

OPTIMISASI MULTIOBJEKTIF UNTUK PEMBENTUKAN PORTOFOLIO

Abdul Hoyyi¹, Dwi Ispriyanti¹

¹Staf Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

Abstract

Investing in asset such as stock; besides generate profit (return), it is also deal with a risk of loss, so that portfolio diversification is needed to reduce the risk. In the establishment of stock portfolio, the investors seeking to maximize the expected return of investment with a certain level of risk that still can be accepted. Portfolios that can achieve the above objectives called optimal portfolios. The application of multiobjective optimization on the establishment of the optimal portfolio is to maximize the return and minimize the risk at the same time. The aim of this research is to analyze the proportion of each stock in order to form an optimal portfolio and to analyze the level of benefits and risks of the portfolio which is formed in accordance with the preferences of investors. The data used are monthly stock data of ASII, TLKM, SMGR, LPKR and BBNI. The optimal portfolio for risk seeker investors is a portfolio that used coefficient $k = 0,01$, namely by investing in SMGR whilst the optimal portfolio for risk indifference investors is a portfolio which has coefficient $1 \leq k \leq 100$ namely by investing in ASII, TLKM, SMGR, LPKR, and BBNI. Whereas, the optimal portfolio for risk averse investors is a portfolio which has coefficient $k = 1000$ that is by investing in ASII, TLKM, SMGR, LPKR, and BBNI.

Keywords: Portofolio, Multi Objective Optimization

1. Pendahuluan

Investasi pada aset berisiko seperti saham tidak hanya akan menghasilkan keuntungan (*return*) tetapi juga harus menghadapi kerugian (*risk*). Tingkat pengembalian dapat diukur dari *expected return* sedangkan risiko dapat diukur dari varian atau standar deviasi. Oleh karena itu dibutuhkan adanya diversifikasi untuk mengurangi risiko. Diversifikasi portofolio diartikan sebagai pembentukan portofolio sedemikian rupa sehingga dapat mengurangi risiko portofolio tanpa mengorbankan pengembalian yang dihasilkan^[4]. Professor Harry Markowitz merupakan pencetus teori diversifikasi portofolio yang selanjutnya dikenal dengan teori diversifikasi Markowitz. Fabozzi menyatakan bahwa jika menggunakan diversifikasi Markowitz investor dapat mempertahankan tingkat pengembalian yang diharapkan dan mengurangi risiko portofolio dengan menggabungkan aktiva dengan korelasi lebih rendah. Investor diasumsikan cenderung menghindari risiko dan akan memilih portofolio yang menawarkan pengembalian tertinggi dengan tingkat risiko tertentu.

Konsep portofolio efisien Markowitz disebut juga dengan *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP). *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP) sebagai portofolio yang memiliki varian minimum diantara keseluruhan kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk^[7]. Portofolio yang mungkin adalah portofolio yang dapat dibentuk oleh investor dari aktiva yang tersedia. Pada pembentukan portofolio ada banyak situasi dimana entitas (perseorangan maupun perusahaan) menghadapi *trade-off* antara dua pilihan. "Teori pilihan" ini menjelaskan proses pembuatan keputusan dengan bantuan suatu konsep yang disebut fungsi kegunaan (*utility function*). Dalam teori portofolio, fungsi kegunaan menyatakan preferensi (pilihan) dari entitas ekonomi sehubungan dengan pengembalian dan risiko yang dihadapi^[4].

Portofolio yang optimal adalah tergantung pada preferensi investor. Weston dan Copeland membagi jenis investor menjadi tiga golongan berdasarkan preferensinya, yaitu kelompok yang senang menghadapi risiko (*risk seeker*), kelompok anti risiko (*risk averse*), dan kelompok yang acuh terhadap risiko (*risk indifference*)^[9]. Konsep portofolio yang dicetuskan oleh Markowitz merupakan optimisasi portofolio yang ditujukan untuk investor standar karena hanya mengacu pada satu penjelasan dari *return* portofolio^[8]. Duan menggunakan pendekatan multiobjektif untuk membentuk portofolio yang optimal. Multiobjektif merupakan salah satu metode optimisasi dimana pengoptimalan tidak hanya dilihat pada satu sudut pandang tetapi optimisasi berdasarkan lebih dari satu sudut pandang. Penerapan optimisasi multiobjektif pada pembentukan portofolio yang optimal adalah dengan memaksimalkan *return* dan meminimumkan risiko secara bersamaan. Investor cenderung mengharapkan portofolio yang menghasilkan *return* atau nilai pengembalian yang besar dengan risiko yang kecil. Sehingga portofolio yang optimal adalah portofolio yang dapat memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko. Optimisasi multiobjektif menawarkan beberapa alternatif investasi tergantung pada preferensi investor.

