

KAJIAN MATEMATIS DISTRIBUSI TEKANAN PADA AIRFOIL JOUKOWSKY

Eddy Maryanto

Staf Pengajar Jurusan Matematika Program Sarjana MIPA UNSOED

Jl. Dr. Suparno – Karangwangkal – Purwokerto 53123

Abstract. The objectives of this research are to investigate the effect of the translation of the coordinate system to the shape of the Joukowski airfoils formed and to compute lift coefficient of the Joukowski airfoils. The result of the research is the higher the abscissa and ordinate of the translation the higher the lift coefficient (with abscissa must be greater than ordinate and both are greater to zero). If the circle is translated along positive x-axis, the airfoil formed is symmetrical with respect to x-axis. While if it is translated along positive y-axis, the airfoil formed is curve shaped. From the research we also have found the fact the higher the distance of the translation from the center of the coordinate system the higher the thickness of the airfoil formed.

Keyword: Joukowski airfoil, lift coefficient, translation of coordinate system.

1. PENDAHULUAN

Pada awalnya orang hanya dapat bermimpi bisa terbang. Impian bisa terbang merupakan subjek dari mitos dan cerita terkenal seperti cerita tentang Icarus dan ayahnya Daedalus dan usaha mereka untuk lari dari kejaran Raja Mino di Crete.

Pada abad pertengahan, usaha lanjutan dalam upaya untuk dapat terbang dilakukan dengan cara memanjat puncak bangunan dan terjun dengan menggunakan sayap buatan, meniru cara terbang burung, tetapi usaha ini tidak berhasil. Beberapa paper menyatakan kemungkinan burung dan serangga terbang menggunakan gaya vital (*vital force*) yang memungkinkan mereka dapat terbang yang tidak dapat ditirukan oleh makhluk lain. Pertemuan teknis diadakan tahun 1890. Kesanggupan burung untuk melayang tanpa mengempakkan sayapnya merupakan suatu misteri selama beberapa waktu lamanya. Teori aspirasi dikembangkan untuk menjelaskan hal ini, diduga burung dapat merubah energi turbulen skala kecil menjadi kerja.

Banyak desain-desain yang telah dibuat sebelum orang mengetahui ide yang memuaskan tentang bagaimana pesawat bisa terbang. Leonardo Da Vinci pada ta-

hun 1400 mendesain ornithopters yang didasarkan pada hasil pengamatannya terhadap burung. Sukses yang pertama dicapai oleh Sir George Cayley dengan desain pesawat layang (*glider*) nya. Pada tahun 1804 ia mendesain *glider* dan versi yang sebenarnya lima tahun kemudian pada usia 36 tahun. Beberapa desain pesawat terbang yang agak ambisius dibangun oleh Sir Hiram Maxim pada tahun 1894 dengan bobot 3200 kg dan bentangan 30 m. Pada tahun 1860 Otto Lilienthal melakukan pendekatan yang lebih ilmiah. Ia mengkaji pengaruh bentuk *airfoil*, kontrol permukaan, sistem propulsi, dan membuat pengukuran detail terhadap terbang burung. Bukunya yang berjudul "*Birdflight as the Basis of Aviation*" memberi pengaruh yang besar terhadap pioner setelahnya.

Sejak penerbangan pertama Lilienthal pada tahun 1890 sampai dengan pesawat layang dan bermesin dari Wright bersaudara berhasil dibuat pada tahun 1911, evolusi dibidang penerbangan berkembang sangat cepat. Merupakan suatu hal yang sangat menakjubkan jika kita perhatikan betapa cepatnya perkembangannya ini terjadi. Perkembangan ini semakin cepat seiring dengan adanya

kemajuan matematika dan aerodinamika dan teknologi komputer.

Sayap merupakan salah satu bagian yang sangat penting bagi pesawat terbang. Desain sayap pesawat didasarkan pada analisis *aerofoil*. Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mendesain *airfoil* antara lain pemetaan *conformal*, *thin airfoil design*, dan *surface panel method*.

Metode yang akan diteliti adalah pemetaan *conformal*. Desain *airfoil* dengan menggunakan pemetaan *conformal* memerlukan pengetahuan tentang aliran fluida pada permukaan silinder, sudah diketahui bahwa potensial kompleks di sekitar silinder berbentuk,

$$w(z) = U \left(z + \frac{r^2}{z} \right), \quad (1.1)$$

dengan

r = jari-jari silinder,

z = titik-titik pada permukaan silinder, dan U = kecepatan aliran bebas.

