

**APLIKASI MATEMATIKA DALAM PERENCANAAN DAN  
PENGENDALIAN DI BIDANG INDUSTRI<sup>1</sup>**

Kartono

Jurusan Matematika FMIPA UNDIP Semarang.

**Abstrak**

Pengambilan keputusan dalam encanaan dan pengendalian di bidang Industri harus didukung oleh suatu analisis kuantitatif dan kualitatif, sehingga hasil yang diperoleh menjadi optimal. Dalam tulisan ini dibahas beberapa analisis kuantitatif yang dapat digunakan dalam pangambilan keputusan yang optimal.

Kata kunci optimalisasi, perencanaan, pengendalian.

**1. PENDAHULUAN**

Berdasarkan data yang dikeluarkan oleh Proyek PIKM Propinsi Jawa Tengah 1998 / 1999, industri di Jawa Tengah digolongkan kedalam Industri Besar, Sedang dan Kecil. Salah satu parameter keberhasilan akan pelaksanaan otonomi daerah adalah keberhasilan suatu daerah itu di dalam mengembangkan bidang industrinya. Pengembangan ini akan berhasil apabila di dukung oleh berbagai lapisan masyarakat. Perguruan Tinggi yang merupakan pusat penelitian dan pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi sangat diperlukan peran sertanya di dalam menyukseskan pelaksanaan otonomi daerah.

Aplikasi Matematika di bidang Industri dapat digolongkan dalam dua kategori yaitu aplikasi matematika dalam pengembangan dan operasi teknologi dalam suatu industri dan aplikasi matematika di dalam menyelesaikan masalah dengan melakukan proses analisis (diagnostik) serta terapi yang disimpulkan dari hasil analisis (Sutrisno, 2001).

---

<sup>1</sup> Disampaikan pada Seminar Nasional Matematika HM Matematika UNDIP, Semarang, 6 April 2002.

Dalam era otonomi daerah berdasarkan UU No. 22 dan UU No. 25 Tahun 1999, peranan perencanaan dan pengendalian di dalam mengembangkan industri di daerah menjadi semakin penting. Para perencana maupun pengendali di bidang industri disamping dituntut mempunyai profesionalisme tinggi di bidangnya, juga dituntut keberaniannya untuk mengambil keputusan optimalisasi. Pengambilan keputusan ini akan akurat apabila didasarkan pada data yang akurat tentang kondisi masa lalu, kondisi obyektif sekarang maupun prediksi tentang kondisi masa yang akan datang. Berkaitan dengan tuntutan ini, kita merasakan betapa pentingnya Matematika dan Statistika sebagai alat bantu bagi perencana untuk memprediksi perubahan-perubahan di masa yang akan datang (Miyasto, 2002).

Karena manajemen optimalisasi baik di dalam perencanaan maupun pengendalian di bidang industri memegang peranan yang sangat penting di dalam pengembangan suatu industri maka tulisan ini menyajikan beberapa aplikasi matematika yang dapat dipakai untuk menyelesaikan masalah optimalisasi dalam perencanaan dan pengendalian.

## **2. APLIKASI MATEMATIKA DALAM PERENCANAAN DAN PENGENDALIAN**

Secara umum, aplikasi matematika dalam perencanaan dan pengendalian dapat digolongkan sesuai dengan model matematika dari masalah optimalisasi yang terjadi di suatu industri. Berikut ini menjelaskan beberapa teknik penyelesaian optimalisasi untuk berbagai model masalah optimalisasi yang terjadi di bidang industri selama perencanaan dan pengendalian (Kartono dkk, 2001).

Masalah optimalisasi yang dimodelkan oleh fungsi satu variabel tanpa kendala diselesaikan dengan teknik optimalisasi berdasarkan konsep kalkulus fungsi satu variabel (Budnick, F.S, dkk, 1988) dan (Purcell, E.J, dkk, 1999). Fungsi tujuan dalam masalah ini hanya bergantung pada satu variabel keputusan saja. Beberapa masalah optimalisasi yang sesuai dengan model ini antara lain : maksimisasi pendapatan atau keuntungan perusahaan, minimisasi biaya yang meliputi masalah menentukan jumlah barang yang harus ada dalam persediaan

agar dapat melayani permintaan pelanggan dengan biaya yang minimum, meminimasi rata-rata biaya per unit, meminimasi biaya konstruksi suatu bangunan, meminimasi biaya pemeliharaan (penggantian) alat yang akan menentukan kapan waktu yang optimal untuk melakukan penggantian bagian utama dari peralatan.

