

**PERAMALAN BEBAN LISTRIK DAERAH ISTIMEWA YOGYAKARTA
 DENGAN METODE *SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS* (SSA)**

Herni Utami¹, Yunita Wulan Sari², Subanar³, Abdurakhman⁴, Gunardi⁵
^{1,2,3,4,5}Departemen Matematika, FMIPA Universitas Gadjah Mada

e-mail: herni_utami@ugm.ac.id

DOI: 10.14710/medstat.12.2.214-225

Article Info:

Received: 24 November 2018

Accepted: 21 December 2019

Available Online: 30 December
 2019

Keywords:

*Forecasting model, Singular
 Spectral Analysis, Linear
 Recurrent Formula,
 Electricity demand*

Abstract: This paper will study forecasting model for electricity demand in Yogyakarta and forecast it for 2019 until 2024. Usually, electricity demand data contain seasonal. We propose Singular Spectral Analysis-Linear Recurrent Formula (SSA-LRF) method. The SSA process consists of decomposing a time series for signal extraction and then reconstructing a less noisy series which is used for forecasting. The SSA-LRF method will be used to forecast h-step ahead. In this study, we use monthly electricity demand in Yogyakarta for 11 year (2008 to 2018). The forecasting results indicates that the forecast using window length of $L=26$ have good performance with MAPE of 1.9%.

1. PENDAHULUAN

Listrik merupakan salah satu sumber energi yang sangat dibutuhkan oleh manusia, baik untuk memenuhi kebutuhan rumah tangga dan industri maupun untuk memenuhi kebutuhan umum seperti penerangan di jalan-jalan. Saat ini, kebutuhan listrik terutama di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) sangat besar. Di sisi lain, listrik adalah salah satu sumber energi yang tidak bisa diperbaharui (Setiawan, 2014). Pemerintah sudah berupaya menambah pembangkit listrik, namun usaha ini membutuhkan proses yang lama dan biaya yang besar. Oleh karena itu, perlu dilakukan langkah-langkah perencanaan dan strategi untuk mengatur penyediaan dan penggunaan listrik di DIY agar kebutuhan listrik masyarakat bisa terpenuhi dalam jangka waktu panjang. Untuk membuat perencanaan dan strategi yang baik perlu dilakukan studi untuk melihat besarnya kebutuhan listrik di waktu-waktu mendatang. Salah satu langkah penting adalah dengan melakukan peramalan kebutuhan listrik.

Banyak model dan metode untuk meramalkan suatu data runtun waktu, akan tetapi tidak semuanya cocok jika diterapkan untuk kasus kebutuhan listrik di DIY. Model dan metode peramalan yang baik harus sesuai dengan karakteristik data yang akan diramalkan. Karakteristik data listrik biasanya mengandung *trend* dan musiman dengan jenis musiman bisa lebih dari satu.

Beberapa peneliti sudah melakukan studi untuk menentukan model ramalan listrik, diantaranya Ringwood dan Bofelli (2001), Weron dan Misiorek (2008), serta Afsar dan

Bigdeli (2011). Sedangkan beberapa penelitian tentang ramalan listrik di Indonesia terutama di Yogyakarta diantaranya dilakukan oleh Dafroni, dkk (2015) yang meramalkan kebutuhan listrik di DIY dengan menggunakan metode ekonometri, Harmawan (2013) yang meramalkan beban listrik harian Jawa Tengah dan Yogyakarta menggunakan metode SARIMA. Peneliti lain seperti Pratama dan Anifah (2016), Nugraheni (2017), dan Pamungkas, (2013) meramalkan beban listrik di DIY menggunakan berbagai metode yaitu *Neural Network Backpropagation*, *Fuzzy Radial Basis Neural Network*, dan *double seasonal eksponensial smoothing*. SSA (singular spectrum analysis) merupakan suatu metode yang dapat digunakan untuk mendekomposisikan runtun waktu berpola musiman kompleks menjadi beberapa komponen yang lebih sederhana dan mudah diinterpretasikan. SSA merupakan teknik dengan model bebas dikarenakan SSA tidak seperti model parametrik, yang mengasumsikan normalitas dari runtun waktu. Data listrik diduga mengandung musiman lebih dari satu, dan cenderung mengandung tren. Oleh karena itu, dalam paper ini, akan dilakukan peramalan kebutuhan listrik di Yogyakarta dengan menggunakan *Singular Spectral Analysis-Linear Recurrent Formula* (SSA-LRF).

2. TINJAUAN PUSTAKA

SSA adalah suatu teknik untuk mendekomposisikan runtun waktu menjadi beberapa komponen pola sehingga lebih mudah diinterpretasikan, misalnya komponen trend, musiman dan iregular. Metode SSA tidak memerlukan asumsi khusus, sehingga memperluas area penggunaannya (Golyandina dan Korobeynikov, 2014). Metode ini banyak digunakan pada analisis iklim, meteorologi dan geofisika (Vautard and Ghil, 1989; Ghil dan Vautard, 1991).

