

**DIAGRAM KENDALI MEWMV DAN MEWMA
BERBASIS MODEL TIME SERIES PADA DATA BERAUTOKORELASI:
STUDI KASUS GULA KRISTAL PUTIH**

Novri Suhermi, Retno Puspitaningrum, Agus Suharsono
Departemen Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)

e-mail: novri@statistika.its.ac.id

DOI: 10.14710/medstat.12.1.26-38

Article Info:

Received: 27 July 2018

Accepted: 21 July 2019

Available Online: 24 July 2019

Keywords:

Autocorrelated data, Control Chart, MEWMA, MEWMV, VAR.

Abstract: In this study, we aim to build a multivariate control chart for autocorrelated data. We use MEWMA and MEWMV control charts which are free of normality assumption. Time series model is then applied to tackle autocorrelation problem in the data where the control charts require independence assumption. The real dataset used is the quality characteristics of white crystal sugar, also called gula kristal putih (GKP). There are 3 quality characteristics of GKP, namely moisture (%), color of solution (IU), and grain type (mm). It is considered that these quality characteristics are correlated each other. Our results show that the variability process is out of control where there are 5 observations outside the control limits. Meanwhile the mean process is also out of control. The factors causing the out of control include the workers, the raw materials, the measurement, the machines, and the methods. The process capability indices result in the values less than 1 which means the process is not sufficiently capable.

1. PENDAHULUAN

Gula kristal putih (GKP) adalah satu hasil produksi dari PG Rejo Agung Baru Madiun. Terdapat 3 karakteristik kualitas pada GKP, yaitu kadar air (%), warna larutan (IU), dan besar jenis butir (mm). Ketiga karakteristik kualitas tersebut saling berhubungan, yaitu jika kadar air dalam gula tinggi maka kristal gula akan menggumpal, sedangkan ketika ukuran butir gula kristal semakin besar maka warna larutan gula akan semakin coklat.

Pada proses pengendalian kualitas secara statistik menggunakan diagram kendali, terdapat asumsi dasar yang harus dipenuhi yaitu data mengikuti distribusi normal dan antar pengamatan saling independen (Montgomery, 2013). Autokorelasi antar pengamatan akan membuat batas kendali pada diagram kendali konvensional menjadi semakin ketat dan menyebabkan munculnya banyak *false alarm* (Psarakis dan Papaleonida, 2007). Pendekatan yang dapat dilakukan jika terdapat autokorelasi pada data adalah dengan menggunakan pendekatan residual dari model *time series* untuk digunakan pada peta

kendali. Residual yang dihasilkan oleh model terbaik *time series* akan memenuhi asumsi independen dan identik (Alwan dan Roberts, 1988). Selanjutnya residual yang diperoleh dari model terbaik *time series* tersebut akan dikendalikan menggunakan diagram kendali konvensional. Karakteristik kualitas yang saling berkorelasi dapat ditangani dengan menggunakan diagram kendali multivariat yaitu diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV) dan diagram kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA), di mana kedua diagram kendali ini *robust* terhadap distribusi normal (Montgomery, 2013).

Penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan pengendalian kualitas menggunakan diagram kendali MEWMA dan MEWMV namun mengabaikan efek autokorelasi diperoleh kesimpulan bahwa tetes tebu belum terkendali dalam mean dan varians (Harianja, 2016). Pengendalian kualitas secara univariat ketika terdapat autokorelasi dalam data adalah dengan memodelkan *time series Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) sehingga diperoleh residual yang kemudian diterapkan dalam diagram kendali (Elevli, et al., 2009). Sedangkan pada kasus multivariat dilakukan pemodelan *Vector Autoregressive* (VAR) (Putri, 2015; Jarret dan Pan, 2006).

Berdasarkan uraian di atas, pada penelitian ini pengendalian kualitas GKP dilakukan dengan menggunakan diagram kendali MEWMA dan MEWMV dengan berbasis model VAR. Metode ini berguna untuk memonitor proses beberapa karakteristik kualitas secara simultan pada data yang memiliki efek autokorelasi sehingga membuat PG Rejo Agung Baru Madiun dapat melakukan peningkatan kualitas pada periode giling mendatang.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Analisis *Time Series*

Data deret waktu (*time series*) adalah rangkaian pengamatan yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat secara berurutan menurut urutan waktu kejadiannya dengan interval waktu yang tetap sehingga terdapat korelasi antar observasi atau disebut juga dengan autokorelasi (Wei, 2006). Salah satu model yang banyak berkembang dan sering digunakan dalam *multivariate time series* adalah *Vector Autoregressive* (VAR) (Reinsel, 1993). Model VAR merupakan model *multivariate time series* yang sederhana dan mudah diinterpretasikan.