Masalah optimalisasi yang sering muncul dalam suatu perusahaan tidak hanya bergantung pada satu variabel keputusan saja tetapi lebih dari pada satu buah variabel keputusan. Untuk memodelkan masalah ini diperlukan fungsi variabel banyak. Konsep kalkulus variabel banyak dapat menguji fungsi yang demikian dan menentukan nilai-nilai optimalnya (maksimum atau minimum). Beberapa masalah optimalisasi yang dapat dimodelkan oleh fungsi variabel banyak tanpa kendala antara lain: keterhubungan antar berbagai produk, permintaan akan suatu produk dipengaruhi oleh tidak hanya harga produk itu sendiri tetapi oleh harga produk yang lain.

Promosi suatu produk dipengaruhi oleh media iklan apa yang dipakai perusahaan untuk mempromosikan produknya. Sehingga hasil penjualan suatu produk dipengaruhi keberhasilan media iklan yang dipakai untuk promosi itu. Konsep turunan parsial dapat digunakan untuk menentukan media iklan apa dari sekumpulan media iklan yang digunakan untuk promosi yang akan memaksimalkan hasil penjualan produk itu.

Penentuan jumlah berbagai produk dan dimensinya yang seharusnya diproduksi oleh perusahaan agar memaksimalkan hasil penjualan atau meminimumkan biaya produksi atau mempersingkat waktu penyelesaian suatu produk.

Masalah optimalisasi yang dimodelkan sebagai fungsi dengan kendala yang berbentuk persamaan dapat diselesaikan dengan metode Lagrange. Banyak masalah optimalisasi di perusahaan yang harus dimodelkan dengan model matematika yang melibatkan optimalisasi fungsi obyektif yang bergantung pada kendala tertentu. Kendala-kendala ini merepresentasikan pembatasan-pembatasan yang dapat mempengaruhi tingkat untuk mana fungsi obyektif dioptimalkan. Sehingga masalah yang sering muncul adalah pengambilan keputusan yang

berusaha memaksimalkan keuntungan berdasarkan pembatasan-pembatasan yang ada.

Selain menggunakan konsep kalkulus, teknik-teknik pemrograman matematis dapat digunakan untuk melakukan analisis kuantitatif dalam pengambilan keputusan optimal dalam perencanaan dan pengendalian (Taha, 1997). Hal ini ditunjukkan oleh sebagian besar dari persoalan manajemen berkenaan dengan penggunaan sumber-sumber yang terbatas secara efisien (misalkan: bahan baku, tenaga kerja terampil, atau modal), permintaan akan suatu produk yang terbatas, ruangan gudang yang terbatas, alat transportasi yang terbatas, tujuan penjualan dan lain-lain. Untuk mencapai tujuan yang diinginkan seperti penerimaan hasil penjualan yang harus maksimum, keuntungan yang maksimum, jumlah biaya transportasi yang harus minimum, persediaan barang yang dapat melayani setiap permintaan, lamanya waktu antrian yang minimum, menentukan jenis tugas yang mana agar jumlah pengorbanan (biaya, waktu atau tenaga) yang minimum.

Beberapa masalah yang dapat diselesaikan dengan teknik pemrograman linier antara lain: dalam perencanaan produksi, seorang produsen mempunyai beberapa macam bahan baku yang masing-masing tersedia dengan jumlah terbatas yang akan dipakai untuk memproduksi sejumlah produk dengan jumlah unit tertentu. Setiap produk memerlukan seluruh bahan baku dengan proporsi tertentu. Apabila semua produk dijual dengan harga tertentu, maka persoalannya sekarang adalah berapa yang harus diproduksi dari setiap jenis produk sedemikian sehingga dapat memaksimalkan hasil penjualan dengan pembatasan bahwa jumlah bahan baku yang dipergunakan tidak dapat melebihi persediaan yang ada. Pembatasan disini hanya mempertimbangkan bahan baku saja, namun sebenarnya ada pembatasan lain yang bisa dipertimbangkan yaitu (misalkan) terbatasnya waktu bekerjanya mesin, kemampuan untuk mengangkut hasil produksi, jumlah permintaan akan produk itu.