Dalam perkembangannya, SSA juga digunakan dalam peramalan data ekonometri (Hassani, 2009) serta Indeks Harga Konsumen (Lubis, 2017). Metode SSA terdiri dari 4 tahap (Elsner and Tsonis, 1996; Golyandina, dkk, 2001; Hassani, 2007; Golyandina and Zhigljavsky, 2013), yaitu

- a. Tahap *embedding* (penentuan matriks trajektori, \mathbf{X})
- b. Tahap dekomposisi nilai singular (*singular value decomposition* atau SVD)
- c. Tahap pengelompokan *eigen triple*
- d. Tahap rekonstruksi runtun waktu berdimensi satu melalui metode rata-rata Diagonal

2.1. Tahap *Embedding*

Pada tahap ini diperlukan penentuan parameter *window length* (L) dengan ketentuan $2 \leq L \leq n$, n merupakan banyaknya observasi. *Embedding* dapat dipandang sebagai pemetaan sebuah runtun waktu berdimensi satu $\mathbf{f} = \{f_0, f_1, \dots, f_{n-1}\}$ menjadi deret multidimensional $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_k$ dengan vektor $\mathbf{X}_i = (f_{i-1} \ f_i \ \dots \ f_{i+L-2})^T \in \mathbb{R}^L$ dengan $k = n - L + 1$. *Embedding* dapat juga didefinisikan sebagai transformasi \mathbf{f} ke matriks trajektori, dengan baris-baris dan kolom-kolomnya berupa sub-sub runtun waktu dari \mathbf{f} . Matriks trajektori ini dapat dinyatakan sebagai:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} f_0 & f_1 & f_2 & \cdots & f_{k-3} & f_{k-2} & f_{k-1} \\ f_1 & f_2 & f_3 & \cdots & f_{k-2} & f_{k-1} & f_k \\ f_2 & f_3 & f_4 & \cdots & f_{k-1} & f_k & f_{k+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{L-3} & f_{L-2} & f_{L-1} & \cdots & f_{n-5} & f_{n-4} & f_{n-3} \\ f_{L-2} & f_{L-1} & f_L & \cdots & f_{n-4} & f_{n-3} & f_{n-2} \\ f_{L-1} & f_L & f_{L+1} & \cdots & f_{n-3} & f_{n-2} & f_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

2.2. Tahap Singular Value Decomposition (SVD)

Tahap kedua dari dekomposisi adalah pembentukan SVD dari matriks lintasan \mathbf{X} . SVD merupakan suatu teknik untuk mendekomposisikan matriks untuk mempermudah pengolahan data. SVD dari matriks \mathbf{X} adalah faktorisasi dalam bentuk

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T. \quad (2)$$

dengan \mathbf{U} adalah matriks orthogonal berukuran $L \times L$, $\mathbf{\Sigma}_r$ adalah matriks diagonal rektangular berukuran $L \times k$ dengan elemen-elemen pada diagonal adalah riil non-negatif, dan \mathbf{V} adalah matriks orthogonal berukuran $k \times k$. Kolom-kolom dari matriks \mathbf{U} dan kolom-kolom dari matriks \mathbf{V} secara berturut-turut disebut dengan vektor singular kiri dan vektor singular kanan dari matriks \mathbf{X} .

Vektor singular kiri dari matriks \mathbf{X} adalah himpunan vektor-vektor eigen ortonormal dari matriks $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ dan vektor singular kanan dari matriks \mathbf{X} adalah himpunan vektor-vektor eigen ortonormal dari $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$. Matriks $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ dan matriks $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ adalah matriks-matriks simetris, yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{X}\mathbf{X}^T &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T(\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T)^T \\ &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{I}\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{U}^T \\ &= \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{U}^T \end{aligned} \quad (3)$$

dan

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^T\mathbf{X} &= (\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T)^T\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T \\ &= \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{U}^T\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T \\ &= \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{I}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T \\ &= \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{V}^T \end{aligned} \quad (4)$$

Di sisi lain, $\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$ adalah matriks simetris berukuran $L \times L$ sehingga dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{S} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T \quad (5)$$

dengan \mathbf{U} adalah matriks orthogonal yang kolom-kolomnya adalah vektor-vektor eigen (ortonormal) dari \mathbf{S} dan $\mathbf{\Lambda}$ adalah matriks diagonal dengan elemen-elemen diagonal merupakan nilai-nilai eigen dari \mathbf{S} . Dengan demikian, dari Persamaan (3), (4) dan (5) diperoleh

$$\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}_r\mathbf{\Sigma}_r^T\mathbf{U}^T = \mathbf{\Lambda}$$

Nilai-nilai singular yang tidak nol dari \mathbf{X} adalah elemen-elemen diagonal $\mathbf{\Sigma}_r$ yang merupakan akar dari nilai-nilai eigen $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ dan $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$.