2.2. Model *Vector Autoregressive*

Model *Vector Autoregressive* (VAR) adalah model *time series* multivariat yang merupakan pengembangan dari model univariat *Autoregressive* (AR) (Tsay, 2014). Model VAR digunakan untuk memodelkan data dengan dua atau lebih variabel yang memiliki hubungan dinamis. Bentuk umum dari model VAR dengan orde p adalah sebagai berikut (Lutkepohl, 2005):

$$\mathbf{Z}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{Z}_{t-1} + \cdots + \boldsymbol{\Phi}_p \mathbf{Z}_{t-p} + \mathbf{a}_t \quad (1)$$

Estimasi parameter model VAR(p) dilakukan menggunakan metode *Least Squares* (LS). Sementara pengujian signifikansi parameter model VAR(p) dilakukan menggunakan uji t (Wei, 2019).

2.3. Diagram Kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV)

Diagram kendali MEWMV digunakan untuk mendeteksi pergeseran variabilitas proses pada kasus multivariat tanpa adanya asumsi tidak terjadi perubahan rata-rata proses selama periode pengontrolan berlangsung (Huwang, et al., 2007). Berikut merupakan perumusan diagram kendali MEWMV.

$$\mathbf{V}_n = W(\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_n)(\mathbf{x}_n - \mathbf{y}_n)' + (1 - W)\mathbf{V}_{n-1} \quad (2)$$

dengan W adalah besar pembobot yang bernilai $0 < W < 1$ dan $\mathbf{V}_0 = W(\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1)(\mathbf{x}_1 - \mathbf{y}_1)'$. \mathbf{x}_n adalah data pengamatan dan \mathbf{y}_n adalah transformasi kumulatif \mathbf{x}_n . Estimasi dari \mathbf{y}_n untuk perubahan rata-rata proses pada waktu ke n yang didefinisikan sebagai berikut.

$$\mathbf{y}_n = \lambda \mathbf{x}_n + (1 - \lambda)\mathbf{y}_{n-1} \quad (3)$$

dengan n adalah banyaknya pengamatan yang dilakukan dan m adalah banyaknya variabel karakteristik kualitas. Untuk mengetahui perubahan dalam matriks kovarians, maka didefinisikan suatu matriks \mathbf{C} , \mathbf{C} adalah matriks diagonal berukuran $n \times n$ dengan W sebagai elemen *smoothing constant*. Matriks \mathbf{C} menunjukkan nilai pembobot dari \mathbf{V}_n yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (1 - \omega)^{n-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega(1 - \omega)^{n-2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & \omega(1 - \omega) & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \omega \end{bmatrix}$$

Secara umum, persamaan (2) dan (3) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\mathbf{V}_n = \sum_{t=1}^n W(1 - W)^{n-t} (\mathbf{x}_t - \mathbf{y}_t)(\mathbf{x}_t - \mathbf{y}_t)' + (1 - W)^n \mathbf{V}_0 \quad (4)$$

$$\mathbf{y}_n = \sum_{t=1}^n \lambda(1 - \lambda)^{n-t} \mathbf{x}_t \quad (5)$$

Persamaan (5) disubstitusikan ke dalam $\mathbf{x}_t - \mathbf{y}_t$ sehingga didapatkan persamaan baru sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t - \mathbf{y}_t &= \mathbf{x}_t - \sum_{j=1}^t \lambda(1 - \lambda)^{t-j} \mathbf{x}_j \\ &= (1 - \lambda)\mathbf{x}_t - \lambda(1 - \lambda)\mathbf{x}_{t-1} - \dots - \lambda(1 - \lambda)^{t-1} \mathbf{x}_1, \quad t = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6)$$

Persamaan (6) dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) = (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{X} \quad (7)$$

Dengan \mathbf{I}_n adalah matriks identitas berukuran $n \times n$ dan \mathbf{M} adalah matriks segitiga bawah berukuran $n \times n$ dengan λ sebagai bobot yang telah ditetapkan.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ \lambda(1-\lambda) & \lambda & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda(1-\lambda)^{n-1} & \dots & \lambda(1-\lambda) & \lambda \end{bmatrix}.$$

Persamaan (4) juga dapat dituliskan menjadi persamaan berikut:

$$\mathbf{V}_n = (\mathbf{X} - \mathbf{Y})\mathbf{C}(\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \quad (8)$$

Kemudian, dengan mensubstitusikan persamaan (7) ke persamaan (8), maka diperoleh

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_n &= \mathbf{X}(\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{C}(\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{X} \\ &= \mathbf{X}\mathbf{Q}\mathbf{X}, \end{aligned} \quad (9)$$

di mana \mathbf{Q} adalah matriks berukuran $n \times n$.