Situasi yang hampir serupa dengan perencanaan produksi adalah perencanaan ekspor nonmigas. Rumusan masalahnya hampir sama, hanya bedanya dalam persoalan ekspor, penjualannya ke luar negeri atau mungkin ada

pembatasan permintaan (kuota). Dengan demikian fungsi obyektifnya dapat dinyatakan sebagai jumlah penerimaan devisa. Tujuannya adalah menentukan berapa jumlah produk yang harus diekspor atau jenis produk apa saja yang harus dieskpor sedemikian sehingga dapat memaksimalkan jumlah penerimaan devisa.

Masalah lain dapat berupa masalah Transportasi yang mana karakteristik persoalan transportasi yang biasa dihadapi oleh sebuah perusahaan adalah mengangkut sejenis produk (komoditi) tertentu dari beberapa daerah asal ke beberapa daerah tujuan, pengaturan harus dilakukan sedemikian rupa agar jumlah biaya transportasi minimum. Masalah produksi menyangkut masalah suatu produk yang harus diproduksi selama selang waktu yang berurutan untuk memenuhi permintaan yang telah dirinci sebelumnya. Begitu diproduksi, unit-unit produk ini dapat dikirimkan atau disimpan . Baik biaya pengirimannya maupun biaya penyimpanannya kedua-duanya diketahui. Tujuannya adalah menentukan suatu jadwal produksi yang akan memenuhi semua permintaan di kemudian hari dengan biaya total yang minimum.

Bentuk yang lain adalah masalah penugasan. Masalah ini muncul ketika tersedia sejumlah fasilitas untuk melakukan sejumlah pekerjaan dimana masing-masing fasilitas hanya dapat melakukan satu jenis pekerjaan dengan pengorbanan tertentu. Persoalannya adalah bagaimana menentukan jenis pekerjaan yang mana, agar jumlah pengorbanan minimum. Salah satu prosedur penyelesaian yang lebih efisien dari pada algoritma transportasi yang umum adalah metode Hongaria, yang hanya menggunakan matriks biaya sebagai masukan. Hal ini sering dialami bidang manajemen ketika keputusan untuk menentukan jenis pekerjaan apa yang harus dikerjakan oleh siapa atau alat apa.

Model jaringan juga sering muncul ketika perusahaan akan menentukan urutan kegiatan yang harus dilakukan dalam rangka menyelesaikan suatu proyek (proses produksi) agar pengorbanan (biaya) yang diakibatkannya minimum. Dalam hal seorang manajer suatu proyek menyusun penjadwalan pelaksanaan seluruh kegiatan penyelesaian proyek tersebut dengan ketentuan bahwa waktu yang digunakan sesingkat mungkin, tepat waktu dan biaya yang minimum, penjadwalan ini harus mampu menunjukkan kegiatan-kegiatan yang

kritis dilihat dari segi waktu yang memerlukan perhatian khusus agar proyek dapat diselesaikan tepat waktu. Dua teknik perencanaan yang sangat berguna untuk menyusun perencanaan, penjadwalan dan pengawasan proyek yaitu CPM (Critical Path Method) dan PERT (Project Evaluation and Review Technique).

Situasi yang hampir serupa yaitu ketika seorang sales yang menerima tugas dari perusahaan untuk melakukan perjalanan promosi ke sejumlah kota. Tujuannya bagaimana urutan rute yang harus dilalui agar waktu keseluruhan perjalanan sesingkat mungkin (total jarak terpendek) dan tidak ada kota yang terlewat dan rute-rute mana yang harus dilalui sehingga setiap kota dapat dikunjungi tepat sekali. Masalah yang dihadapi oleh sales ini bisa diselesaikan berdasarkan konsep graph Hamiltonian (Wilson, R.J, dkk, 1990).

Masalah yang serupa dengan masalah sales ini muncul di perusahaan yang bergerak di bidang pemasangan jaringan seperti jaringan telekomunikasi, jaringan pipa air bersih, jaringan kabel listrik, dan lain-lain yang sejenis. Analisis jaringan ini juga dapat diterapkan pada perusahaan yang bergerak di bidang pengembangan (pembukaan) obyek-obyek wisata yang baru. Tujuannya adalah menentukan jalan-jalan yang akan dibangun sedemikian sehingga panjangnya minimum.