Pada tahap SVD, matriks trajektori \mathbf{X} didekomposisi menjadi

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} U_{11} & \cdots & U_{1L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{L1} & \cdots & U_{LL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\lambda_1} & \cdots & 0_L & \cdots & 0_k \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_L & \cdots & \sqrt{\lambda_L} & \cdots & 0_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{11} & \cdots & V_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ V_{k1} & \cdots & V_{kk} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Diasumsikan $L < k$, sehingga rank maksimal dari matriks $\mathbf{\Sigma}_r$ adalah L . Nilai-nilai singular $\sqrt{\lambda_i}$ ($i = 1, 2, \dots, L$) disusun secara berurutan dari yang paling besar hingga ke nilai yang paling kecil. Jika $d = \text{rank}(\mathbf{X}) = \max\{i | \sqrt{\lambda_i} > 0\}$ maka persamaan (6) dapat dinyatakan sebagai

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^d \sqrt{\lambda_i} \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T \quad (7)$$

Himpunan $\{\mathbf{U}_1, \dots, \mathbf{U}_d\}$ beranggotakan vektor-vektor eigen (ortonormal) dari matriks $\mathbf{X}\mathbf{X}^T$ dan \mathbf{V}_i ($i = 1, \dots, d$) yang ditentukan menggunakan persamaan (2). Misal matriks trajektori pada Persamaan (1) dinyatakan sebagai $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1 \dots \mathbf{X}_k)$ dengan $\mathbf{X}_j = (f_{j-1} \ f_j \ \dots \ f_{j+L-2})^T$ untuk setiap $j = 1, \dots, k$. Vektor $\mathbf{0}_r = (0 \ 0 \ \dots \ 0)$ adalah vektor kolom berukuran $r < d$ dan $\mathbf{0}_{r_1 \times r_2}$ adalah matriks null berukuran $r_1 \times r_2$. Selanjutnya matriks \mathbf{U} dinyatakan sebagai

$$\mathbf{U} = \{\mathbf{U}_1 \dots \mathbf{U}_L\}$$

dengan $\mathbf{U}_i = (U_{1i} \dots U_{Li})^T$ untuk setiap $i = 1, \dots, L$ dan matriks \mathbf{V} dinyatakan sebagai

$$\mathbf{V} = \{\mathbf{V}_1 \dots \mathbf{V}_k\}$$

dengan $\mathbf{V}_j = (V_{1j} \dots V_{kj})^T$ untuk setiap $j = 1, \dots, k$. Berdasarkan sifat orthogonal matriks \mathbf{U} dan Persamaan (2) diperoleh

$$\mathbf{V}\mathbf{\Sigma}_r^T = \mathbf{X}^T\mathbf{U}$$

Sehingga

$$(\mathbf{V}_1\sqrt{\lambda_1} \ \dots \ \mathbf{V}_d\sqrt{\lambda_d} \ \mathbf{0}_{(k-d) \times (L-d)}) = (\mathbf{X}^T\mathbf{U}_1 \ \dots \ \mathbf{X}^T\mathbf{U}_L)$$

Dengan kata lain $\mathbf{V}_i\sqrt{\lambda_i} = \mathbf{X}^T\mathbf{U}_i$ atau $\mathbf{V}_i = \mathbf{X}^T\mathbf{U}_i/\sqrt{\lambda_i}$ untuk $i = 1, \dots, d$. SVD matriks trajektori \mathbf{X} pada Persamaan (7) dapat dituliskan sebagai

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(1)} + \dots + \mathbf{X}^{(d)} \quad (8)$$

dengan $\mathbf{X}^{(i)} = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i^T$ dan $(\sqrt{\lambda_i}, \mathbf{U}_i, \mathbf{V}_i)$ disebut eigentriple ke- i dari SVD matriks (8).

2.3. Tahap Pengelompokan *Eigentriple*

Pengelompokan *eigentriple* adalah suatu prosedur untuk mempartisi himpunan indeks $\{1, \dots, d\}$ menjadi sejumlah m grup himpunan yang saling asing I_1, \dots, I_m . Misalkan $I = \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ merupakan himpunan indeks i_1, i_2, \dots, i_p . Maka matriks \mathbf{X}_I yang sesuai dengan himpunan I didefinisikan dengan $\mathbf{X}_I = \mathbf{X}_{i_1} + \dots + \mathbf{X}_{i_p}$. Sehingga, Persamaan (8) menjadi

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(I_1)} + \dots + \mathbf{X}^{(I_m)}. \quad (9)$$

Cara untuk memilih himpunan I_1, \dots, I_m disebut *eigentriple grouping*.

Menurut Rosmalawati, dkk (2014), pada langkah ini matriks trajektori diuraikan menjadi beberapa sub-himpunan, yaitu pola tren, musiman, periodik, dan noise. Pada tahap *grouping*, matriks $\mathbf{X}^{(i)}$ pada Persamaan (8) dibagi menjadi beberapa kelompok dan menjumlahkan matriks dalam masing-masing kelompok. Tujuan dari tahap *grouping* ini adalah pemecahan (*separation*) komponen tambahan dari runtun waktu (Golyandina, dkk, 2001).

2.4. Tahap rekonstruksi

Pada tahap ini, akan dilakukan transformasi dari hasil pengelompokan matriks pada Persamaan (9) menjadi sebuah runtun waktu baru dengan panjang n . Langkah dasar untuk melakukan tahap ini adalah dengan mengubah bentuk dari matriks $\mathbf{X}^{(i)}$ dari tahap rekonstruksi menjadi matrik Hankel. Cara optimal untuk melakukannya adalah dengan mencari rata-rata semua elemen pada beberapa antidiagonal dengan persamaan berikut

$$\tilde{f}_j^{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{j} \sum_{t=1}^j f_{t,j-t+1}^{(i)} & \text{jika } 1 \leq j < l^*, \\ \frac{1}{l^*} \sum_{t=1}^{l^*} f_{t,j-t+1}^{(i)} & \text{jika } l^* \leq j \leq k^*, \\ \frac{1}{n-j+1} \sum_{t=j-k^*+1}^{n-k^*+1} f_{t,j-t+1}^{(i)} & \text{jika } k^* < j \leq n. \end{cases} \quad (10)$$

