus: An integrated approach* (Small and Hosack 1990, hal 144)

In this exercise, we will examine the error analysis of the Bisection Algorithm and how to use it in finding solutions to equations. Suppose that a continuous function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ satisfies $f(a)f(b) < 0$, where $a < b$.

- (a) Why must f have a root in $[a,b]$?
- (b) If we wish to determine the root with an accuracy of at least ACC, how many bisections are necessary? (Express your answer as a function of a , b , and ACC.)
- (c) How many bisections are necessary to find a root of $x^5 + 4x^3 + 2x - 8$ in $[1,2]$ with an accuracy of 0.001?
- (d) Find a root of $x^5 + 4x^3 + 2x - 8$ with an accuracy of 0.001.