Di dalam pengembangan suatu perusahaan, seorang manajer sering menggunakan keputusan bertahap-tahap (ganda) di dalam menentukan berapa jumlah uang yang harus diinvestasikan dalam tiap-tiap peluang (kesempatan) agar dapat diperoleh hasil total yang maksimum (Taha, 1997). Masalah ini dapat diselesaikan dengan metode pemrograman dinamika (deterministik atau stokastik) yaitu suatu pendekatan untuk mengoptimalkan proses-proses keputusan bertahap-tahap. Pendekatan ini didasarkan pada pendekatan Bellman.

Persoalan yang serupa muncul ketika sebuah perusahaan dengan gudang yang berkapasitas tertentu ingin menyimpan beberapa jenis barang dengan ukuran berbeda dan biaya penyimpanan yang berbeda pula. Tujuannya adalah menentukan banyaknya dari masing-masing barang ini yang harus diterima gudang dengan biaya yang minimum tanpa melampaui kapasitas gudang yang tersedia. Persoalan ini dapat dipandang sebagai suatu proses bertahap yang menyangkut pengalokasian ruang berturut-turut untuk barang-barang yang berbeda tersebut.

Masalah lain yang sering dihadapi oleh perusahaan adalah bagaimana bisa memenangkan persaingan dengan perusahaan lain (Kartono, 1994). Tujuannya adalah memaksimalkan kemenangan atau meminimumkan kekalahan. Untuk dapat mencapai tujuan ini, sebuah perusahaan harus dapat menyusun strategi yang dapat mengoptimalkan tujuan.

Masalah pengendalian persediaan merupakan masalah yang sering dihadapi oleh sebuah perusahaan adalah bagaimana caranya mengatur persediaan sehingga setiap kali ada permintaan, permintaan itu dapat segera dilayani dengan jumlah biaya persediaan yang minimum. Keputusan mengenai besarnya persediaan menyangkut dua kepentingan yaitu kepentingan pihak yang menyimpan dengan pihak yang memerlukan (meminta) barang. Masalah ini dapat diselesaikan dengan konsep jumlah pesanan optimal yaitu jumlah pesanan dalam periode tertentu harus sedemikian rupa sehingga jumlah biaya pemesanan sama dengan jumlah biaya penyimpanan.

Masalah lain yang dapat muncul berkaitan dengan masalah persediaan adalah ketika sebuah perusahaan ingin menyimpan beberapa jenis barang dengan ukuran berbeda dalam sebuah gudang yang kapasitasnya terbatas (tertentu). Tujuannya adalah menentukan jumlah unit barang jenis tertentu yang dapat disimpan dalam gudang sesuai kapasitasnya agar setiap permintaan yang ada dapat dilayani dengan biaya yang minimum. Masalah persediaan ini dapat diselesaikan dengan konsep jumlah pesanan optimal dengan melibatkan konsep optimalisasi fungsi variabel banyak.

Masalah yang hampir sama dengan masalah penyimpanan berbagai jenis barang di gudang adalah ketika sebuah perusahaan akan melakukan ekspor berbagai jenis barang dalam berbagai ukuran dengan menggunakan sebuah kontainer. Masalah yang dihadapi adalah bagaimana menentukan barang-barang yang akan dimasukkan ke dalam kontainer sedemikian sehingga total nilai (volume) adalah maksimal. Masalah ini dapat diselesaikan dengan metode *branch-and-bound* dalam teori graph.

Persoalan-persoalan yang dapat diselesaikan dengan teori antrian antara lain bagaimana perusahaan dapat menentukan waktu dan fasilitas yang sebaik-

baiknya agar dapat melayani pelanggan dengan efisien dan efektif. Sistem-sistem antrian dicirikan oleh lima buah komponen yaitu pola kedatangan pelanggan, pola pelayanan, jumlah pelayan, kapasitas fasilitas untuk menampung pelanggan dan aturan dalam mana pelanggan dilayani. Situasi antrian ini sering dijumpai di tempat pembayaran, tempat pembelian, atau tempat pelayanan lain.

Perusahaan yang bergerak dalam bidang eksplorasi sumber daya alam selalu menghadapi masalah bagaimana menentukan hasil optimal yang dapat dibenarkan dari sumber alam itu tanpa menghabiskan sumber alam itu sendiri. Masalah ini dapat diselesaikan dengan konsep aljabar matriks.