dengan $l^* = \min(L, k)$ dan $k^* = \max(L, k)$. Persamaan (10) tersebut kemudian diaplikasikan ke dalam matriks pada Persamaan (9), $\mathbf{X}^{(i)}$ akan membentuk series $\tilde{\mathbf{f}}^{(i)} = (\tilde{f}_1^{(i)}, \dots, \tilde{f}_n^{(i)})$. Sehingga series awal $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ akan didekomposisi menjadi

jumlahan dari m series $f_j = \sum_{i=1}^m \tilde{f}_j^{(i)}$ untuk $j=1,2,\dots,n$.

2.5. SSA Forecasting

Menurut Hassani (2009), sebuah runtun waktu \mathbf{f} memenuhi *Linear Recurrent Formula* (LRF) jika terdapat a_1, a_2, \dots, a_{l-1} sehingga

$$f_{n-i} = \sum_{k=1}^{l-1} a_k f_{n-i-k} \quad \text{untuk } 0 \leq i \leq n-l \quad (11)$$

Untuk memperoleh koefisien LRF, digunakan vektor eigen yang diperoleh dari langkah SVD. Misalkan $\mathbf{U} = (u_1, u_2, \dots, u_{l-1}, u_l)^T$, $\mathbf{U}^\nabla = (u_1, u_2, \dots, u_{l-1})^T$, dan π_i merupakan komponen terakhir dari vektor eigen \mathbf{U} , atau dapat dituliskan dengan $\pi_i = \mathbf{U}_L$. Koefisien LRF dapat dihitung dengan persamaan

$$\mathbf{A} = (a_1, a_2, \dots, a_{l-1})^T = \frac{1}{1-\nu^2} \sum_{i=1}^r \pi_i \mathbf{U}_i^\nabla \quad (12)$$

dengan $\nu^2 = \sum_{i=1}^r \pi_i^2$ dan r menunjukkan jumlah *eigentriple* penting yang membentuk \mathbf{U} .

Deret waktu yang digunakan dalam peramalan SSA adalah deret hasil rekonstruksi yang diperoleh dari tahap *diagonal averaging*. Misalkan akan diramalkan p data, maka akan terbentuk deret hasil peramalan yaitu $\mathbf{f}_{n+p} = (f_0, f_1, \dots, f_{n+p-1})$ dengan

$$f_i = \begin{cases} \tilde{f}_i & \text{untuk } i = 0, \dots, n-1 \\ \sum_{j=1}^{l-1} a_j \tilde{f}_{i-j} & \text{untuk } i = n, \dots, n+p-1 \end{cases} \quad (13)$$

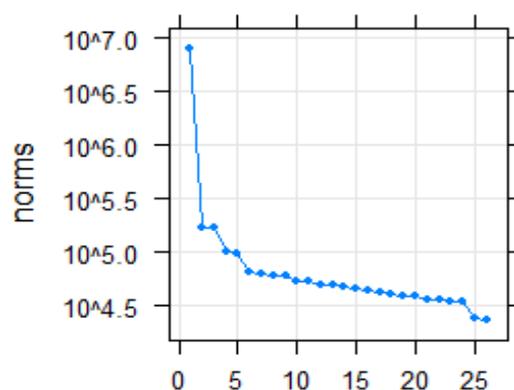
dengan $f_n, f_{n+1}, \dots, f_{n+p}$ merupakan hasil peramalan dengan menggunakan SSA.

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini bertujuan untuk meramalkan beban listrik di Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta dengan metode SSA-LRF. Data yang digunakan sebagai studi kasus adalah data bulanan beban listrik dari Januari 2008 sampai dengan Desember 2018. Data sekunder tersebut diperoleh dari BPS Propinsi DIY. Pada analisis dengan SSA-LRF ini, data dibagi menjadi 2 bagian yaitu *in-sample* dan *out-sample*. Data beban listrik tahun 2008-2016 yang terdiri dari 108 observasi digunakan sebagai data *in-sample*, sedangkan data beban listrik tahun 2017-2018 (24 observasi) digunakan sebagai data *out-sample*. Karena data yang digunakan adalah data bulanan, maka parameter L (*window length*) ditentukan sebesar 6 dan kelipatannya. Kemudian nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk masing-masing L dibandingkan untuk mendapatkan model terbaik.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

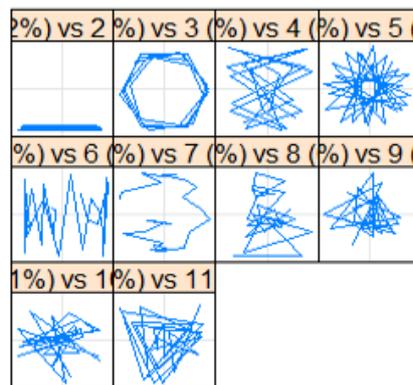
Pemodelan dengan metode SSA-LRF, *window length* dapat ditentukan menggunakan periode dari pola musiman yang terjadi pada data. Dari plot ACF telah diperoleh periode dari pola musiman dengan panjang musiman 6. Penentuan *window length* (L) juga dapat dilakukan dengan cara *trial and error* seperti yang dilakukan oleh Lubis, dkk (2017). Nilai L diambil dari nilai kelipatan 6 dengan memilih nilai RMSE, MAPE, dan MAE terkecil. Banyaknya data adalah 108, sehingga nilai L yang mungkin adalah $L \leq 54$. Hasil dari percobaan yang diperoleh dari cara *trial and error* disajikan dalam Tabel 1.