Dengan menggunakan pemetaan *conformal* yang sesuai maka bentuk lingkaran dapat dipetakan menjadi bentuk *airfoil*. Permasalahannya adalah ada dua bentuk pemetaan *conformal* yang dijumpai pada beberapa referensi yaitu,

$$z' = z + \frac{\gamma^2}{z}, \quad (1.2)$$

dimana

$$\gamma = a + \sqrt{r^2 - b^2},$$

dengan

(a,b) = koordinat pusat lingkaran,

r = jari-jari lingkaran,

z = titik-titik pada lingkaran (pada bidang kompleks w),

z' = titik-titik hasil transformasi (pada bidang kompleks w').

Berdasarkan pengamatan sekilas yang telah dilakukan peneliti, pemetaan (1.2) memetakan lingkaran ke bentuk *airfoil* tertentu tergantung pada pusat lingkaran (a,b) . Untuk membuktikan kebenaran hasil pengamatan tersebut perlu dilakukan suatu penelitian yang lebih mendalam sekaligus untuk mengetahui

lebih detail pengaruh pusat lingkaran terhadap *airfoil* yang terbentuk dan juga untuk mengetahui performa dari masing-masing *airfoil* dengan menentukan koefisien tekanan (C_p) dan *lift coefficient* (C_l) dari masing-masing *airfoil* [1].

2. METODE PENELITIAN

Ada 2 aktivitas yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu,

1. Mengubah pusat lingkaran untuk mengetahui pengaruhnya terhadap *airfoil* Joukowsky yang terbentuk.
2. Menghitung distribusi tekanan (C_p) dan *lift coefficient* (C_l) dari setiap *airfoil* Joukowsky yang terbentuk.

Penentuan besarnya tekanan pada *airfoil* Joukowsky digunakan rumus sebagai berikut.

$$p = p_\infty + \frac{1}{2} \rho U^2 (1 - v^2), \quad (2.1)$$

dengan v adalah kecepatan aliran fluida pada permukaan *airfoil* Joukowsky yaitu,

$$v = \left| \frac{dw}{dz} \right| = \left| \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dz'} \frac{dz'}{dz''} \right|, \quad (2.2)$$

dengan U adalah kecepatan aliran bebas, $z = x + iy$, dan r adalah besarnya jari-jari dari lingkaran yang dimaksud.

Airfoil Joukowsky didapatkan dengan memetakan lingkaran dengan titik pusat (a,b) dengan menggunakan pemetaan *conformal*,

$$z'' = z' + \frac{\gamma^2}{z'}, \quad (2.3)$$

dimana $\gamma = \sqrt{r^2 - b^2} + a$.

Pusat lingkaran akan ditempatkan pada beberapa titik antara lain $(0,0)$, $(0,1;0)$, $(0,4;0)$, $(0,7;0)$, $(1;0)$, $(0;0,1)$, $(0;0,4)$, $(0;0,7)$, $(0,1;0,4)$, $(0,4;0,7)$, dan $(0,7;1)$. Dengan mengubah-ubah pusat lingkaran akan didapatkan berbagai macam bentuk *airfoil* (*airfoil* Joukowsky). Setiap *airfoil* yang terbentuk akan dihitung distribusi tekanan (C_p) pada permukaannya menggunakan rumus

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2} = 1 - v^2, \quad (2.4)$$

dengan $v^2 = \left| \frac{dw}{dz} \right|^2 = \left| \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dz'} \frac{dz'}{dz''} \right|^2$.

Bentuk-bentuk turunan $\frac{dw}{dz}, \frac{dz}{dz'}, \frac{dz'}{dz''}$ ditentukan dengan cara sebagai berikut.

Misalkan diketahui $w = U^2 \left(z + \frac{r^2}{z} \right)$ se-

hingga $\frac{dw}{dz} = U^2 \left(1 - \frac{r^2}{z^2} \right)$, dan diketahui

$z' = z + (a, b)$ sehingga $\frac{dz}{dz'} = 1$, dan diked-

tahui $z'' = z' + \frac{\gamma^2}{z'}$ sehingga

$$\frac{dz'}{dz''} = \frac{z'^2 - \gamma^2}{z'^2} = \frac{(z + (a, b))^2}{(z + (a, b))^2 - \gamma^2}.$$

Dengan mengambil $z = x + iy$ selanjutnya kita dapat menghitung nilai v^2 pada titik-titik z yang diinginkan pada permukaan *airfoil* Joukowski sehingga kita juga dapat menghitung C_p dan C_l untuk suatu *airfoil* Joukowski.