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{M})\mathbf{C}(\mathbf{I}_n - \mathbf{M}). \quad (10)$$

Dari persamaan (8), nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$ dapat diperoleh dengan persamaan berikut,

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{V}_n) &= \text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{Q}\mathbf{X}) \\ &= \text{tr}(\mathbf{Q}\mathbf{X}\mathbf{X}), \end{aligned} \quad (11)$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{V}_n) &= \sum_{j=1}^n q_{1j} \left(\sum_{k=1}^m x_{1k} x_{jk} \right) + \sum_{j=1}^n q_{2j} \left(\sum_{k=1}^m x_{2k} x_{jk} \right) + \dots + \sum_{j=1}^n q_{nj} \left(\sum_{k=1}^m x_{nk} x_{jk} \right) \\ &= \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^n q_{tj} \left(\sum_{k=1}^m x_{tk} x_{jk} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Pada saat $m = 1$, persamaan $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$ akan menjadi persamaan EWMA, yaitu diagram kendali untuk data univariat. Saat proses dalam keadaan terkontrol dapat ditunjukkan perhitungan untuk mendapatkan $E[\text{tr}(\mathbf{V}_n)]$.

$$\begin{aligned} E[\text{tr}(\mathbf{V}_n)] &= \sum_{t=1}^n q_{tt} E \left(\sum_{k=1}^m x_{tk}^2 \right) + \sum_{t=1}^n \sum_{j \neq t}^n q_{tj} E \left(\sum_{k=1}^m x_{tk} x_{jk} \right) \\ &= m \sum_{t=1}^n q_{tt} = m \text{tr}(\mathbf{Q}). \end{aligned} \quad (13)$$

Untuk mendapatkan batas kendali dari $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$, maka perlu didapatkan nilai $\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_n)]$ terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}
\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_n)] &= \text{Var} \left[\sum_{t=1}^n q_{tt} \sum_{k=1}^m x_{tk}^2 + 2 \sum_{t=1}^n \sum_{j<1}^n q_{tj} \sum_{k=1}^m x_{tk} x_{jk} \right] \\
&= \sum_{t=1}^n q_{tt}^2 \text{Var} \left(\sum_{k=1}^m x_{tk}^2 \right) + 4 \sum_{t=1}^n \sum_{j<1}^n q_{tj}^2 \text{Var} \left(\sum_{k=1}^m x_{tk} x_{jk} \right) \\
&= 2m \sum_{t=1}^n q_{tt}^2 + 4m \sum_{t=1}^n \sum_{j<1}^n q_{tj}^2 \\
&= 2m \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^n q_{tj}^2.
\end{aligned} \tag{14}$$

Sehingga dapat ditunjukkan batasan kendali untuk setiap n berdasarkan $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$ yang diberikan oleh:

$$\text{E}[\text{tr}(\mathbf{V}_t)] \pm L \sqrt{\text{Var}[\text{tr}(\mathbf{V}_t)]} = m \text{tr}(\mathbf{Q}) \pm L \sqrt{2m \sum_{t=1}^n \sum_{j=1}^n q_{tj}^2} \tag{15}$$

L merupakan konstanta yang bergantung pada m (banyaknya karakteristik kualitas) dan nilai ω dan λ yang telah ditentukan sebelumnya.

2.4. Diagram Kendali *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA)

Diagram Kendali MEWMA adalah diagram kendali yang digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang kecil pada kasus multivariat. Kelebihan dari diagram MEWMA adalah *robust* terhadap asumsi distribusi normal. Perumusan diagram kendali MEWMA didefinisikan sebagai berikut.

$$\mathbf{M}_t = \lambda \mathbf{z}_t + (1 - \lambda) \mathbf{M}_{t-1} \tag{16}$$

di mana λ adalah pembobot yang bernilai $0 \leq \lambda \leq 1$ dan $\mathbf{M}_0 = 0$. Pada diagram kendali ini, nilai pembobot dapat bernilai seragam atau berbeda pada masing-masing karakteristik kualitas. Apabila tidak ada alasan pemilihan pembobot yang berbeda untuk masing-masing karakteristik kualitas, maka pembobot $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_p = \lambda$. Titik pengamatan yang diplotkan pada diagram kendali adalah sebagai berikut:

$$T_t^2 = \mathbf{M}_t' \Sigma_{\mathbf{M}_t}^{-1} \mathbf{M}_t \tag{17}$$

$$S_{\mathbf{M}_t} = \frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2t}] S \tag{18}$$

dengan S adalah matriks varians-kovarians dari pengamatan. Pengamatan dikatakan *out of control* ketika nilai $T_t^2 > h_4$. Nilai h_4 merupakan batas kendali atas (BKA) pada tabel Montgomery (2013), sedangkan batas kendali bawah (BKB) untuk diagram kendali MEWMA sama dengan 0 karena nilai T_t^2 selalu bernilai positif.

