

MODEL PENYUSUTAN DARAB JUMLAH PESERTA ASURANSI PADA ASURANSI JIWA

Sunarsih¹, Meidar Sakinata²

¹Program Studi Matematika FMIPA UNDIP

²Alumni Program Studi Matematika FMIPA UNDIP

Abstract

Multiple decrement model in life insurance is a decrement model where the decrement of amount participants of insurance do not only because of just one cause of decrement but because of two or more causes of decrement, so that can provide various benefit in one policy of insurance program. In this paper, using two causes of decrement, that is disability and death. In construction of a multiple-decrement table, can be associated from the tables of single-decrement which have known. The number of premium payments for life insurance depends on what kind of insurance program that have been taken. A life insurance, the number of premium depends on of age, even though on term insurance, except age is policy time period.

Keywords: Insurance, Multiple Decrement Model

1. Pendahuluan

Setiap orang dalam kehidupannya memiliki resiko-resiko, antara lain resiko kematian (*loss in life*), resiko hari tua (*maturity age*), resiko cacat badan (*disability, incapacity, invalidity*). Resiko tersebut diatas merupakan sebagian penyebab penurunan jumlah peserta asuransi. Penyebab penurunan ini disebut dengan *decrement* atau penyusutan dan dilihat dari modelnya terdapat dua model yaitu model penyusutan tunggal dan model penyusutan darab (*multiple decrement*)^[5]. Untuk membentuk *double decrement table* dilakukan dengan menggabungkan *single decrement* dengan asumsi konstan^[2]. Model *multiple decrement* selanjutnya disebut penyusutan darab yaitu suatu model penyusutan yang disebabkan oleh dua atau lebih faktor yang dapat saling mempengaruhi, sebagai contoh adalah penyusutan yang tidak disebabkan oleh kematian saja, mungkin juga cacat. Sedangkan model penyusutan tunggal lebih banyak dikenal, yaitu suatu model penyusutan atau penurunan yang disebabkan oleh satu faktor saja, sebagai contoh, penyusutan yang disebabkan oleh kematian.

2. Asuransi Jiwa

Asuransi jiwa merupakan suatu bentuk kerjasama dari sejumlah orang yang ingin menghindarkan atau memperkecil resiko yang antara lain diakibatkan oleh: resiko kematian (*loss in life*) baik secara alamiah (*natural death*) maupun karena kecelakaan (*accidentally death*) atau karena diserang penyakit, resiko hari tua (*maturity age*), yaitu merosotnya kesehatan dan kemampuan fisik sehingga merosot atau hilang kemampuan menghasilkan, resiko cacat badan (*disability, incapacity, invalidity*) disebabkan oleh kecelakaan atau penyakit sehingga merosot atau hilang kemampuan fisik untuk menghasilkan^[7].

Beberapa simbol yang digunakan pada perhitungan asuransi jiwa adalah:

- l_x adalah jumlah orang hidup usia tepat x tahun
- d_x adalah jumlah orang yang meninggal antara usia x dan $x+1$ tahun

- ${}_n p_x$ adalah peluang seseorang yang berusia x tahun akan hidup mencapai usia $x+n$ tahun, dengan

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} \quad (1)$$

- ${}_n q_x$ adalah peluang seseorang yang berusia x tahun akan meninggal sebelum usia $x+n$ tahun

Untuk menyederhanakan perhitungan, dibuatlah simbol komutasi atau simbol perantara sebagai berikut [6]:

$$D_x = v^x \cdot l_x \quad (2)$$

$$v = \frac{1}{1+i} = (1+i)^{-1}, \text{ dengan } i \text{ adalah tingkat suku bunga dalam 1 tahun} \quad (3)$$

$$N_x = \sum_{i=0}^{\infty} D_{x+i} = D_x + D_{x+1} + \dots + D_w \quad (4)$$

$$S_x = \sum_{i=0}^w N_{x+i} = N_x + N_{x+1} + \dots + N_w \quad (5)$$

$$C_x = v^{x+1} \cdot d_x \quad (6)$$

$$M_x = \sum_{i=0}^{\infty} C_{x+i} = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w \quad (7)$$

$$R_x = \sum_{i=0}^w M_{x+i} = M_x + M_{x+1} + \dots + M_w \quad (8)$$

dengan w adalah usia tertinggi yang dicapai.

