

MENENTUKAN POLA DEBIT RATA-RATA TAHUNAN

Sri Eko Wahyuni¹

ABSTRACT

Time series analysis applied to hydrological data is generally used to forecast the in coming series of data such that use can make use of the information to manage, control, and anticipate the posible occurence of natural phenomena. This paper applied time series analysis to discharge data at Kali Kunto, Central Java. The data shows that the annual discharge at Kali Kunto tends to follow an ARMA (1,1) to ARMA (2,2). The appropriate ARMA model can be obtained through calibration stage.

Keywords : *time series analysis, discharge pattern*

PENGANTAR

Analisis rangkaian waktu, sebagai bagian dari ilmu statistik, tersedia terutama untuk meramalkan, mengendalikan dan memanfaatkan gejala-gejala alam atau fenomena alam. Pada makalah ini akan ditinjau mengenai permasalahan dalam ilmu hidrologi, khususnya tentang pola debit rata-rata tahunan.

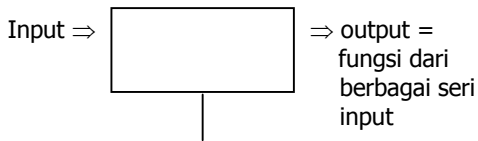
Serangkaian pengamatan suatu variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat menurut urutan kejadiannya serta disusun sebagai suatu data statistik maka data tersebut disebut sebagai data rangkaian waktu atau "*time series*". Analisis terhadap susunan data statistik semacam itu disebut analisis rangkaian waktu atau "*time series analysis*". Salah satu dari analisis rangkaian waktu diberi simbol Y_1, Y_2, \dots, Y_n dan waktu pencatatan diberi simbol W_1, W_2, \dots, W_n maka secara matematik rangkaian waktu itu dapat diformulasikan dalam persamaan sbb. :

$$Y = F.(W) \dots\dots\dots (1)$$

PEGUNAAN ANALISIS RANGKAIAN WAKTU

Penggunaan analisis rangkaian waktu atau "*time series analysis*" terutama adalah untuk:

- a. Peramalan nilai yang akan datang suatu seri berdasarkan nilai yang lalu.
- b. Penetapan "fungsi transfer" dari suatu system.



model dinamik input – output

- c. Perencanaan "*feed forward*" dan "*feed back*" dari suatu system kontrol. Suatu kesalahan/deviasi antara rencana dan kenyataan (output) yang sebenarnya dapat dipakai untuk memperbaiki performance (kompensasi).

¹ Pengajar Fakultas Teknik Jurusan Teknik Sipil Universitas Diponegoro Semarang

PERAMALAN RANGKAIAN WAKTU

Suatu data rangkaian waktu mengandung sangat banyak informasi yang dapat dipergunakan untuk meramalkan keadaan yang akan datang. Proses yang dilakukan untuk mendapatkan informasi dan melakukan peramalan disebut sebagai Peramalan Rangkaian Waktu atau "*Forecasting Time Series*". Untuk *Forecasting Time Series* tersebut diperlukan data diantaranya adalah sebagai berikut :

- data dalam jumlah yang cukup
- *short to medium term forecasting*
- data disajikan menurut waktu dari awal sampai akhir
- tidak ada data yang hilang
- proses dan cara pencatatan tetap (sama)

PENYAJIAN DATA

Cara penyajian data

Penyajian data dapat dilakukan secara tabuler atau dengan grafik, namun cara grafik lebih disukai karena dengan menggunakan grafik akan terlihat historik, *trend* dan *bhaviour* dari data sehingga dengan jelas dan mudah dapat diamati.

Konsep dasar dan pendekatan

Teknik matematik & statistik digunakan untuk mensarikan informasi, menetapkan hubungan antar data dan mengextrapolasi ramalan, di mana ada dua cara pendekatan yang dapat digunakan yaitu :

- a. *Self projecting approach*.
Peramalan dilakukan dari sifat serinya sendiri, jadi hanya ada satu seri data, di mana model ini disebut juga "*univariate method*"
- b. *Cause and effect approach*.
Ada pengaruh luar atau suatu seri akan tergantung dengan seri yang lain. Misalnya debit di hilir akan dipengaruhi oleh debit di hulu. Contoh paling sederhana adalah model regresi.

Dalam makalah ini akan ditinjau metode *self projecting approach* untuk pola data debit rata-rata tahunan.