2.5. Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses adalah analisis guna menaksir kemampuan proses pada suatu produk dalam memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan. Jika proses tidak terkendali secara statistik, maka digunakan indikator P_p dan P_{pk} .

$$P_p = \frac{BSA - BSB}{6S} \quad (19)$$

$$P_{pk} = \min \left\{ \frac{BSA - \bar{x}}{3S}, \frac{\bar{x} - BSB}{3S} \right\} \quad (20)$$

dengan

BSA : Batas Spesifikasi Atas

BSB : Batas Spesifikasi Bawah

Selanjutnya, indeks nilai kapabilitas multivariat didapatkan dengan cara sebagai berikut (Raissi, 2009):

$$MP_p = \hat{a}_{k=1}^m w_k P_p(X_k) \quad (21)$$

$$MP_{pk} = \hat{a}_{k=1}^m w_k P_{pk}(X_k) \quad (22)$$

dengan,

MP_p adalah tingkat presisi data multivariat dan MP_{pk} adalah tingkat akurasi data multivariat. w_k merupakan bobot karakteristik kualitas dengan $\hat{a}_{k=1}^m w_k = 1$. Presisi adalah ukuran kedekatan antara satu pengamatan dengan pengamatan lain. Sedangkan akurasi adalah ukuran kedekatan hasil pengamatan dengan nilai target.

2.6. Proses Produksi GKP di PG Rejo

Terdapat 6 stasiun pada proses pembuatan gula di PG Rejo Agung Baru Madiun (Sari dan Al-Hanif, 2017).

1. Stasiun Persiapan Bahan Baku

Pada stasiun persiapan bahan baku ini dilakukan proses pencatatan asal tebu dan dilakukan proses seleksi kelayakan tebu.

2. Stasiun Gilingan

Pada stasiun gilingan ini berujuan untuk mengambil nira dari batang tebu semaksimal mungkin dan menekan sedikit mungkin kehilangan gula yang terikut dengan ampas.

3. Stasiun Pemurnian

Pada stasiun pemurnian ini akan dilakukan pemisahan kotoran dalam nira mentah.

4. Stasiun Penguapan

Stasiun penguapan ini bertujuan untuk menguapkan air dalam nira sehingga tersisa nira kental.

5. Stasiun Pemasakan

Pada stasiun ini dilakukan pemasakan nira kental hingga menjadi kristal

6. Stasiun Putaran dan Penyelesaian

Pemisahan kristal gula dari larutan induknya. SHS masih mengandung kadar air 0,5-2% karena itu gula memerlukan pengeringan. Gula yang berasal dari stasiun putaran masuk

ke *sugar dryer and cooler* kemudian dilanjutkan pengemasan dan pengepakan kemasan per 50 kg.

3. METODE PENELITIAN

3.1. Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder kualitas GKP mulai 1 Juni 2017 – 10 September 2017 yang diperoleh dari departemen *Quality Control* PG Rejo Agung Baru yang didapatkan pada tanggal 4 Januari 2018. Pengukuran kualitas dilakukan dengan cara mengambil sampel SHS tiap jam sebanyak 300 gram dari *sugar dryer and cooler* kemudian dilakukan pengecekan di laboratorium. Karakteristik kualitas yang diukur disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Satuan	Spesifikasi
X ₁	Kadar air	%	Maks 0,1
X ₂	Warna larutan	IU	81-200
X ₃	Besar jenis butir	Mm	0,8-1,2

3.2. Langkah Penelitian

Langkah analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Melakukan analisis deskriptif data kualitas GKP.
2. Membentuk model *time series* terbaik sehingga diperoleh residual untuk seluruh karakteristik kualitas menggunakan model VAR.
3. Melakukan pengujian dependensi variabel data GKP.
4. Membuat diagram kendali MEWMV dan MEWMA dari data residual yang diperoleh.
5. Menghitung kapabilitas proses.
6. Membuat kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Statistika Deskriptif Data GKP

Analisis deskriptif pada ketiga karakteristik kualitas GKP dilakukan untuk mengetahui gambaran umum karakteristik dari data. Tabel 2 merupakan statistika deskriptif untuk karakteristik kualitas kadar air, warna larutan, dan BJB pada GKP periode giling Tahun 2017.