Masalah yang serupa dengan ini adalah ketika sebuah perusahaan yang bergerak di bidang peternakan akan memanen ternak-ternaknya. Tujuannya adalah bagaimana mengambil kebijakan pemanenan ternak yang dapat dibenarkan, artinya menentukan jumlah ternak yang dipanen tanpa menghabiskan populasi ternak itu. Masalah ini dapat diselesaikan dengan model matriks Lesli (Anton, H, dkk, 1988).

Perusahaan yang bergerak dibidang desain motif (simetris) seperti pembuatan batik dan keramik ubin dapat memanfaatkan teori grup simetri untuk membuat motif simetris (Harjito, dkk, 1999). Dengan konsep translasi, rotasi, refleksi maupun glide-refleksi dalam grup simetri ini dapat dikembangkan berbagai motif dari satu motif tak tereduksi yang ditentukan. Dengan metode ini, perusahaan batik tidak akan kehabisan motif batik simetris sehingga banyak pilihan motif batik simetris yang dapat diciptakan dan pada akhirnya akan meningkatkan hasil penjualan.

### **3. KESIMPULAN**

Aplikasi teori optimalisasi di suatu perusahaan merupakan hal yang sangat penting di dalam pengambilan keputusan yang berhubungan dengan efisiensi, efektifitas, maksimisasi keuntungan, minimisasi biaya (kerugian) dan sebagainya.

Karena perkembangan teori optimalisasi maupun aplikasinya di bidang industri sangat pesat dan banyak manfaatnya maka sebaiknya setiap perusahaan mempunyai tenaga-tenaga perencana dan pengendali yang dapat memahami dan



mengaplikasikan teori optimalisasi dalam setiap pengambilan keputusan yang berkaitan dengan pengembangan industrinya. Tenaga-tenaga ini perlu disiapkan secara formal melalui pendidikan formal di Perguruan Tinggi maupun non formal (pelatihan-pelatihan). Ada tiga komponen dalam bidang akademik yang perlu dipelajari secara mendalam apabila seseorang memilih karier di bidang pengambilan keputusan berdasarkan teori optimalisasi ini adalah pertama, mendalami ilmu yang mendasari teori ini misalkan aljabar linier dan matriks, probabilitas dan statistika, ekonomi, manajemen dan teori organisasi. Kedua, mendalami teknik-teknik yang dikembangkan dalam teori optimalisasi ini. Ketiga, mendalami bidang-bidang lain dimana teori optimalisasi ini diaplikasikan, seperti bidang ekonomi, transportasi, manajemen, pemasaran dan lain-lain.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

1. Anton, H, and Chris Rorres, Pantur Silaban (Pnj), *Penerapan Aljabar Linier*, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1988.
2. Budnick, F.S, *Applied Mathematics for Business, Economics, and the Social Sciences*, Third Edition, McGraw Hill Interanational Editions, Singapore, 1988.
3. Harjito, Kartono, R. Herry S.U, *Aplikasi Grup Simetri untuk mendesain batik simetris*, unpublished, 1999.
4. Kartono, *Teori Permainan-seri riset operasi*, Penerbit Andi Offset, Yogyakarta, 1994.
5. Kartono, Titi Ujiani, Sunarsih, *Inventarisasi Aplikasi Matematika di Bidang Industri*, Laporan Penelitian (Unpublished), Semarang, 2001.
6. Miyasto, Prof. DR, *Peranan Matematika dan Statistika dalam Pembangunan Daerah*, Makalah Seminar Nasional Matematika, Semarang, 2002.
7. Proyek PIKM, *Data perusahaan besar dan sedang Propinsi Jawa Tengah tahun 1998*, unpublished, 1999.
8. Purcell, E.J, and Dale Varberg, Nyoman Susila dkk(Pnj), *Kalkulus dan Geometri Analitis*, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1999.

9. Sutrisno, Ph.D, *Pemikiran tentang kurikulum pendidikan tinggi program akademis bidang Matematika dan Sains*, unpublished, 2001.
10. Taha, H.A, *Operations Research*, sixth edition, Prentice-Hall International, Inc, New York, 1997.
11. Wilson, R.J, and John J. Watkins, *Graphs-an Introductor Approach*, John Wiley & Sons, Inc, Singapore, 1990.