PENGETESAN DATA

Untuk mengetahui pola (*pattern*) suatu data, dalam hal ini pola statistik atau "*statistical pattern*" maka anggapan awal pada umumnya adalah diasumsikan bahwa data rangkaian waktu tersebut berdistribusi normal, oleh karena itu data yang akan digunakan harus dilakukan test terlebih dahulu.

Test yang dilakukan untuk memeriksa suatu data rangkaian waktu apakah berdistribusi normal atau tidak normal diantaranya adalah :

a. Test homogenitas

Test homogenitas adalah dengan membandingkan dua harga rata-rata. Banyak metode yang dapat digunakan untuk melakukan test ini dan pada kesempatan ini hanya akan dilakukan dengan metode "student t" test. Data yang ada di bagi menjadi dua kelompok (tidak harus sama), kemudian kita cari harga rata-rata dari masing-masing kelompok, misalnya diperoleh harga rata-ratanya adalah \bar{X}_a dan \bar{X}_b . Untuk harga "t" dapat dihitung dengan menggunakan rumus sbb. :

$$t = \frac{\bar{X}_a - \bar{X}_b}{S \left[\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2} \right]^{1/2}} \dots\dots\dots(2)$$

$$S = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_1} (X_i - \bar{X}_a)^2 + \sum_{j=1}^{N_2} (\bar{X}_j - \bar{X}_b)^2}{N_1 + N_2 - 2} \right]^{1/2} \dots\dots(3)$$

Jika t hasil hitungan < dari t tabel dengan tingkat kepercayaan tertentu maka data tersebut dapat dikatakan homogen.

b. Test Kenormalan

Ada beberapa macam metode yang dapat digunakan untuk melakukan test kenormalan ini, tapi pada makalah ini hanya akan di bahas salah satu metode saja yaitu dengan menggunakan koefisien skewness yaitu dengan menggunakan rumus sbb. :

$$g = \frac{N \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^3}{(N-1)(N-2)S^3} \dots\dots\dots (4)$$

Apabila $g < \pm 0,30$ maka data rangkaian waktu tersebut termasuk dalam kategori berdistribusi normal.

PENENTUAN POLA RANGKAIAN WAKTU

Penentuan pola rangkaian waktu dilakukan dengan melihat plotting dari Autokorelasi (AC) dan plotting dari Autokorelasi Parsial(PAC).

Autokorelasi (AC)

Autokorelasi merupakan ukuran statistik yang menyatakan bagaimana suatu data rangkaian waktu (*time series*) saling berhubungan diantaranya sepanjang waktu, dalam hal ini yang dimaksudkan adalah bagaimana suatu bilangan dalam rangkaian waktu berhubungan dengan bilangan yang ada sebelumnya. Jarak antara bilangan dengan bilangan sebelumnya dinamakan lag.

Autokorelasi lag 1 : menyatakan bagaimana hubungan antara 2 bilangan yang berurutan

Autokorelasi lag 2 : menyatakan bagaimana hubungan antara 2 bilangan dengan selisih 2 periode

Korelasi antara 2 seri data diperoleh dengan:

$$R = \text{COR}(X, Y) = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\text{STD}(X) \cdot \text{STD}(Y)} \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{COV}(X) = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N} \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{STD}(X) = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{STD}(Y) = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}{N} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

Autokorelasi lag 1

$$R_1 = \frac{\text{COV}(X_t, X_{t-1})}{\text{STD}(X_t) \cdot \text{STD}(X_{t-1})} \dots\dots\dots (9)$$

$$R_j = \frac{\text{COV}(X_t, X_{t-j})}{\text{STD}(X_t) \cdot \text{STD}(X_{t-1})} \dots\dots\dots (10)$$

Autokorelasi Parsial (PAC)

Autokorelasi Parsial merupakan ukuran statistik ke 2 yang dapat digunakan untuk mengidentifikasi data rangkaian waktu (*time series*), yang dapat saling melengkapi dengan Autokorelasi. Model-model Autoregressive (AR), Moving Average (MA) dan Autoregressive Moving Average (ARMA) mempunyai bentuk Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial yang khusus, sebagai contoh, misal :

Ditinjau model AR(1) :

Maka besaran Autokorelasi = R1 dan Autokorelasi Parsialnya = A1 di mana hubungan antara keduanya adalah R1 = A1

Untuk Model AR(2) didapat hubungan :

$$R1 = A1 + A2 R1$$

$$R_2 = A_1 R_1 + A_2$$

Untuk model AR(p) didapat hubungan :

$$R_1 = A_1 + A_2 R_1 + A_3 R_2 + \dots + A_p R_{p-1}$$

$$R_2 = A_1 R_1 + A_2 + A_3 R_1 + \dots + A_p R_{p-2}$$

.....