Gambar 1 Plot Nilai Eigen

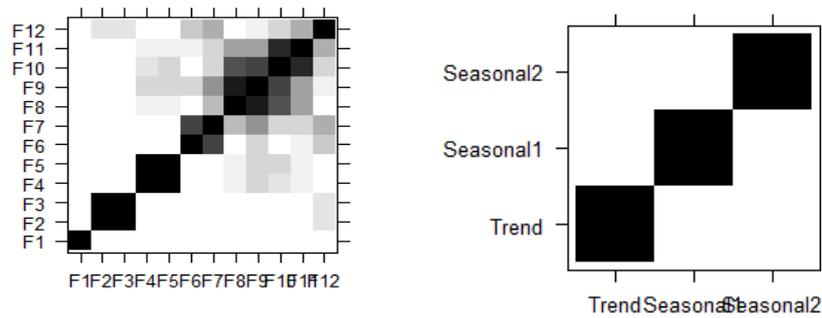
Hassani (2009) mengatakan bahwa biasanya setiap komponen harmonik dengan frekuensi yang berbeda memproduksi 2 *eigen triple* dengan nilai singular yang dekat. Sebuah noise akan menghasilkan barisan nilai singular yang menurun secara perlahan. Pada Gambar 1, terlihat bahwa nilai eigen komponen pertama memiliki nilai yang paling besar dan patahan *scree plot* berada pada komponen kedua, yang berarti pengaruh komponen pertama sangat besar terhadap pembentukan rekonstruksi sinyal pada data. Terlihat pula bahwa terdapat dua pasang nilai singular yang hampir sama, yaitu pasangan *eigen triple* 2-3 dan 4-5. Sehingga, kedua pasang *eigen triple* tersebut dapat dijadikan sebagai calon komponen harmonik dari series kedua dan memiliki periode yang spesifik.

Pada Gambar 2, pasangan *eigen triple* 2-3 dan 4-5 memiliki periode 6 dan 2.4 yang menghasilkan musiman dan sesuai dengan periode yang dihasilkan oleh periodogram. Pasangan vektor eigen tersebut berkorelasi tinggi antar keduanya dan tidak berkorelasi dengan yang lain. Panjang langkah grouping dilakukan sampai dengan 5 *eigen triple* dan terbentuk 3 kelompok yaitu tren (*eigen triple* 1), musiman 1 (*eigen triple* 2-3), dan musiman 2 (*eigen triple* 4-5). Sisanya yaitu *eigen triple* 6 sampai dengan *eigen triple* 26 dianggap sebagai noise.



Gambar 2 Scatterplot untuk Pasangan Vektor Eigen dari Data

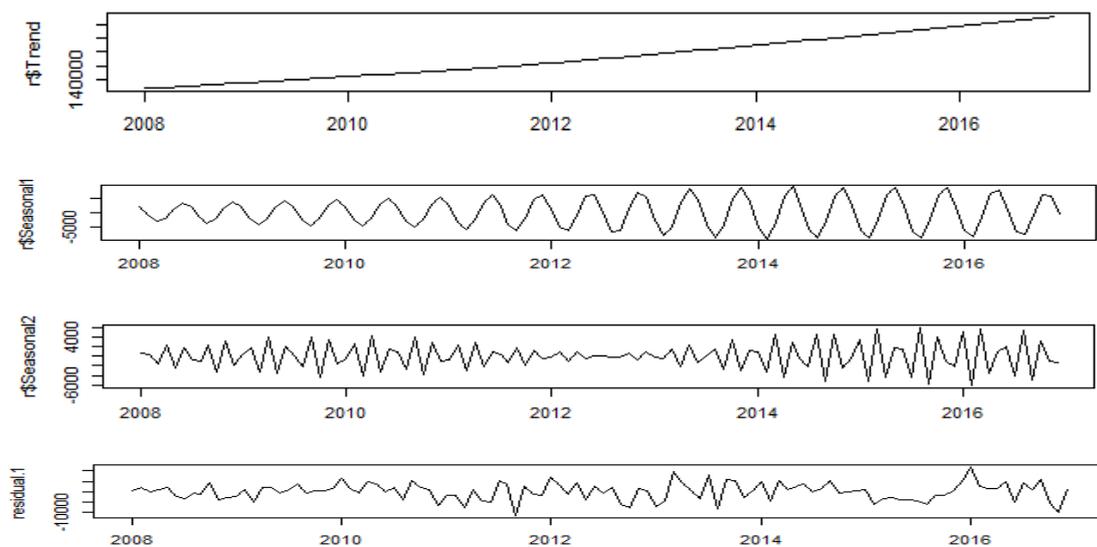
Pengecekan *separability* dari kelompok-kelompok yang telah terbentuk dilakukan dengan menggunakan matriks *w-correlation*. Matriks *w-correlation* menunjukkan korelasi antar komponen yang terbentuk. Semakin gelap warna yang terbentuk menunjukkan korelasi antar komponen semakin kuat. Pada Gambar 3, terlihat bahwa komponen pertama (F1) berkorelasi dengan dirinya sendiri dan tidak berkorelasi dengan komponen lainnya, komponen kedua (F2) berkorelasi kuat dengan komponen ketiga (F3), begitu juga sebaliknya, tetapi tidak berkorelasi kuat dengan komponen lainnya. Begitu juga untuk komponen keempat (F4) dan komponen kelima (F5). Jadi, dapat disimpulkan bahwa data listrik di DIY dapat didekomposisi menjadi 3 kelompok seperti dalam Tabel 1.