Tabel 2 Karakteristik Kualitas GKP

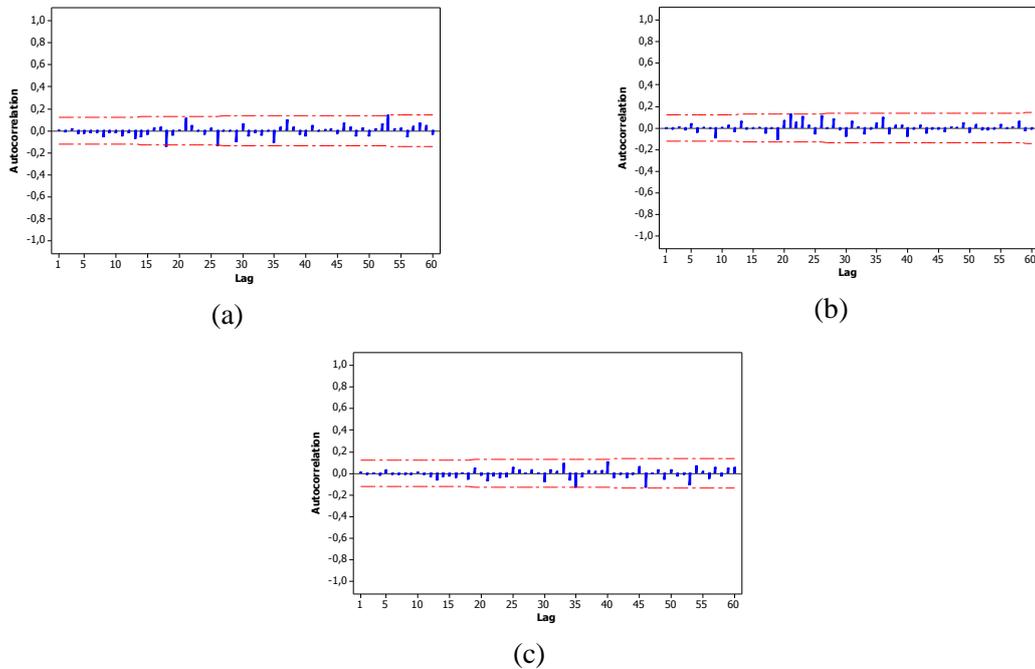
Karakteristik Kualitas	Rata-Rata	Varians	Minimum	Maximum
Kadar Air	0,16	0,00042	0,08	0,23
Warna Larutan	426,84	12179,01	86,90	675,03
BJB	0,85	0,01097	0,56	1,23

Berdasarkan Tabel 2 dapat diketahui bahwa rata-rata kadar air selama periode giling tahun 2017 sebesar 0,16 dengan kadar air minimum sebesar 0,08 dan maksimum sebesar 0,23. Nilai varians sebesar 0,00042 dapat dikatakan cukup kecil, hal ini menandakan bahwa kadar air GKP periode giling tahun 2017 cukup homogen, karena persebaran data relatif kecil. Sedangkan untuk warna larutan memiliki rata-rata sebesar 426,84 dengan varians yang cukup besar yakni 12179,01. Kemudian BJB memiliki rata-rata sebesar 0,85 dengan varians yang cukup kecil yaitu 0,01097 yang berarti data BJB homogen.

Tabel 3 Uji Portmanteau Model VARI (14,1)

Lag	<i>p-value</i>	Lag	<i>p-value</i>	Lag	<i>p-value</i>
15	0,0019	23	0,1473	30	0,2922
16	0,0419	24	0,2326	31	0,3571
17	0,0441	25	0,3030	32	0,3729
18	0,0710	26	0,2865	33	0,4309
19	0,1177	27	0,3676	34	0,4858
20	0,2367	28	0,4358	35	0,4208
21	0,0955	29	0,3613	36	0,3952
22	0,1324				

Berdasarkan Tabel 3 dapat diketahui bahwa hampir semua lag memiliki *p-value* lebih dari taraf signifikansi $\alpha = 0,05$. Walaupun ada sedikit lag yang memiliki *p-value* kurang dari taraf signifikansi, hal ini dapat diabaikan. Untuk mengecek bahwa masing-masing data karakteristik kualitas sudah tidak terdapat autokorelasi, dapat diperiksa melalui plot ACF dari residual model yang dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2 Plot ACF Residual (a) Kadar Air (b) Warna Larutan (c) BJB

Berdasarkan Gambar 2 dapat pula diketahui bahwa lag ACF residual pada masing-masing karakteristik kualitas berada dalam *confidence interval* yang berarti bahwa sudah tidak terjadi autokorelasi pada data residual yang dihasilkan dari model VARI (14,1). Sehingga residual ini akan dijadikan data dalam pengendalian kualitas dengan diagram kendali. Selanjutnya dilakukan pengecekan apakah residual berdistribusi multivariat normal atau tidak dengan menggunakan uji Shapiro-Wilk (Alva dan Estrada, 2009). Pada pengujian ini diperoleh *p-value* sebesar 0,002 di mana *p-value* ini lebih kecil dari taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, yang berarti bahwa residual model VARI (14,1) tidak berdistribusi normal multivariat. Hal ini memperkuat argumen untuk menggunakan diagram kendali MEMWA dan MEWMV pada penelitian yang memiliki kelebihan bebas dari asumsi distribusi normal multivariat.