Dalam asuransi jiwa pembayaran premi biasanya dilakukan secara berkala. Pembayaran secara berkala disini dinamakan anuitas [3].

- Anuitas seumur hidup adalah pembayaran berkala selama orang tersebut masih hidup. Nilai tunai anuitas awal seumur hidup bagi seorang berusia x tahun sebesar 1 satuan setiap tahun adalah:

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \quad (9)$$

- Anuitas berjangka adalah pembayaran berkala dalam jangka waktu tertentu, misal n tahun.

Nilai tunai anuitas awal berjangka bagi seorang berusia x tahun, pembayaran paling lama n tahun adalah:

$$\ddot{a}_{x:n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \quad (10)$$

Untuk membayar berapa besar santunan yang harus dibayarkan perusahaan asuransi kepada ahli waris digunakan perumusan:

- Asuransi seumur hidup yaitu asuransi yang memberikan santunan kepada ahli waris pada akhir tahun kematian tertanggung. Premi tunggal bersihnya adalah:

$$A_x = \frac{M_x}{D_x} \quad (11)$$

- b. Asuransi berjangka, yaitu asuransi yang memberikan santunan kepada ahli waris apabila tertanggung meninggal dalam jangka waktu, misal n tahun, maka premi tunggal bersihnya:

$$A'_{x:n|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \quad (12)$$

3. Model Penyusutan Darab

Model penyusutan darab, merupakan model penyusutan dimana penyusutan tidak hanya disebabkan oleh satu sebab saja, misalkan kematian, namun mungkin juga disebabkan oleh cacat, maupun sebab-sebab yang lain. Pada model penyusutan tunggal, tidak menyediakan model matematika untuk polis dengan berbagai manfaat. Sedangkan model penyusutan darab, dikembangkan untuk menyediakan kerangka pembelajaran untuk banyak sistem pengaman keuangan. Sebagai contoh, banyak polis asuransi jiwa yang sering menyediakan santunan khusus jika kematian disebabkan oleh kecelakaan atau jika terjadi cacat pada peserta asuransi ^[1].

Beberapa contoh dari model penyusutan darab:

1. Keanggotaan dari rencana pensiun: terdapat beberapa faktor yang menyebabkan anggota boleh dihentikan dari keanggotaan, antara lain, apabila anggota itu meninggal, mengundurkan diri (pindah kerja), cacat, ataupun dipecat. Beberapa faktor tersebut dapat terjadi pada saat yang sama dan mungkin keanggotaan dihentikan pada kejadian pertama dari empat faktor tersebut.
2. Asuransi jiwa perorangan: suatu polis asuransi dapat dihentikan jika anggota asuransi tersebut meninggal atau menyerahkan polisnya.
3. Asuransi kesehatan: beberapa asuransi menyediakan pembayaran santunan secara periodik pada anggotanya, jika mereka setuju dengan pengertian cacat yang tertera diatas polis. Pembayaran santunan pada anggota akan dihentikan apabila anggota tersebut meninggal atau sembuh dari cacatnya.
4. Perencanaan kesehatan masyarakat: pada suatu analisis mortalitas mengenai penyebab kematian, masing-masing penyebab kematian utama dapat dijelaskan menjadi beberapa faktor penyebab terpisah. Sebagai contoh, penyebab kematian dapat dikarenakan oleh (i) kecelakaan dan kekerasan, (ii) kanker, (iii) penyakit kardiovaskular, (iv) penyakit oleh infeksi, dan (v) lainnya ^[1].

Beberapa simbol yang digunakan yang berhubungan dengan model penyusutan darab pada perhitungan asuransi jiwa adalah:

- $d_x^{(T)}$ adalah jumlah orang yang mengalami penyusutan di antara usia x dan $(x+1)$ yang diakibatkan oleh penyusutan (1), sebab penyusutan (2), ... , sebab penyusutan (m).
- $d_x^{(k)}$ adalah jumlah orang yang mengalami penyusutan diantara usia x dan $(x+1)$, dimana diakibatkan oleh sebab penyusutan (k).
- $l_x^{(T)}$ adalah jumlah orang yang hidup pada usia x tahun dan akan mengalami penyusutan yang diakibatkan oleh sebab penyusutan (1), (2), ... , (m).
- $p_x^{(T)}$ adalah peluang seseorang berusia x akan tetap berada didalam kumpulan orang-orang berusia x paling sedikit satu tahun.