.....

$$R_p = A_1 R_{p-1} + A_2 R_{p-2} + A_3 R_{p-3} + \dots + A_p$$

CARA MENGIDENTIFIKASI

AR, MA dan ARMA mempunyai bentuk Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial yang spesifik.

AC pattern MA = PAC pattern AR

Secara umum dapat disajikan sebagai berikut :

$$AR(p) \begin{cases} AC & \text{spike turun secara} \\ & \text{exponensial mulai dari lag-1} \\ PAC & \text{spike pada lag-1 s/d p,} \\ & \text{akan} = 0 \text{ untuk orde} > p \end{cases}$$

$$MA(q) \begin{cases} AC & \text{spike pada lag-1 s/d q} \\ & \text{akan} = 0 \text{ untuk orde} > q \\ PAC & \text{spike turun secara} \\ & \text{exponensial mulai lag-1} \end{cases}$$

$$ARMA \begin{cases} AC & \text{pola irregular pada lag-1} \\ & \text{s/d q, sisanya spt pola AC} \end{cases}$$

untuk model AR
PAC pola irregular pada lag-1 s/d p, sisanya Seperti pola PAC untuk model MA

CONTOH APLIKASI

Debit rata-rata tahunan Kali Kunto Jawa Tengah yang dicatat sejak tahun 1946 sampai dengan tahun 1987, sebanyak 42 tahun disajikan pada tabel 2.

Test homogenitas

Data debit dibagi menjadi dua bagian (tidak harus sama besar) seperti disajikan pada tabel 1 kemudian dicari harga rata - rata dari masing-masing kelompok dan dihitung nilai students t nya. Apabila di peroleh nilai t hitungan < dari nilai t tabel maka berarti bahwa data debit rata - rata tahunan Kali Kunto tersebut dapat dikatakan homogen.

Test kenormalan.

Dari test kenormalan diperoleh bahwa nilai koefisien Skewness dari hasil hitungan adalah g = 0.298, yang berarti bahwa rangkaian data tersebut termasuk berdistribusi normal, karena apabila g = ± 0,30 maka data time series diasumsikan berdistribusi normal.

Tabel 1. Test homogenitas dan kenormalan

Menentukan Pola Debit Rata-Rata Tahunan

No.	Tahun	Debit (kelompok 1)	No.	Tahun	Debit (kelompok 2)
1	1946	8.690	1	1967	8.330
2	1947	10.310	2	1968	12.810
3	1948	11.180	3	1969	8.030
4	1949	9.700	4	1970	10.000
5	1950	9.990	5	1971	12.250
6	1951	9.410	6	1972	10.070
7	1952	9.870	7	1973	9.270
8	1953	9.240	8	1974	13.520
9	1954	11.230	9	1975	15.470
10	1955	11.310	10	1976	13.750
11	1956	10.240	11	1977	11.360
12	1957	12.170	12	1978	10.250
13	1958	8.490	13	1979	9.630
14	1959	12.190	14	1980	8.040
15	1960	13.190	15	1981	12.660
15	1961	8.290	15	1982	12.500
17	1962	11.516	17	1983	8.800
18	1963	12.850	18	1984	11.710
19	1964	7.260.	19	1985	9.730
20	1965	8.340	20	1986	10.200
21	1966	6.740	21	1987	9.630

Untuk data kelompok 1 diperoleh :
Debit rata-rata Q1 = 10.105 ; Standard deviasi S1 = 1,782

Untuk data kelompok 2 diperoleh :
Debit rata-rata Q2= 10.843 ; Standard deviasi S2 = 2,033

Test homogenitas nilai rata-rata :
 $t_c = 1,254 < t_c \text{ tab.} = 2,243 \Rightarrow$ kesimpulan : **data homogen.**

Test homogenitas standard deviasi :
 $t_c = 0,426 < t_c \text{ tabel} = 2,243 \Rightarrow$ kesimpulan : **data homogen.**

Test Kenormalan :
 $g = 0.298 < g_{\text{tab}} = 0.30 \Rightarrow$ **data normal**