4.3. Pengendalian Kualitas GKP

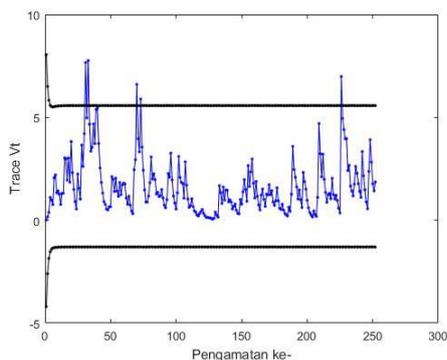
Langkah awal dalam pengendalian kualitas GKP adalah melakukan pengujian asumsi diagram kendali multivariat kemudian dilanjutkan dengan pengendalian varians dan rata-rata.

1) Pengujian Asumsi Diagram Kendali Multivariat

Pengujian asumsi diagram kendali meliputi uji dependensi variabel dan multivariat normal. Pengujian multivariat normal telah dilakukan pada tahap pemodelan VAR. Selanjutnya untuk pengujian dependensi variabel menggunakan *Bartlett's test for sphericity* (Snedecor dan Cochran, 1989). dengan alpha sebesar 0,05 diperoleh kesimpulan bahwa terdapat dependensi antar ketiga variabel karakteristik kualitas GKP.

2) Pengendalian Variabilitas Proses

Pengendalian kualitas menggunakan diagram MEWMV digunakan untuk memonitor variabilitas proses. Nilai pembobot ω dan λ yang kurang dari 0,4 dapat memberikan hasil pengontrolan terhadap variabilitas proses yang terjadi lebih sensitif, oleh karena itu pada penelitian ini digunakan pembobot ω dan λ yang kurang dari sama dengan 0,4. Gambar 3 merupakan diagram kendali MEWMV dengan pembobot $\omega=0,4$ dan $\lambda=0,2$.



Gambar 3 Diagram MEWMV $\omega=0.4$ dan $\lambda=0.2$

Pemilihan pembobot terbaik yang digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran proses didasarkan pada jarak minimum an-tara nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$ dengan BKA dan jumlah pengamatan *out of control* serta batas kendali yang sempit. Perhitungan diberikan pada Tabel 5.

Dalam menentukan pembobot optimum, dapat dilihat berdasarkan jumlah pengamatan *out of control* terkecil. Namun, akan lebih baik jika memperhatikan nilai dari $|\max \text{tr}(\mathbf{V}_n) - \text{BKA}|$ yang merupakan nilai *error*. Hal ini dikarenakan semakin kecil selisihnya, maka probabilitas suatu pengamatan jatuh di luar batas kendali tanpa adanya *assignable cause* akan lebih kecil. Sehingga, bobot yang dipilih adalah $\omega=0,4$ dan $\lambda=0,2$. Dengan pembobot ini diketahui variabilitas proses belum terkendali. Untuk mengeluarkan data pengamatan yang berada diluar batas kendali pada diagram kontrol, maka harus diketahuinya faktor penyebab data yang tidak terkendali tersebut. Faktor penyebab terjadinya ketidaksesuaian produksi GKP di PG Rejo Agung Baru terdapat lima penyebab utama yaitu pengukuran, bahan baku, pekerja, metode, dan mesin. Diketahui terdapat 5 pengamatan yang *out of control*, pembuangan data dilakukan dari data yang memiliki selisih nilai $\text{tr}(\mathbf{V}_n)$ dengan BKA yang paling besar. Iterasi dilakukan sebanyak 5 kali

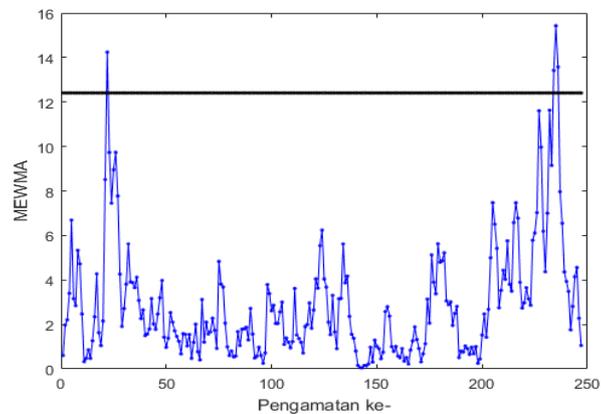
hingga diperoleh proses yang telah terkendali. Langkah selanjutnya yaitu melakukan pengendalian rata-rata proses dengan diagram kendali MEWMA.