2. Tinjauan Pustaka

2.1. Return

Return merupakan pendapatan yang akan diterima jika menginvestasikan uang pada suatu aktiva finansial (saham, obligasi) atau aktiva riil (*property*, tanah)^[5]. *Return* saham dirumuskan sebagai berikut^[6]

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

dengan:

R_t = *return* saham pada periode t , $t = 1, 2, \dots, n$

p_t = harga saham pada periode t , $t = 1, 2, \dots, n$

p_{t-1} = harga saham pada periode $t-1$, $t = 1, 2, \dots, n$

Jika terdapat n (jumlah observasi) *return*, maka ekspektasi *return* dapat diestimasi dengan mean *return*, yaitu

$$\bar{R}_t = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t$$

2.2. Metode Portofolio Multiobjektif

Multiobjektif merupakan salah satu metode optimisasi dengan pengoptimalan tidak hanya dilihat pada satu sudut pandang tetapi optimisasi berdasarkan lebih dari satu sudut pandang. Penerapan optimisasi multiobjektif pada efisiensi mesin misalnya sebuah perusahaan ingin memaksimalkan hasil produksi dari mesin yang digunakan dengan meminimalkan energi yang digunakan mesin sehingga biaya produksi dapat ditekan seminimal mungkin. Dua objektif dikatakan dapat memenuhi optimisasi multiobjektif jika meningkatkan pada satu objektif dan menurunkan pada satu objektif lainnya^[1]. Optimisasi multiobjektif dapat dirumuskan sebagai berikut

Meminimumkan $f_0(\mathbf{w})$ (merupakan fungsi yang akan dioptimalkan)

dengan kendala : $f_i(\mathbf{w}) \leq 0, i = 1, \dots, m$ (m pertidaksamaan kendala)

$f_j(\mathbf{w}) = 0, j = 1, \dots, p$ (p persamaan kendala)

Kunci untuk mencapai strategi portofolio yang optimal adalah terletak pada seberapa besar investor tersebut menanamkan modal pada masing-masing aset^[3]. Sehingga variabel

penentu pada optimasi portofolio adalah vektor bobot aset $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_N)$, dengan *expected return* masing-masing aset di portofolio dituliskan dalam bentuk vektor $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_N)$. Pendekatan optimisasi multiobjektif mengkombinasikan banyak fungsi objektif $f_1(w), f_2(w), \dots, f_N(w)$ ke dalam satu fungsi objektif dengan memasukkan bobot pada masing-masing fungsi objektif. Solusinya adalah dengan meminimumkan jumlah dari fungsi bobot menggunakan metode single-objektif, yaitu

Meminimumkan $F(w) = a_1 f_1(w) + \dots + a_N f_N(w)$
 dengan $a_i > 0$ dan $i = 1, 2, \dots, N$

Teori portofolio modern mengasumsikan bahwa pada tingkat risiko yang diberikan investor cenderung untuk memaksimalkan *return*, dan pada tingkat *return* yang diberikan investor cenderung untuk meminimalkan risiko. Ada juga investor yang cenderung untuk memaksimalkan *return* tanpa memperhatikan risiko dan ada investor yang cenderung meminimalkan risiko tanpa memperhatikan *return*. Preferensi investor dapat dituliskan dalam lima model salah satunya adalah memaksimalkan *expected return* dan meminimumkan risiko^[3]

$$\begin{aligned} \text{Memaksimumkan} & : R_p = \mathbf{w}^T \mathbf{r} \\ \text{Meminimumkan} & : \sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \end{aligned} \quad (1)$$