$$p_x^{(T)} = \frac{l_{x+1}^{(T)}}{l_x^{(T)}} \quad (13)$$

- $q_x^{(k)}$ adalah peluang seseorang berusia x akan meninggalkan (keluar) dari kumpulan orang – orang berusia x dalam 1 tahun, diakibatkan oleh sebab penyusutan (k), dengan

$$q_x^{(k)} = \frac{d_x^{(k)}}{l_x^{(T)}} \tag{14}$$

Jumlah laju penyusutan (*force of decrement*) pada usia x , didefinisikan sebagai^[4]:

$$\mu_x^{(T)} = -\frac{1}{l_x^{(T)}} \cdot \frac{dl_x^{(T)}}{dx} = -\frac{d \ln l_x^{(T)}}{dx} \tag{15}$$

$\mu_x^{(T)}$ merupakan representasi laju penyusutan dari semua sebab penyusutan. Berikut ini merupakan penurunannya seperti pada penyusutan tunggal,

$$l_x^{(T)} = l_0^{(T)} e^{-\int_0^x \mu_y^{(T)} dy}, \quad {}_n q_x^{(T)} = 1 - e^{-\int_0^n \mu_{x+t}^{(T)} dt}$$

Laju penyusutan untuk sebab penyusutan k didefinisikan sebagai berikut :

$$\mu_x^{(k)} = -\frac{1}{l_x^{(T)}} \cdot \frac{dl_x^{(k)}}{dx} \tag{16}$$

4. Pembentukan Tabel Penyusutan

Tabel penyusutan darab dapat dibentuk, apabila diketahui tabel penyusutan tunggal, dengan diketahui bahwa:

$$\begin{aligned} \mu_x^{(T)} &= \sum_{k=1}^m \mu_x^{(k)} \\ &= \mu_x^{(1)} + \mu_x^{(2)} + \dots + \mu_x^{(m)} \end{aligned} \tag{17}$$

Pada tabel penyusutan darab, jika $q_x^{(k)}$ yang merupakan peluang penyusutan dari tabel penyusutan tunggal dengan sebab penyusutan (k), dikalikan dengan $l_x^{(T)}$, maka

$$l_x^{(T)} \cdot q_x^{(k)} > d_x^{(k)}$$

Untuk mendapatkan perumusan $q_x^{(k)}$, adalah sebagai berikut :

$$q_x^{(k)} = \int_0^1 {}_t p_x^{(T)} \cdot \mu_{x+t}^{(k)} dt \tag{18}$$

Untuk sebab penyusutan (1), menjadi

$$\begin{aligned} q_x^{(1)} &= \int_0^1 {}_t p_x^{(T)} \cdot \mu_{x+t}^{(1)} dt \\ &= \int_0^1 \frac{{}_t p_x^{(T)}}{{}_t p_x^{(1)}} \cdot {}_t p_x^{(1)} \cdot \mu_{x+t}^{(1)} dt \\ &\approx q_x^{(1)} \int_0^1 \frac{{}_t p_x^{(T)}}{{}_t p_x^{(1)}} \cdot dt \\ &= q_x^{(1)} \int_0^1 {}_t p_x^{(2)} \cdot {}_t p_x^{(3)} \cdot \dots \cdot {}_t p_x^{(m)} dt \end{aligned}$$

dengan diasumsikan penyusutan pada tabel penyusutan tunggal dalam satu tahun mempunyai distribusi seragam (*uniform distribution of decrements*)^[5] dengan,

$${}_t q_x^{(k)} = t \cdot q_x^{(k)}$$

maka

$$\begin{aligned}
 q_x^{(1)} &\approx q_x^{(1)} \int_0^1 p_x^{(2)} \cdot p_x^{(3)} \cdot \dots \cdot p_x^{(m)} dt \\
 &= q_x^{(1)} \cdot \int_0^1 [1 - q_x^{(2)}] \cdot [1 - q_x^{(3)}] \cdot \dots \cdot [1 - q_x^{(m)}] \cdot dt \\
 &= q_x^{(1)} \cdot \int_0^1 [1 - t \cdot q_x^{(2)}] \cdot [1 - t \cdot q_x^{(3)}] \cdot \dots \cdot [1 - t \cdot q_x^{(m)}] \cdot dt \\
 &= q_x^{(1)} \cdot \int_0^1 [1 - t \cdot \sum_{k \neq 1} q_x^{(k)} + t^2 \cdot \sum_{k \neq 1} \sum_{l > k} q_x^{(k)} \cdot q_x^{(l)} - \dots] dt \\
 &\approx q_x^{(1)} \cdot [1 - \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \neq 1} q_x^{(k)} + \frac{1}{3} \cdot \sum_{k \neq 1} \sum_{l > k} q_x^{(k)} \cdot q_x^{(l)} - \dots]
 \end{aligned}$$