Tabel 5 Hasil Perhitungan BKA-BKB pada Diagram Kendali MEWMV

ω	λ	L	tr(Vn) max	Max tr(Vn)-BKA	BKA-BKB	Out of control
0,1	0,1	2,7900	4,8400	0,9343	2,6957	63
0,1	0,2	2,7939	5,8052	2,5319	2,2798	64
0,1	0,3	2,7949	5,8068	3,1398	1,8753	62
0,1	0,4	2,7988	5,4384	3,3439	1,4890	62
0,2	0,1	3,3105	4,8400	0,0356	4,6355	15
0,2	0,2	3,3086	5,8052	1,7196	3,9046	12
0,2	0,3	3,3164	5,8068	2,4712	3,2131	14
0,2	0,4	3,3213	5,4384	2,8144	2,5480	13
0,3	0,1	3,6484	4,8400	0,9317	6,4277	8
0,3	0,2	3,6523	5,8052	0,9657	5,4123	8
0,3	0,3	3,6602	5,8068	1,8548	4,4452	9
0,3	0,4	3,6699	5,4384	2,3266	3,5236	9
0,4	0,1	3,8984	4,8400	1,8007	8,1656	7
0,4	0,2	3,9063	5,8052	0,2368	6,8702	5
0,4	0,3	3,9121	5,8068	1,2630	5,6288	6
0,4	0,4	3,9219	5,4384	1,8617	4,4534	6

3) Pengendalian Rata-rata Proses

Diagram kendali MEWMA dibuat dengan 9 pembobot yang berbeda, dimana salah satu dari pembobot tersebut akan menjadi diagram kendali terbaik yang mampu mendeteksi adanya pergeseran proses dalam *mean*.



Gambar 4 Diagram Kendali MEWMA dengan $\lambda=0,1$

Pemilihan pembobot terbaik untuk diagram kendali MEWMA juga didasarkan pada selisih minimum antara nilai titik pengamatan maksimum dan BKA serta lebarnya batas kendali. Perhitungan untuk masing masing nilai pembobot disajikan pada Tabel 6.

Dari Tabel 6 diketahui bahwa secara keseluruhan pengendalian rata-rata proses pada data kualitas GKP belum terkendali secara statistik karena masih adanya pengamatan yang *out of control* dengan pembobot 0,1 hingga 0,9. Pembobot 0,1 memiliki selisih yang paling kecil sehingga dipilih menjadi pembobot optimum. Dengan masih adanya pengamatan yang *out of control* menandakan bahwa rata-rata proses tidak terkendali secara statistik.

Tabel 6 Perhitungan Bobot Maksimum Untuk Diagram Kendali MEWMA

λ	Titik Maksimum	BKA	Selisih	<i>Out of Control</i>
0,1	15,43	12,41	3,02	4
0,2	22,45	13,39	9,05	3
0,3	24,89	13,79	11,10	2
0,4	24,20	13,99	10,21	2
0,5	24,21	14,10	10,11	2
0,6	24,42	14,16	10,26	2
0,7	23,89	14,19	9,70	2
0,8	22,91	14,21	8,71	1
0,9	21,69	14,21	7,47	1