Tujuan investasi pada Persamaan (1) adalah meminimumkan risiko portofolio $\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$ dan memaksimumkan *expected return* portofolio $R_p = \mathbf{w}^T \mathbf{r}$ adalah ekuivalen dengan meminimumkan negatif *expected return* portofolio $R_p = -\mathbf{w}^T \mathbf{r}$ dan risiko portofolio $\sigma_p^2 = \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$. Sehingga diperoleh formula untuk model (1) adalah

$$\begin{aligned} \text{Meminimumkan} & : (f_1(\mathbf{w}), f_2(\mathbf{w})) = (-\mathbf{w}^T \mathbf{r}, \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}) \\ \text{kendala} & : \mathbf{1}^T \mathbf{w} = 1 \end{aligned}$$

Optimisasi multiobjektif ini dapat diselesaikan dengan skalarisasi yang merupakan suatu teknik standar untuk menemukan poin-poin optimal untuk setiap permasalahan pengoptimuman vektor. Dengan memberikan dua koefisien pembobotan $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ untuk fungsi tujuan $f_1(\mathbf{w})$ dan $f_2(\mathbf{w})$ secara berturut-turut. Diberikan $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = k > 0$ sehingga diperoleh penyelesaian optimal dari permasalahan optimisasi vektor yaitu

$$\begin{aligned} \text{Meminimumkan} & : -\mathbf{w}^T \mathbf{r} + k \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \\ \text{kendala} & : \mathbf{1}^T \mathbf{w} = 1 \end{aligned}$$

Koefisien pembobot k menunjukkan seberapa besar seorang investor mengambil risiko atas *expected return*. Seorang investor dapat mempertimbangkan k sebagai konstanta atau indeks *risk aversion* (menghindari risiko) yang mengukur toleransi risiko dari seorang investor. Nilai k yang kecil mengindikasikan bahwa investor tersebut termasuk investor yang suka terhadap risiko (*risk seeking*), semakin besar nilai k mengindikasikan bahwa investor tersebut semakin menghindari risiko (*risk averse*)^[3].

Jika k mendekati 0 maka variansi portofolio $k \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \rightarrow 0$ (akan menuju nol) dan fungsi sarannya didominasi oleh *expected return* $-\mathbf{w}^T \mathbf{r}$. Hal ini berarti investor hanya ingin memaksimalkan *expected return* tanpa memperhatikan risiko (tipe investor *risk*

seeking). Jika k mendekati ∞ maka $k \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} \rightarrow \infty$ dan fungsi sasarannya didominasi oleh variansi $k \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w}$. Hal ini berarti investor hanya ingin meminimalkan risiko tanpa memperhatikan *expected return*. Dengan memberikan berbagai nilai k dapat dihasilkan berbagai macam model optimisasi^[3].

Permasalahan optimisasi multiobjektif tersebut dapat diselesaikan dengan bantuan Fungsi Lagrange sebagai berikut

$$L = -\mathbf{w}^T \mathbf{r} + k \mathbf{w}^T \Sigma \mathbf{w} + \lambda (\mathbf{1}^T \mathbf{w} - 1) \quad (2)$$

Untuk mendapatkan penyelesaian nilai optimal terhadap \mathbf{w} , Persamaan (2) diturunkan terhadap \mathbf{w} . Sehingga diperoleh bobot sebagai berikut

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2k} \Sigma^{-1} (\mathbf{r} - \lambda \mathbf{1}) \quad (3)$$

dengan substitusi Persamaan (3) ke persamaan $\mathbf{1}^T \mathbf{w} = 1$

$$\mathbf{1}^T \left(\frac{1}{2k} \Sigma^{-1} (\mathbf{r} - \lambda \mathbf{1}) \right) = 1$$

Maka diperoleh nilai $\lambda = \frac{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{r}}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}} - \frac{2k}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}}$ (4)

Substitusikan Persamaan (4) ke Persamaan (3), sehingga diperoleh

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2k} \Sigma^{-1} \left[\mathbf{r} - \left(\frac{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{r}}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}} - \frac{2k}{\mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \right) \mathbf{1} \right] \quad (5)$$

Karena $\frac{\partial^2 L}{\partial \mathbf{w}^T \partial \mathbf{w}} = 2k \Sigma > 0$. Sehingga Persamaan (5) merupakan bobot optimal dengan k suatu tetapan ($k > 0$)