Untuk 2 (dua) sebab penyusutan, maka

$$q_x^{(1)} = q_x^{(1)} \cdot [1 - \frac{1}{2} q_x^{(2)}] \tag{19}$$

$$q_x^{(2)} = q_x^{(2)} \cdot [1 - \frac{1}{2} q_x^{(1)}] \tag{20}$$

dengan mensubstitusikan persamaan (19) ke dalam persamaan (20), dan sebaliknya, sehingga

$$q_x^{(1)} = \frac{q_x^{(1)} (1 - \frac{1}{2} q_x^{(2)})}{1 - \frac{1}{4} q_x^{(1)} q_x^{(2)}} \tag{21}$$

$$q_x^{(2)} = \frac{q_x^{(2)} (1 - \frac{1}{2} q_x^{(1)})}{1 - \frac{1}{4} q_x^{(1)} q_x^{(2)}} \tag{22}$$

5. Model Penyusutan Darab pada Asuransi Jiwa

Untuk menyederhanakan perhitungan, diperlukan simbol komutasi atau simbol perantara sebagai berikut:

- $D_x^{(T)} = v^x \cdot l_x^{(T)}$ (23)

- $N_x^{(T)} = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t}^{(T)}$ (24)

- $C_x^{(k)} = v^{x+1} \cdot d_x^{(k)}$ (25)

- $M_x^{(k)} = \sum_{t=0}^{\infty} C_{x+t}^{(k)}$ (26)

Dalam asuransi jiwa pembayaran premi biasanya dilakukan secara berkala, pembayaran secara berkala disini dinamakan anuitas^[3]. Anuitas pada penyusutan darab dapat didefinisikan:

- a. Anuitas seumur hidup pada model penyusutan darab adalah suatu rangkaian pembayaran sebesar Rp.1,- yang dilakukan tiap tahun, dimana pembayaran berlangsung selama anggota tersebut masih didalam kumpulan. Nilai tunai anuitas awal seumur hidup bagi seorang berusia x tahun sebesar 1 satuan setiap tahun adalah:

$$\ddot{a}_x^{(T)} = \frac{N_x^{(T)}}{D_x^{(T)}} \quad (27)$$

- b. Anuitas sementara pada model penyusutan darab adalah serangkaian pembayaran sebesar Rp.1,- secara berkala dan paling lama n tahun, asalkan anggota tersebut masih berada dalam kumpulan. Nilai tunai anuitas awal berjangka bagi seorang berusia x tahun, pembayaran paling lama n tahun adalah:

$$\ddot{a}_{x:n}^{(T)} = \frac{N_{x+1}^{(T)} - N_{x+n+1}^{(T)}}{D_x^{(T)}} \quad (28)$$

Untuk membayar berapa besar santunan yang harus dibayarkan perusahaan asuransi kepada ahli waris digunakan perumusan:

- a. Asuransi seumur hidup pada model penyusutan darab dinotasikan dengan $A_x^{(k)}$ adalah asuransi seumur hidup sebesar Rp.1,- untuk seseorang berusia x, yang berarti bila x meninggalkan kumpulan dikarenakan penyusutan (k) maka ahli warisnya akan menerima pembayaran sebesar Rp.1,- pada akhir tahun x meninggalkan kumpulan. Perhitungan $A_x^{(k)}$ adalah sebagai berikut:

$$A_x^{(k)} = \frac{M_x^{(k)}}{D_x^{(T)}} \quad (29)$$

- b. Asuransi berjangka (n tahun) pada model penyusutan darab yang dinotasikan dengan $A_{x:n}^{(k)}$ adalah asuransi yang membayar pada ahli waris apabila orang yang diasuransikan mengalami penyusutan (k) dalam jangka waktu yang ditentukan. Namun apabila sampai jangka waktu asuransi, tertanggung tidak mengalami penyusutan (k), maka tidak ada pembayaran.