Gambar 3 Matriks W-correlation

Tabel 1 Pengelompokan Komponen Data Listrik DIY

Kelompok	Komponen	Eigentriple
1	Tren	1
2	Seasonal 1	2-3
3	Seasonal 2	4-5



Gambar 4 Data Listrik DIY yang sudah Direkonstruksi dan Residu

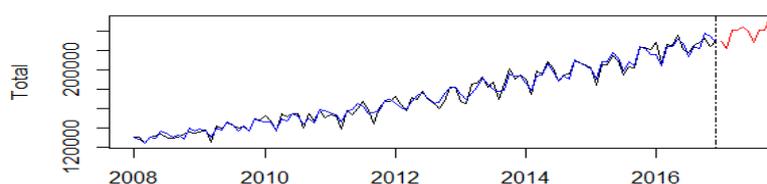
Dari Gambar 4, tren yang terbentuk memiliki bentuk tak beraturan dan dibangun oleh suatu siklus dengan panjang yang berbeda. Komponen *seasonal 1* menggambarkan siklus tahunan dan komponen *seasonal 2* menggambarkan siklus setengah tahunan sesuai dengan periode yang dihasilkan dari periodogram. Diperoleh kesimpulan pula bahwa data mengikuti pola musiman dengan periode 6. Hal ini berarti penggunaan listrik untuk periode Januari 2008 sampai dengan 2016 mengikuti pola musiman dengan periode 6 bulan.

Langkah terakhir adalah *diagonal averaging* dimana deret baru yang berupa *series* unidimensi akan dibentuk berdasarkan lima kelompok yang telah direkonstruksi pada tahap *grouping*. Tabel 2 menunjukkan hasil dari langkah *diagonal averaging*, data asli dan *residual* yang terbentuk.

Tabel 2 Diagonal Averaging Data

Waktu	Komsumen Listrik DIY	Tren	Musiman1	Musiman2	Diagonal Averaging	Residual
Jan 2008	130.914,2	128.128,7	2.053,83	615,12	130.797,6	116,6
Feb 2008	130.345,8	128.600,3	-627,83	379,96	128.352,4	1.993,4
...
Nov 2016	224.312,0	229.449,1	5.924,89	-1.156,37	234.217,6	-9.905,6
Dec 2016	229.479,0	230.455,1	-566,82	-1.433,31	228.455,0	1.024,0

Gambar 5 menggambarkan grafik dari data listrik (warna hitam) dan data hasil rekonstruksi (warna biru). Tampak bahwa pola data rekonstruksi SSA mengikuti pola data listrik DIY.



Gambar 5 Grafik Data Listrik DIY vs Rekonstruksi SSA

Selanjutnya akan dilakukan evaluasi model peramalan SSA-LRF yang diperoleh berdasarkan data *in-sample* dengan meramalkan 12 periode kedepan dan membandingkan hasil ramalan dengan data out sampel. Peramalan dengan menggunakan SSA membutuhkan koefisien LRF sebagai bobot pengali data sebelumnya. Diperoleh nilai hasil peramalan dengan menggunakan SSA pada Tabel 3. Nilai kesalahan ramalan dapat di lihat pada Tabel 4.

Tabel 3 Ramalan Data Listrik dan Data *Out-Sample*

Tahun	Bulan	Data listrik DIY	Hasil Peramalan	Tahun	Bulan	Data listrik DIY	Hasil Peramalan
2017	Januari	224693	225625.1	2018	Januari	230164	237705.7
	Februari	204834	214515.7		Februari	211850	229092.1
	Maret	230472	242090.1		Maret	241465	255847.7
	April	226027	245076.5		April	242983	265627.2
	Mei	235157	242039.9		Mei	249244	255980.2
	Juni	221078	208786.4		Juni	222548	250397.8
	Juli	221821	228813.6		Juli	230703	249918.3
	Agustus	228392	237649		Agustus	229673	241635.5
	September	225992	250851.3		September	234298	245424
	Oktober	242897	251852.1		Oktober	259022	265810.6
	November	231172	252649.8		November	252448	268127.7
	Desember	231946	242514.6		Desember	252652	260002.4

Tabel 4 RMSE, MAPE dan MAE Peramalan Data Listrik DIY dengan SSA-LRF

Data	RMSE	MAPE (%)	MAE
<i>In-sample</i>	4.160,12	1,91	3.373,25

<i>Out-sample</i>	14.539,53	5,61	12.961,90
-------------------	-----------	------	-----------