2.3. Uji Normalitas

Diagnostik normal multivariat dapat dilakukan secara visual dengan membuat plot Chi Kuadrat yaitu plot antara jarak mahalnobis ke- l (d_l^2) yang sudah terurut dengan kuantil Chi Kuadrat. Jarak mahalnobis ditentukan dengan rumus sebagai berikut $d_l^2 = (\mathbf{x}_l - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_l - \bar{\mathbf{x}})$ untuk $l=1,2,3,\dots,n$ dan \mathbf{S} adalah matriks varian-kovarian sampel *return* saham. Selain secara visual dilakukan uji formal dengan uji Kolmogorov Smirnov. Jika plot Chi Kuadrat merupakan garis lurus dan jarak mahalnobis berdistribusi Chi Kuadrat pada uji Kolmogorov Smirnov maka dapat disimpulkan bahwa data *return* saham berdistribusi normal multivariat^[2].

3. Bahan dan Metode

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data pergerakan harga saham yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia (BEI) atau *Indonesia Stock Exchange* (IDX), khususnya saham yang termasuk dalam 50 saham teraktif berdasarkan pengumuman yang dipublikasikan oleh Bursa Efek Indonesia (BEI). Objek penelitian yang digunakan adalah harga saham bulanan dari 5 saham LQ45 dari sektor yang berbeda untuk periode Juni 2009 – Juni 2014.

Saham yang dipilih sebagai objek penelitian adalah ASII (Astra International), TLKM (Telkom), SMGR (Semen Gresik), LPKR (Lippo Karawaci), dan BBNI (Bank Negara Indonesia). Pemilihan kelima saham sebagai objek penelitian berdasarkan

pertimbangan untuk menghindari pemilihan saham yang kurang aktif diperdagangkan sehingga dianggap kurang tepat sebagai indikator kegiatan pasar modal.

3.2. Metode Analisis

1. Menghitung nilai *return* dari masing-masing saham.
2. Menghitung nilai matriks varian-kovarian sampel *return* saham.
3. Menghitung nilai *expected return* dari masing-masing saham.
4. Melakukan uji normal multivariat terhadap data *return* saham.
5. Menghitung bobot masing-masing saham dengan pendekatan optimisasi multiobjektif dengan kombinasi nilai μ yang berbeda-beda.
6. Menghitung nilai pengembalian dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.

4. Hasil dan Pembahasan

Sebelum dilakukan uji normal multivariat, dilakukan perhitungan *return* masing-masing saham. Nilai *return* saham untuk 3 pengamatan pertama sebagai berikut:

Tabel 1. Nilai *Return* Masing-Masing Saham untuk 3 Pengamatan Pertama

No.	ASII	TLKM	SMGR	LPKR	BBNI
1	0,231092	0,193333	0,214286	0,059701	0,098837
2	0,029010	-0,06145	0	-0,09859	0,026455
3	0,106136	0,029762	0,058824	0,046875	0,095361

Perhitungan dilakukan sampai dengan pengamatan terakhir. Sedangkan matriks varian-kovariannya sampel *return* untuk kelima saham sebagai berikut:

$$S = \begin{pmatrix} 0,005809 & 0,001017 & 0,00394 & 0,002351 & 0,003154 \\ 0,001017 & 0,004463 & 0,00187 & 0,000536 & 0,002180 \\ 0,003940 & 0,001870 & 0,006826 & 0,002691 & 0,003428 \\ 0,002351 & 0,000536 & 0,002691 & 0,014254 & 0,003677 \\ 0,003154 & 0,002180 & 0,003428 & 0,003677 & 0,008179 \end{pmatrix}$$

Nilai *expected return* dan varian *return* untuk masing-masing saham ditulis dalam Tabel 2.