Perhitungan $A_{x:n}^{(k)}$ adalah sebagai berikut:

$$A_{x:n}^{(k)} = \frac{M_x^{(k)} - M_{x+n}^{(k)}}{D_x^{(T)}} \quad (30)$$

6. Contoh Penerapan

Musibah seseorang tidak dapat diramalkan dengan tepat kapan terjadinya. Musibah tersebut dapat berupa penyakit, kecelakaan yang mengakibatkan cacat ataupun kematian. Menyadari hal tersebut, seorang pemuda berusia 25 tahun hendak mengikuti program asuransi. Perusahaan menawarkan santunan-santunan sebagai berikut:

- Apabila terjadi kematian(*de*), maka ahli waris akan mendapatkan santunan sebesar Rp.35.000.000,00.
- Apabila mengalami cacat(*ds*), maka tertanggung mendapat santunan sebesar Rp.30.000.000,00.

Pembayaran premi dilakukan 10 kali pada setiap permulaan tahun. Perusahaan menawarkan bunga 6%/tahun (lihat lampiran) dengan memberikan alternatif program asuransi adalah:

- Asuransi seumur hidup
- Asuransi berjangka 35 tahun

Oleh karena itu besar premi bersih dari ke-2 alternatif program asuransi tersebut dapat dihitung sebagai berikut:

- Besarnya pembayaran premi jika mengikuti program asuransi seumur hidup dapat dihitung dengan cara sebagai berikut :

Misalkan besarnya pembayaran premi atau besar pembayaran cicilan tiap tahun adalah B rupiah dan dibayarkan selama 10 kali pada setiap permulaan tahun. Sehingga didapatkan persamaan:

$$B \cdot \ddot{a}_{25:10}^{(T)} = 35 \cdot 10^6 \cdot A_{25}^{(de)} + 30 \cdot 10^6 \cdot A_{25}^{(ds)}$$

$$B \cdot \left[\frac{N_{25}^{(T)} - N_{35}^{(T)}}{D_{25}^{(T)}} \right] = \left[35 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(de)}}{D_{25}^{(T)}} \right] + \left[30 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(ds)}}{D_{25}^{(T)}} \right]$$

$$B = \left[35 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(de)}}{D_{25}^{(T)}} + 30 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(ds)}}{D_{25}^{(T)}} \right] \cdot \left[\frac{D_{25}^{(T)}}{N_{25}^{(T)} - N_{35}^{(T)}} \right]$$

Nilai komutasi yang digunakan adalah nilai komutasi yang terdapat pada tabel penyusutan ganda pada lampiran yang dibentuk dari penggabungan tabel *1952 US Disability Benefit 5, Age Nearest* dengan tabel *1941 US CSO Basic, Age Nearest, Male & Female*, maka

$$B = \left[35 \cdot 10^6 \cdot \frac{2246,05}{21611,55} + 30 \cdot 10^6 \cdot \frac{756,67}{21611,55} \right] \cdot \left[\frac{21611,55}{331758,95 - 165211,66} \right]$$

$$B = 608306,8058 \approx 608307$$

Jadi dengan membayar sebesar Rp. 608.307,- tiap awal tahun selama sepuluh tahun, dapat mengikuti program asuransi seumur hidup dan apabila terjadi kematian atau cacat, santunan akan diberikan pada akhir tahun kejadian.

2. Besarnya pembayaran premi jika mengikuti program asuransi berjangka 35 tahun dapat dihitung dengan cara sebagai berikut :

Misalkan besarnya pembayaran premi atau besar pembayaran cicilan tiap tahun adalah B rupiah dan dibayarkan selama 10 kali pada setiap permulaan tahun. Sehingga didapatkan persamaan:

$$B \cdot \ddot{a}_{25:10}^{(T)} = 35 \cdot 10^6 \cdot A_{25:35}^{(de)} + 30 \cdot 10^6 \cdot A_{25:35}^{(ds)}$$

$$B \cdot \left[\frac{N_{25}^{(T)} - N_{35}^{(T)}}{D_{25}^{(T)}} \right] = \left[35 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(de)} - M_{60}^{(de)}}{D_{25}^{(T)}} \right] + \left[30 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(ds)} - M_{60}^{(ds)}}{D_{25}^{(T)}} \right]$$

$$B = \left[35 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(de)} - M_{60}^{(de)}}{D_{25}^{(T)}} + 30 \cdot 10^6 \cdot \frac{M_{25}^{(ds)} - M_{60}^{(ds)}}{D_{25}^{(T)}} \right] \cdot \left[\frac{D_{25}^{(T)}}{N_{25}^{(T)} - N_{35}^{(T)}} \right]$$