4) Analisis Kapabilitas Proses

Analisis kapabilitas proses adalah analisis guna menaksir kemampuan proses pada suatu produk dalam memenuhi spesifikasi yang telah ditentukan. Dikarenakan proses tidak terkendali secara statistik baik untuk variabilitas maupun *mean* proses yang ditandai dengan adanya data *out of control* maka indeks kapabilitas proses yang digunakan adalah indeks *performance process* yaitu MP_p dan MP_{pk} . Indeks kapabilitas multivariat MP_p dan MP_{pk} proses pembuatan GKP masing-masing sebesar 0,528 dan -0,495 nilai tersebut kurang dari 1 yang berarti bahwa proses pembuatan GKP di PG Rejo Agung Baru Madiun belum kapabel dan kinerja proses belum baik.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Pada penelitian ini diketahui bahwa ketiga karakteristik kualitas GKP memiliki autokorelasi sehingga perlu dilakukan pemodelan *time series* terlebih dahulu dengan model VAR. Model VAR yang terbaik berdasarkan nilai AIC adalah VARI (14,1), sehingga residual dari model VARI(14,1) ini digunakan dalam diagram kendali MEWMV dan MEWMA. Model VAR yang digunakan berhasil mengatasi efek autokorelasi pada data sehingga asumsi independensi antar pengamatan pada diagram kendali dapat terpenuhi. Berdasarkan hasil dari diagram kendali MEWMV, variabilitas proses dari kualitas GKP PG Rejo Agung Baru Madiun belum terkendali secara statistik dengan pembobot $\omega=0,4$ dan $\lambda=0,2$. Untuk rata-rata atau *mean* proses dengan menggunakan pembobot optimum $\lambda=0,1$ pada diagram kendali MEWMA, diketahui bahwa rata-rata proses belum terkendali secara statistik. Faktor penyebab terjadinya ketidaksesuaian produksi GKP di PG Rejo Agung Baru dipengaruhi lima faktor utama yaitu pengukuran, bahan baku, pekerja, metode, dan mesin. Dari analisis kapabilitas proses diketahui bahwa proses belum kapabel. Data yang digunakan pada penelitian ini diperoleh dari pengamatan yang dilakukan tiap jam yang berakibat model VAR yang diperoleh memiliki orde yang panjang yaitu $p = 14$ karena data masih berkorelasi kuat dengan pengamatan beberapa jam terdekat. Oleh karena itu, penelitian selanjutnya disarankan untuk melakukan agregasi data, misal pengamatan diagregasi menjadi tiap *shift* (8 jam) sehingga model VAR yang diperoleh akan memiliki orde lebih pendek, yang artinya model yang diperoleh menjadi lebih parsimoni. Selain itu, penelitian selanjutnya juga dapat mencoba menggunakan model-model *time series* berbasis *machine learning*, seperti *support vector regression* (SVR) atau *neural network* yang mudah diaplikasikan dan lebih fleksibel terhadap berbagai jenis data.

DAFTAR PUSTAKA

- Alva, J. V. dan Estrada, E. G. 2009. A Generalization of Shapiro-Wilk's Test for Multivariate Normality. *Communication in Statistics - Theory and Methods*, 38, 1870-1883.
- Alwan, L. C. dan Roberts, H. V. 1988. Time Series Modelling for Statistical Process Control. *Journal of Business dan Economic Statistic*, 6(1), 87-95.
- Elevli, S., Uzgoren, N., dan Savas, M. 2009. Control Charts for Autocorrelated Colemanite Data. *Journal of Scientific dan Industrial Research*, 68, 11-17.
- Gujarati, D. N. 2003. *Basic Econometrics*. 4 ed. New York: McGraw Hill companies, Inc..
- Harianja, D. M. 2016. Analisis Pengendalian Kualitas Tetes PG Kremboong Sidoarjo Menggunakan Diagram Kendali MEWMV dan MEWMA. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 5(2), 289-294.
- Huwang, L., Yeh, A. B. dan Wu, C.-W. 2007. Monitoring Multivariat Process Variability for Individual Observations. *Journal of Quality Technology*, 36(3), 258-278.
- Jarret, J. E. dan Pan, X. 2006. The Quality Control Chart for Monitoring Multivariate Autocorrelated Processes. *Journal Computational dan Data Analysis*, 51, 3862-3870.
- Lutkepohl, H. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. California: Springer.
- Montgomery, D. C. 2013. *Introduction to Statistical Quality Control: Seventh Edition*.. New Jersey: John Wiley dan Sons, Inc..
- Psarakis, S. dan Papaleonida, G. 2007. SPC Procedures for Monitoring Autocorrelated Processes. *Journal of Quality Technology dan Quantitative Management*, 4(4), 501-540.
- Putri, R. S. 2015. Analisis Pengendalian Kualitas Tetes Produksi PG Pesantren Baru Kediri Menggunakan Diagram Kontrol Multivariate. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 4(2), pp. 133-138.
- Raissi, S. 2009. Multivariate Process Capability Indoces on the Presence of Priority for Quality Characteristics. *Journal of Industrial Engineering International*, 5(9).
- Reinsel, G. C. 1993. *Elements of Multivariate Time Series Analysis*. New York: Springer-Verlag New York, Inc..
- Sari, L. F. dan Al-Hanif, Y. A. 2017. *Laporan Kegiatan Praktik Kerja Industri di PG Rajawali I Unit Kera PG Rejo Agung Baru*, Madiun: SMK Gula Rajawali Madiun.
- Snedecor, G. W. dan Cochran, W. G. 1989. *Statistical Methods*. Eighth ed. Iowa: Iowa State University Press.
- Tsay, R. S. 2014. *Multivariate Time Series Analysis: With R and Financial Applications*. New York: John Wiley dan Sons, Inc..
- Wei, W. W. 2006. *Time Series Analysis*. New York: Pearson Education, Inc..
- Wei, W. W. S. 2019. *Multivariate Time Series Analysis and Applications*. New Jersey: John Wiley dan Sons Ltd.