Untuk menghitung koefisien angkat C_l digunakan rumus:

$$C_l = \int_0^1 (C_{p_l} - C_{p_u}) dx, \quad (2.5)$$

dengan

C_{p_l} = koefisien tekanan pada bagian bawah *airfoil* dan

C_{p_u} = adalah tekanan pada bagian atas *airfoil*.

Dalam rumus tersebut di atas integrannya dihitung untuk titik-titik z'' pada bagian atas dan bawah *airfoil* dengan bagian riil dari z'' atau $\text{Re}(z'')$ sama, jadi dalam hal ini integran dihitung pada titik-titik z'' yang bersesuaian. Dari hasil perhitungan nantinya dapat ditentukan bentuk *airfoil* yang mempunyai C_l terbesar. Jika C_l bernilai positif artinya tekanan pada bagian bawah *airfoil* lebih besar daripada tekanan pada bagian atas *airfoil* yang berarti bahwa *airfoil* tersebut mempunyai daya angkat.

Beberapa asumsi yang digunakan di sini antara lain fluida dianggap *inviscid*,

irrotasional, *incompressible*, tidak ada *drag*, tidak ada *boundary layer* pada permukaan *airfoil*, dan sudut serang (*attack angle*) sebesar 0° . Semua proses perhitungan dilakukan dengan menggunakan bantuan komputer digital dengan software yang dibuat sendiri oleh peneliti menggunakan bahasa pemrograman pascal under DOS versi 7 yang dijalankan pada computer Intel Pentium III 550 Mhz dengan kapasitas RAM 128 Mbyte.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

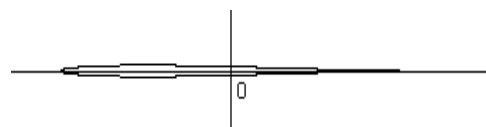
Berbagai bentuk *airfoil* yang diperoleh dengan translasi sejauh (a, b) dengan berbagai macam nilai a dan b dapat dilihat pada Gambar 1.

Berdasarkan hasil studi dan perhitungan diperoleh fakta bahwa apabila titik pusat lingkaran ditranslasi pada sumbu X positif maka akan didapatkan kerjang udara yang simetris terhadap sumbu X. Jika jarak pergeseran terhadap titik pusat koordinat semakin jauh maka ketebalan kerjang udara akan bertambah besar.

Selain itu diperoleh fakta juga bahwa apabila titik pusat lingkaran ditranslasi pada sumbu Y positif maka akan didapatkan kerjang udara yang berbentuk garis melengkung yang terbuka ke bawah. Jika jarak pergeseran terhadap titik pusat koordinat semakin jauh maka kelengkungan kerjang udara akan bertambah besar.

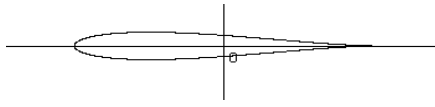
Jika titik pusat lingkaran digeser sedemikian sehingga baik absis maupun ordinat bertambah besar dengan $a > b$ dan $a - b$ bernilai konstan dalam hal ini diambil 0,3 maka diperoleh bentuk kerjang udara yang agak melengkung terbuka ke bawah dan semakin besar nilai a dan b maka ketebalan pada salah satu sisi kerjang udara bertambah dengan cepat.

(1) $(a, b) = (0, 1; 0)$



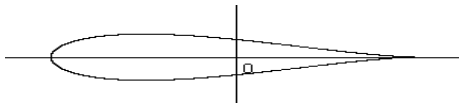
Koefisien angkat = 0.

(2) $(a,b) = (0,4;0)$



Koefisien angkat = 0.

(3) $(a,b) = (0,7;0)$



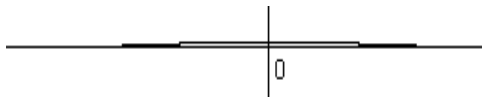
Koefisien angkat = 0.

(4) $(a,b) = (0,0)$



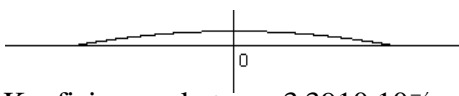
Koefisien angkat = 0.