Nilai komutasi yang digunakan adalah nilai komutasi yang terdapat pada tabel penyusutan ganda pada lampiran yang dibentuk dari penggabungan tabel *1952 US Disability Benefit 5, Age Nearest* dengan tabel *1941 US CSO Basic, Age Nearest, Male & Female*, maka

$$B = \left[35 \cdot 10^6 \cdot \frac{2246,05 - 837,39}{21611,55} + 30 \cdot 10^6 \cdot \frac{756,67 - 163,05}{21611,55} \right] \cdot \left[\frac{21611,55}{331758,95 - 165211,66} \right]$$

$$B = 402958,8233 \approx 402959$$

Jadi dengan membayar sebesar Rp. 402.959,- tiap awal tahun selama sepuluh tahun, dapat mengikuti program asuransi berjangka 35 tahun dan apabila terjadi kematian atau cacat dalam jangka waktu tersebut, santunan akan diberikan pada akhir tahun kejadian,

namun apabila tidak terjadi kematian ataupun cacat, maka tidak mendapatkan pembayaran apapun.

7. Penutup

Dari pembahasan dapat diambil kesimpulan, bahwa model penyusutan darab, merupakan model penyusutan yang tidak hanya disebabkan oleh satu sebab penyusutan saja. Salah satu penerapannya adalah dalam asuransi jiwa, dimana terdapat program asuransi yang menawarkan jaminan apabila terjadi kematian atau cacat dalam satu paket polis asuransi. Dalam paper ini, menggunakan dua sebab penyusutan, yaitu kematian dan cacat. Dalam pembentukan tabel penyusutan darab, dapat dilakukan dengan menggabungkan tabel penyusutan tunggal yang telah diketahui. Tabel penyusutan tunggal diperoleh dengan menggunakan *software table manager*.

Besar premi yang dibayarkan untuk asuransi jiwa dengan penyusutan darab bergantung pada program asuransi yang diambil. Pada asuransi seumur hidup untuk seseorang yang berusia x , apabila meninggalkan kumpulan dikarenakan penyusutan (k), maka ahli warisnya akan menerima pembayaran. Sedangkan pada asuransi berjangka n tahun apabila orang yang diasuransikan mengalami penyusutan (k) dalam jangka waktu yang ditentukan, maka ahli waris akan menerima pembayaran dan apabila sampai jangka waktu asuransi, tertanggung tidak mengalami penyusutan (k), maka tidak ada pembayaran.

8. DAFTAR PUSTAKA

1. Bowers, N.L., et al., *Actuarial Mathematics*, Schaunburg, Illinois, 1997.
2. Darwis, S. and Kuslan, *On The Estimation of Double-Decrement Model*, Seminar Nasional Statistika UNISBA, 2007.
3. Jones, H.E., *Prinsip-prinsip Asuransi Jiwa, Kesehatan dan Anuitas*, Edisi Kedua, Georgia: FLMI Insurance Education Program Life Management Institute Roma Atlanta, 1999.
4. Jordan Jr, C.W., *Life Contingencies*, Second Edition, The Society of Actuaris, Chicago, 1991.
5. Ross, S. *A First Course in Probability*, Macmillan College Publishing Company, New York, 1994.
6. Sembiring, R.K., *Buku Materi Pokok Asuransi I dan Asuransi II*, Penerbit Karunika Jakarta, Universitas Terbuka, 2001.
7. Skoog, G.R. and Ciecka, J.E., Worklife Expectancy via Competing Risks/Multiple Decrement Theory with an Application to Railroad Workers, *Journal of Forensic Economics*, 2007, Vol. 19, No. 3: 243-260.