Tabel 2. Nilai *Expected Return* dan Varian *Return* Saham

Saham	<i>Expected Return</i>	Varian
ASII	0,02157344	0,005809233
TLKM	0,01042957	0,004462985
SMGR	0,02220468	0,006825608
LPKR	0,01286254	0,014253765
BBNI	0,02102974	0,008178894

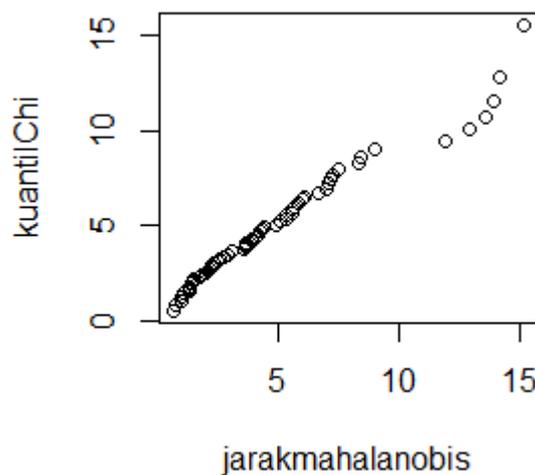
Berdasarkan Tabel 2 *expected return* terbesar terdapat pada saham SMGR dan *expeted return* saham terkecil terdapat pada saham TLKM, menunjukkan bahwa investasi yang memberikan pengembalian terbesar adalah investasi pada saham SMGR dan investasi yang menghasilkan pengembalian terkecil adalah investasi pada saham TLKM.

Nilai varian *return* saham merupakan diagonal utama dari matriks varian-kovarian *return* saham. Varian terbesar terdapat pada saham LPKR dan varian terkecil terdapat pada saham TLKM, menunjukkan bahwa investasi yang paling berisiko adalah investasi pada saham LPKR dan investasi yang berisiko rendah adalah investasi pada saham TLKM. Diagnostik secara visual untuk normal multivariat dilakukan dengan membuat Q-Q plot yang terbentuk dari jarak mahalanobis dengan nilai kuantil distribusi Chi-Kuadrat dengan derajat bebas banyaknya saham yang diinvestasikan. Nilai jarak mahalanobis dan nilai kuantil distribusi Chi-Kuadrat untuk tiga amatan pertama sebagai berikut:

Tabel 3. Jarak Mahalanobis dan Kuantil Chi-Kuadrat

No. (<i>l</i>)	Jarak Mahalanobis (d_l^2)	Kuantil Chi-Kuadrat ($\chi^2_{\alpha; (\frac{l-0.5}{n})}$)
1	0.7345583	0.5122821
2	0.7973569	0.8312116
3	1.0393502	1.0511764

Perhitungan dilakukan sampai dengan amatan terakhir. Plot antara jarak mahalanobis dan kuantil distribusi Chi-Kuadrat atau Q-Q plot sebagai berikut



Gambar 1. Plot Chi-Kuadrat

Berdasarkan plot Chi-Kuadrat pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa plot membentuk garis lurus, sehingga dapat disimpulkan bahwa data *return* saham berdistribusi normal multivariat.

Pengujian secara formal dengan $\alpha = 5\%$ menggunakan uji Kolmogorov Smirnov.
Hipotesis

$H_0 : F(d_l^2) = F_0(d_l^2)$ untuk semua nilai d_l^2 (jarak mahalanobis mengikuti distribusi Chi-Kuadrat atau data *return* saham mengikuti distribusi normal multivariat)