(5) $(a,b) = (0;0,1)$



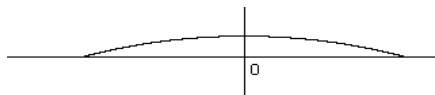
Koefisien angkat = $4,2407 \cdot 10^{-7}$

(6) $(a,b) = (0;0,4)$



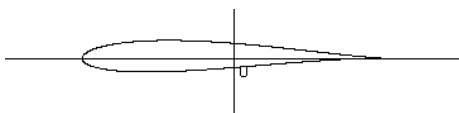
Koefisien angkat = $-3,3910 \cdot 10^{-2}$

(7) $(a,b) = (0;0,7)$



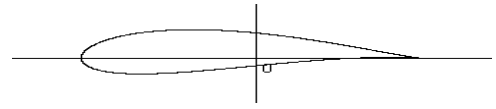
Koefisien angkat = $6,4564 \cdot 10^{-1}$

(8) $(a,b) = (0,4;0,1)$



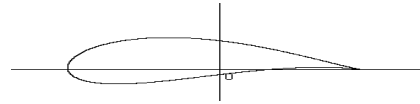
Koefisien angkat = $8,5755 \cdot 10^{-1}$

(9) $(a,b) = (0,7;0,4)$



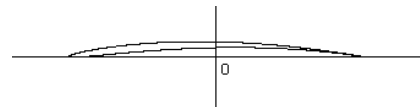
Koefisien angkat = 1,0796

(10) $(a,b) = (1;0,7)$



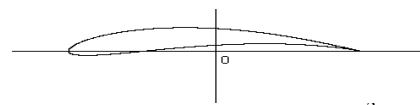
Koefisien angkat = 4,5668.

(11) $(a,b) = (0,1;0,4)$



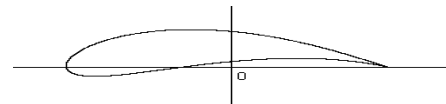
Koefisien angkat = $1,5981 \cdot 10^{-2}$

(12) $(a,b) = (0,4;0,7)$



Koefisien angkat = $1,4568 \cdot 10^2$

(13) $(a,b) = (0,7;1)$



Koefisien angkat = $-1,9220 \cdot 10^3$

Gambar 1. Berbagai bentuk *airfoil* yang diperoleh dengan translasi sejauh (a,b) dengan berbagai macam nilai a dan b

Apabila titik pusat lingkaran digeser sedemikian sehingga baik a maupun b bertambah dimana $a < b$ dan $b - a$ bernilai konstan dalam hal ini diambil nilainya sama dengan 0,3 maka diperoleh bentuk kerjag udara yang melengkung terbuka ke bawah dan semakin besar nilai a dan b maka ketebalan pada salah satu sisi kerjag udara dan kelengkungannya bertambah dengan tidak terlalu cepat.

4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1. Kesimpulan

Berbagai macam bentuk kerjang udara dapat diperoleh dengan cara melakukan translasi terhadap lingkaran yang berpusat pada titik asal sistem koordinat. Kerjang udara dengan koefisien angkat yang besar didapat dengan cara men-translasi lingkaran yang berpusat pada titik asal sistem koordinat pada arah horizontal atau sejajar dengan sumbu X sejauh a satuan dan pada arah vertikal atau sejajar sumbu Y sejauh b satuan sedemikian sehingga baik a maupun b keduanya bernilai positif dan $a > b$. Selanjutnya, lingkaran yang sudah mengalami translasi dipetakan ke bidang kompleks menggunakan pemetaan *conformal*.

4.2. Saran

Hasil penelitian ini perlu diimplementasikan dengan cara merancang sayap pesawat terbang dengan irisan melintang yaitu kerjang udara yang sesuai dengan hasil perhitungan pada penelitian dan menghitung gaya angkat sayap secara

langsung dengan mempergunakan terowongan angin. Selain itu, juga perlu diteliti koefisien tekanan dan angkat untuk kerjang udara dengan menggunakan sudut serang yang lainnya dan untuk nilai a - b yang lain.

5. DAFTAR PUSTAKA

1. Kroo, I. (2004), *Aircraft Aerodynamics*, Stanford University, Stanford. USA.
2. Kreyszig, E. (2005), *Advanced Engineering Mathematics*, 9th Edition, John Wiley & Sons. New York. USA.
3. Morton, B.R. (1994), *Introduction to Fluid Dynamics*, Monash University. Sydney, Australia.
4. Pierpont, J. (2005). *Functions of a Complex Variables*, Dover Publications. New York. USA.
5. Unstructured Volumes (2005). ANZIAM J. **46**(E): C.1222-C.1238.
6. Yazdi, S.R.S. and A. Hadian (2005), *Accuracy Assessment of Solving Pseudo Compressible Euler Equations for Subsonic Steady Flow on Finite*.