Lampiran

Nilai Komutasi , $i = 6\%$
 Pada Tabel Penyusutan dengan Dua Penyusutan
 (Kematian dan Cacat)

X	$D_x^{(T)}$	$N_x^{(T)}$	$S_x^{(T)}$	$C_x^{(de)}$	$C_x^{(ds)}$	$M_x^{(de)}$	$M_x^{(ds)}$	$R_x^{(de)}$	$R_x^{(ds)}$
25	21611.55	331758.95	4478804.56	37.59	21.59	2246.05	756.67	65706.04	17230.17
26	20332.43	310147.39	4147045.61	36.99	20.72	2208.46	735.07	63459.99	16473.51
27	19127.10	289814.96	3836898.22	36.70	20.06	2171.47	714.35	61251.53	15738.43
28	17990.88	270687.86	3547083.26	36.50	19.23	2134.77	694.29	59080.06	15024.08
29	16919.95	252696.99	3276395.39	36.36	18.59	2098.27	675.06	56945.29	14329.79
30	15910.38	235777.04	3023698.40	36.26	17.80	2061.91	656.47	54847.02	13654.74
31	14958.79	219866.66	2787921.36	36.18	17.18	2025.65	638.67	52785.11	12998.27
32	14061.73	204907.87	2568054.70	36.26	16.57	1989.47	621.48	50759.46	12359.60
33	13215.94	190846.14	2363146.83	36.32	15.97	1953.22	604.91	48769.98	11738.12
34	12418.54	177630.20	2172300.68	36.61	15.38	1916.89	588.94	46816.77	11133.21
35	11666.56	165211.66	1994670.48	36.73	15.03	1880.28	573.57	44899.87	10544.26
36	10957.36	153545.11	1829458.82	37.01	14.66	1843.56	558.54	43019.59	9970.69
37	10288.39	142587.74	1675913.71	37.32	14.38	1806.55	543.88	41176.03	9412.15
38	9657.26	132299.35	1533325.97	37.64	14.17	1769.22	529.51	39369.49	8868.27
39	9061.75	122642.10	1401026.61	38.12	14.02	1731.59	515.34	37600.26	8338.76
40	8499.63	113580.35	1278384.52	38.47	13.91	1693.47	501.32	35868.67	7823.43
41	7969.11	105080.72	1164804.17	38.94	13.75	1655.00	487.41	34175.21	7322.10
42	7468.32	97111.61	1059723.45	39.40	13.71	1616.06	473.66	32520.21	6834.69
43	6995.49	89643.29	962611.84	39.91	13.60	1576.67	459.96	30904.15	6361.03
44	6549.04	82647.80	872968.55	40.43	13.51	1536.76	446.35	29327.48	5901.08
45	6127.45	76098.76	790320.75	40.95	13.50	1496.33	432.84	27790.72	5454.72
46	5729.25	69971.32	714221.99	41.49	13.47	1455.38	419.34	26294.39	5021.88
47	5353.10	64242.07	644250.67	42.02	13.65	1413.89	405.87	24839.01	4602.54
48	4997.57	58888.97	580008.60	42.52	13.88	1371.87	392.22	23425.12	4196.67
49	4661.48	53891.40	521119.63	43.10	14.34	1329.35	378.34	22053.25	3804.45
50	4343.44	49229.92	467228.23	43.58	15.00	1286.25	364.00	20723.90	3426.12
51	4042.33	44886.48	417998.31	44.06	15.88	1242.68	349.00	19437.65	3062.12
52	3756.97	40844.15	373111.84	44.46	16.96	1198.62	333.12	18194.97	2713.12
53	3486.38	37087.18	332267.69	44.82	18.19	1154.16	316.17	16996.35	2380.00
54	3229.59	33600.80	295180.51	45.14	19.59	1109.34	297.98	15842.19	2063.83
55	2985.71	30371.21	261579.71	45.34	21.10	1064.20	278.39	14732.85	1765.85
56	2754.03	27385.49	231208.50	45.47	22.89	1018.86	257.29	13668.65	1487.46
57	2533.65	24631.46	203823.01	45.47	23.43	973.39	234.40	12649.79	1230.18
58	2325.24	22097.80	179191.55	45.36	23.83	927.92	210.97	11676.40	995.78
59	2128.35	19772.56	157093.75	45.16	24.09	882.55	187.14	10748.49	784.80
60	1942.54	17644.22	137321.18	44.80	24.27	837.39	163.05	9865.94	597.66