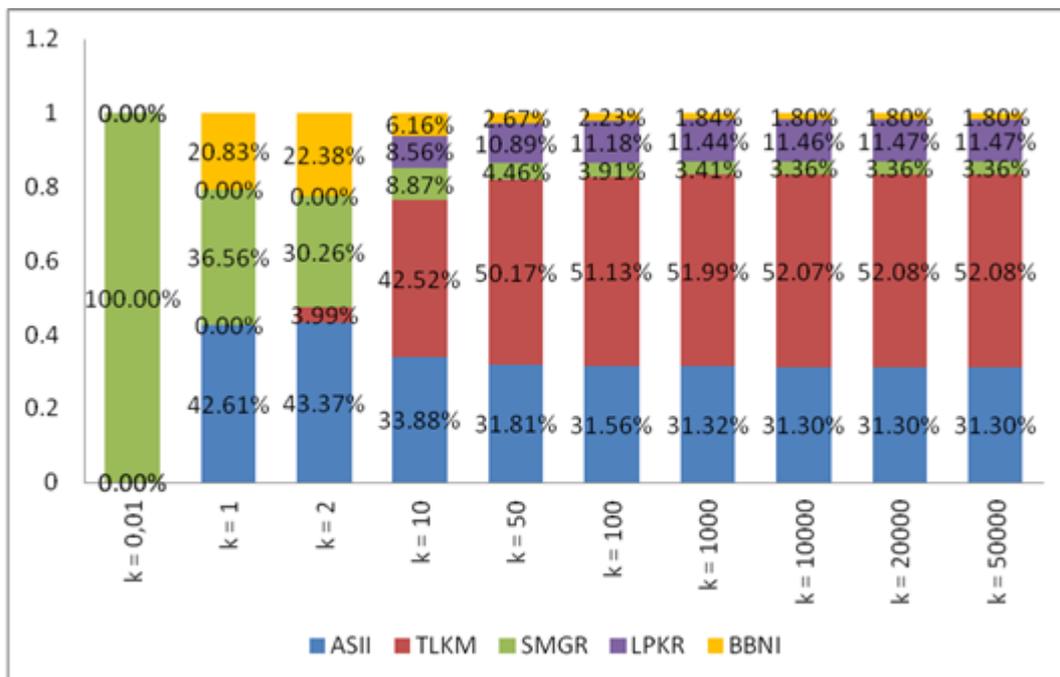
$H_1 : F(d_l^2) \neq F_0(d_l^2)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai d_l^2 (jarak mahalanobis tidak mengikuti distribusi Chi-Kuadrat atau data *return* saham tidak mengikuti distribusi normal multivariat).

Hasil perhitungan diperoleh nilai $D = 0,1091 < W_{(0,95)} = 0,017558$, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa data *return* saham berdistribusi normal multivariat.

4.2. Pembentukan Portofolio dengan Pendekatan Optimisasi Multiobjektif

Pembentukan portofolio saham dengan pendekatan optimisasi multiobjektif merupakan pembentukan portofolio optimal saham yang mempunyai *return* atau pengembalian yang besar dengan risiko yang kecil. Sehingga portofolio yang optimal adalah portofolio yang dapat memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko. Portofolio yang optimal tergantung pada preferensi investor. Investor *risk seeker* cenderung memilih untuk berinvestasi pada saham dengan risiko yang tinggi, investor *risk averse* cenderung untuk berinvestasi pada saham dengan risiko rendah, sedangkan *risk indifference* cenderung memilih risiko yang berada di tengah. Optimisasi multiobjektif menawarkan beberapa alternatif investasi tergantung pada preferensi investor.

Perhitungan bobot masing-masing saham pada pembentukan portofolio dengan pendekatan multiobjektif dibantu dengan fungsi Lagrange. Dengan meminimumkan fungsi Lagrange maka diperoleh bobot dimana koefisien pembobot k menunjukkan seberapa besar seorang investor mengambil risiko atas *expected return*. Seorang investor dapat mempertimbangkan k sebagai konstanta atau indeks *risk aversion* (menghindari risiko) yang mengukur toleransi risiko dari seorang investor. Proporsi saham pada pembentukan portofolio dengan pendekatan multiobjektif dengan koefisien pembobot k yang berbeda dapat digambarkan dalam diagram batang pada Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Komposisi Saham pada Pembentukan Portofolio dengan Pendekatan Optimisasi Multiobjektif

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa dengan menggunakan koefisien pembobot $k = 0,01$ (k mendekati nol) saham yang diinvestasikan hanyalah saham SMGR dengan proporsi semua modal diinvestasikan terhadap saham SMGR. Investasi pada semua saham SMGR cocok untuk investor dengan tipe *risk seeker*. Pada koefisien pembobot $k = 1$ proporsi saham SMGR sudah berkurang, dari 100% menjadi 36,56% dan sisanya diinvestasikan pada saham ASII dan BBNI. Dengan menggunakan koefisien pembobot

$k = 10$ proporsi saham SMGR semakin berkurang, dari 36,56% menjadi 8,87% dan sisanya diinvestasikan pada saham ASII, TLKM, LPKR, dan BBNI. Dengan menggunakan koefisien pembobot k yang semakin mendekati bilangan tak hingga maka proporsi saham yang berisiko tinggi seperti ASII, SMGR, dan BBNI mengalami penurunan.