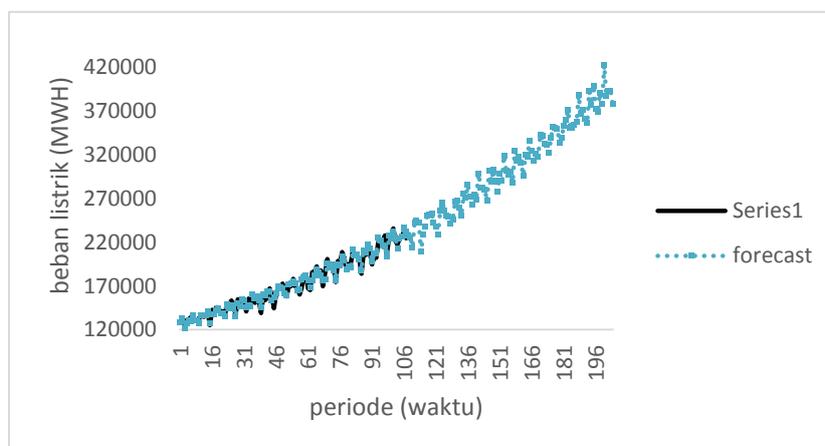
Dari kesalahan ramalan menggunakan SSA-LRF pada Tabel 4, menunjukkan bahwa kesalahan out-sampel lebih besar dibandingkan kesalahan pada in-sampel. Untuk itu, sebaiknya model peramalan ini tidak digunakan untuk meramalkan jangka panjang. Tabel 5 berikut ini hasil ramalan untuk beban listrik DIY dari Januari 2019 sampai Desember 2024.

Tabel 5 Ramalan Beban Listrik Bulanan (MWH) di DIY

2019	2020	2021	2022	2023	2024
Jan	250636.0	Jan	266922.5	Jan	288447.5
Feb	275602.5	Feb	301921.9	Feb	324427.1
Mar	271095.3	Mar	289647.1	Mar	313226.2
Apr	285330.1	Apr	303075.9	Apr	318241.8
Mei	272246.9	Mei	290743.6	Mei	311150.2
Jun	262792.9	Jun	277628.4	Jun	296298.3
Jul	273823.6	Jul	298100.7	Jul	320366.8
Agu	268648.1	Agu	290108.7	Agu	318360.8
Sep	298778.9	Sep	319451.8	Sep	336272.9
Okt	282425.2	Okt	301768.2	Okt	325248.4
Nov	282686.8	Nov	297053.3	Nov	313531.7
Des	280168.2	Des	300692.9	Des	320740.7
Jan		Jan	288447.5	Jan	317485.9
Feb		Feb	324427.1	Feb	343287.6
Mar		Mar	313226.2	Mar	341292.1
Apr		Apr	318241.8	Apr	333115
Mei		Mei	311150.2	Mei	331267.7
Jun		Jun	296298.3	Jun	321792
Jul		Jul	320366.8	Jul	339523.6
Agu		Agu	318360.8	Agu	351939.7
Sep		Sep	336272.9	Sep	350759.7
Okt		Okt	325248.4	Okt	349148.5
Nov		Nov	313531.7	Nov	334434.4
Des		Des	320740.7	Des	338983.8
Jan		Jan	288447.5	Jan	353244
Feb		Feb	324427.1	Feb	359491.6
Mar		Mar	313226.2	Mar	371086.5
Apr		Apr	318241.8	Apr	350353.5
Mei		Mei	311150.2	Mei	350422.9
Jun		Jun	296298.3	Jun	354080.2
Jul		Jul	320366.8	Jul	357428.3
Agu		Agu	318360.8	Agu	388144.7
Sep		Sep	336272.9	Sep	366397.5
Okt		Okt	325248.4	Okt	371958.5
Nov		Nov	313531.7	Nov	361061.8
Des		Des	320740.7	Des	356933.9
Jan		Jan	288447.5	Jan	392641.7
Feb		Feb	324427.1	Feb	376815
Mar		Mar	313226.2	Mar	399351
Apr		Apr	318241.8	Apr	372352.1
Mei		Mei	311150.2	Mei	368887.3
Jun		Jun	296298.3	Jun	390888.4
Jul		Jul	320366.8	Jul	377578.3
Agu		Agu	318360.8	Agu	422469.4
Sep		Sep	336272.9	Sep	386741.4
Okt		Okt	325248.4	Okt	392548.8
Nov		Nov	313531.7	Nov	392556.7
Des		Des	320740.7	Des	377904.5

Performa ramalan di tunjukkan pada Gambar 6. Dari gambar tersebut terlihat adanya kecenderungan kenaikan beban listrik bulanan di DIY.

Dari penelitian-penelitian terdahulu, Fitriani dkk (2015) menggunakan metode hybrid autoregressive integrated moving average-neural network untuk meramalkan beban puncak pemakaian listrik Jawa Tengah dan Daerah Istimewa Yogyakarta, diperoleh model terbaik dengan *mean square error* (MSE) 188.330,694. Nugraheni (2015) juga telah memodelkan peramalan kebutuhan listrik bulanan di DIY menggunakan metode fuzzy radial basis function neural network berdasarkan data dari Januari 2007 sampai Desember 2015 dengan MAPE 7,94% untuk data *in-sample* dan 9,73% untuk *out-sample*. Peramalan beban listrik tahunan di DIY menggunakan neural network backpropagation menghasilkan *mean absolut deviation* 961.750 KWH (Pratama, 2016).