Pada koefisien pembobot $1 \leq k \leq 100$ terjadi perubahan yang signifikan pada proporsi saham, koefisien pembobot ini cocok digunakan oleh investor tipe *risk indifference*, sedangkan pada koefisien pembobot $k > 100$ tidak terjadi perubahan yang signifikan pada proporsi saham, koefisien pembobot yang mendekati bilangan tak hingga cocok digunakan oleh investor tipe *risk averse*.

4.2. Perhitungan Keuntungan Portofolio

Tingkat keuntungan yang diharapkan dari suatu investasi merupakan *expected value* dari tingkat keuntungan tersebut. Pada studi kasus ini jika diambil contoh dengan menginvestasikan modal sebesar Rp 50.000.000,00 maka keuntungan yang diharapkan pada masing-masing portofolio dengan koefisien pembobot berbeda-beda adalah sebagai berikut

Tabel 4. Nilai *Expected Return* dan Keuntungan yang Diharapkan pada Masing-Masing Portofolio

k	<i>Expected Return</i>	Keuntungan
0,01	0,02220468	Rp 1.110.234,00
1	0,02169095	Rp 1.084.548,00
2	0,02119844	Rp 1.059.922,00
10	0,01611139	Rp 805.569,00
50	0,01504776	Rp 752.388,00
100	0,01491481	Rp 745.740,00
1000	0,01479515	Rp 739.757,00
10000	0,01478319	Rp 739.159,00
20000	0,01478252	Rp 739.126,00
50000	0,01478212	Rp 739.106,00

Berdasarkan Tabel 4 dapat dilihat bahwa tingkat keuntungan terbesar didapat pada portofolio dengan koefisien pembobot $k = 0,01$. Sedangkan tingkat keuntungan terkecil didapat pada portofolio dengan koefisien pembobot $k = 50000$.

5. Kesimpulan

Pembentukan portofolio optimal dengan pendekatan optimisasi multiobjektif dapat digunakan oleh semua tipe investor baik *risk averse*, *risk seeker* maupun *risk indifference*. Pembentukan portofolio dengan pendekatan optimisasi multiobjektif mempertimbangkan koefisien pembobot (nilai k). Pemilihan koefisien pembobot yang mendekati nol, modal dialokasikan pada semua saham yang mempunyai tingkat pengembalian paling besar, sedangkan pemilihan koefisien pembobot yang mendekati bilangan tak hingga, proporsi modal pada saham yang mempunyai varian besar akan cenderung mengecil sehingga meminimalkan risiko.

DAFTAR PUSTAKA

1. Collete, Y., Siarry, P., *Multiobjective Optimization: Principle and Case Studies*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, 2004.
2. Daniel, W. W., *Statistika Parametrik Terapan*, Alex Tri Kantjono W, Penerjemah Gramedia, Jakarta, Terjemahan dari: *Applied Nonparametric Statistics*, 1989.
3. Duan, Y. C., A Multi-objective Approach to Portfolio Optimization, *The Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal*, 2007, Vol. 8, No. 1.
4. Fabozzi, F. J., *Manajemen Investasi*, Tim Penerjemah Salemba Empat, Penerjemah Salemba Empat, Jakarta, Terjemahan dari: *Investment Management*, 1995.
5. Ghozali, I., *Manajemen Risiko Perbankan: Pendekatan Kualitatif Value at Risk (VaR)*, Badan Penerbit Universitas Diponegoro, Semarang, 2007.
6. Hardle, W., and Simar, L., *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Second Edition, Springer Berlin Heidelberg, New York, 2007.
7. Maruddani, D.A.I. dan Purbowati, A., Pengukuran *Value at Risk* pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo, *Media Statistika*, Desember 2009, Vol. 2, No. 2: 93 - 104.
8. Steuer, R. E., Qi, Y., Hirschberger, M., "Multiple Objectives in Portfolio Selection". *Journal of Financial Decision Making*, September 2005, Vol. 1, No.1.
9. Weston, J. F., Copeland T. E., *Manajemen Keuangan*. Kribrandoko, Jaka Wasana, dan Supranoto Dipokusumo, penerjemah, Erlangga, Jakarta, Terjemahan dari: *Managerial Finance*, 1986.