Gambar 6 Plot Ramalan vs Data Asli

5. KESIMPULAN

Dari penelitian ini diperoleh kesimpulan bahwa metode SSA-LRF merupakan salah satu metode alternatif yang bisa digunakan untuk memprediksi besarnya konsumsi beban listrik di Yogyakarta dengan MAPE 1,91% pada *in-sampel* dan 5,61% pada *out-sampel*. Sedangkan hasil ramalan untuk tahun 2019 sampai 2024 di tunjukkan pada Tabel 5 dan di gambarkan pada Gambar 6.

DAFTAR PUSTAKA

- Afsar, R. dan Bigdeli. 2011. Data Analysis and Short Term Load Forecasting in Iran Electricity Market Using Singular Spectral Analysis (SSA). *Energy*, Vol.36, hal. 2620-2627.
- Dafroni, L.P., Suyono, H., dan Hasanah, R. N. 2015. Peramalan Beban Listrik Daerah Istimewa Yogyakarta Tahun 2015-2025 dengan Metode Ekonometrik. *Jurnal Mahasiswa TEUB*, Vol. 3, No. 5.
- Elsner, J.B. dan Tsonis, A.A. 1996. *Singular Spectrum Analysis, A New Tool in Time Series Analysis*. Springer Publisher.
- Fitriani, B. E., Ispriyanti, D., dan Prahutama, A. 2015. Peramalan Beban Pemakaian Listrik Jawa Tengah dan Daerah Istimewa Yogyakarta dengan Menggunakan Hybrid ARIMA-NN. *Journal Gaussian*, Vol. 4, No.4, hal. 745–754.
- Ghil, M. dan Vautard, R. 1991. Interdecadal Oscilations and the Warming Trend in Global Temperature Time Series. *Nature*, Vol. 350, pp. 324–327.
- Golyandina, N.E. dan Korobeynikov, A. 2014. Basic Singular Spectrum Analysis and Forecasting with R. *Computational Statistics & Data Analysis*.
- Golyandina, N. Nekrutkin, V. Zhigljavsky, A. 2001. *Analysis of Time Series Structure:SSA and Related Techniques*. Chapman and Hall/CRC. United States of America.
- Golyandina, N.E. dan Zhigljavsky, A. 2013. *Singular Spectrum Analysis for Time Series*. SpringerBriefs in Statistics.
- Harmawan, S. 2013. *Peramalan Beban Listrik Harian Jawa Tengah dan Daerah Istimewa Yogyakarta Menggunakan Metode Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*. Skripsi UGM. Yogyakarta.
- Hassani, H. 2007. Singular Spectrum Analysis: Methodology and Comparison. *Journal of Data Science*. Vol. 5, hal. 239–257.
- Hassani, H. 2009. *Development of The Theoretical and Methodological Aspect of The Singular Spectrum Analysis and Its Application for Analysis and Forecasting of Economics Data*. Disertasi. Cardiff University. Inggris Raya.
- Lubis, D.A. Johra, M.B. dan Darmawan, G. 2017. Peramalan Indeks Harga Konsumen dengan Metode Singular Spectrum Analysis (SSA) dan Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA). *Jurnal Matematika "MANTIK"*, Vol. 3, No. 2, hal. 74–82.

- Nugraheni, R.A. 2017. *Model Fuzzy Radial Basis Function Neural network Untuk Peramalan Kebutuhan Listrik di Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta*. Skripsi. Universitas Negeri Yogyakarta.
- Pamungkas, W.P. 2013. *Peramalan Beban Listrik Harian Jawa Tengah dan Daerah Istimewa Yogyakarta Menggunakan Metode Double Seasonal Eksponensial Smoothing*. Skripsi UGM. Yogyakarta.
- Pratama, R.A. dan Anifah, L. 2016. Peramalan Beban Listrik Jangka Panjang Propinsi D.I Yogyakarta Menggunakan Neural Network Backpropagation. *Jurnal Teknik Elektro*, Vol. 5, No. 3, hal. 0–47.
- Ringwood, J. V. dan Bofelli, D. 2001. Forecasting Electricity Demand on Short, Medium, and Long Time Scales Using Neural Networks. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. Vol. 31, hal. 129-147.
- Rosmalawati, M. A., Handoko, B., Sunengsih, N., dan Darmawan, G. 2014. Automatisasi Grouping pada Singular Spectrum Analysis (SSA). *Proceeding Seminar Nasional Statistika UNPAD*.
- Setiawan, H. 2014. Konversi BBM ke BBG : Belajar dari Pengalaman. *Info Risiko Fiskal Edisi 1*.
- Vautard, R. dan Ghil, M. 1989. Singular Spectrum Analysis in Nonlinear Dynamics with Applications to Paleoclimatic Time Series. *Physica D : Nonlinear Phenomena*. Vol. 35, hal. 395–424.
- Vautard, R., Yiou, P., dan Ghil, M. 1992. Singular Spectrum Analysis : A Toolkit for Short, Noisy Chaotic Signals. *Physica D:Nonlinear Phenomena*. Vol. 1–4, hal. 95–126.
- Weron, R. dan Misiorek, A. 2008. Forecasting Spot Electricity Prices : A Comparison of Parametrik Time Series Models. *International Journal of Forecasting*. Vol. 24, hal. 744–763.