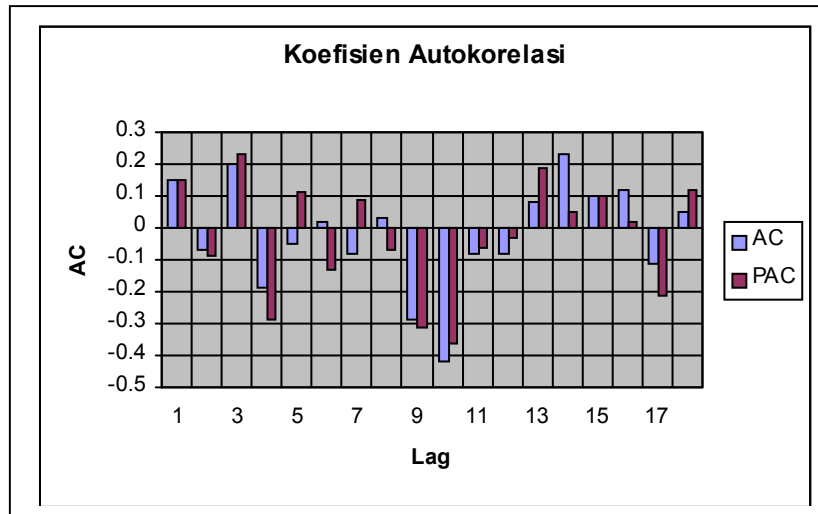
Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial

Hasil hitungan Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial sampai dengan lag 18 adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil Perhitungan Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial sampai dengan lag 18

Lag	AC	PAC
1	0.15	0.15
2	-0.07	-0.09
3	0,20	0.23
4	-0.19	-0.29
5	-0.05	0.11
6	0.02	-0.13
7	-0,08	0.09
8	0.03	-0.07
9	-0,29	-0.31
10	-0,42	-0.36
11	-0.08	-0.06
12	-0.08	-0.03
13	0.08	0.19
14	0.23	0.05
15	0.10	0.10
16	0.12	0.02
17	-0.11	-0.21
18	0,605	0.12

Plotting Autokorelasi dan Parsial Autokorelasi seperti gambar sbb. :



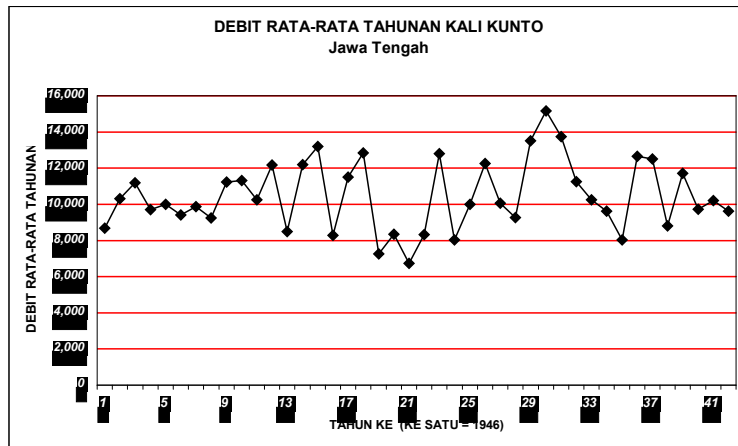
Gambar 1. Grafik Hasil Perhitungan Autokorelasi dan Autokorelasi Parsial sampai dengan lag 18

Tabel 3. Data pengamatan debit rata-rata tahunan Kali Kunto Jawa Tengah, dari tahun 1946 sampai dengan tahun 1987

No.	Tahun	Debit	No.	Tahun	Debit
1	1946	8.690	22	1967	8.330
2	1947	10.310	23	1968	12.810
3	1948	11.180	24	1969	8.030
4	1949	9.700	35	1970	10.000
5	1950	9.990	26	1971	12.250
6	1951	9.410	27	1972	10.070
7	1952	9.870	28	1973	9.270
8	1953	9.240	29	1974	13.520
9	1954	11.230	30	1975	15.470
10	1955	11.310	31	1976	13.750
11	1956	10.240	32	1977	11.360
12	1957	12.170	33	1978	10.250
13	1958	8.490	34	1979	9.630
14	1959	12.190	35	1980	8.040
15	1960	13.190	36	1981	12.660
15	1961	8.290	37	1982	12.500
17	1962	11.516	38	1983	8.800
18	1963	12.850	39	1984	11.710
19	1964	7.260.	40	1985	9.730
20	1965	8.340	41	1986	10.200
21	1966	6.740	42	1987	9.630

Data debit tahunan tersebut disajikan dalam bentuk grafik sbb. :

Menentukan Pola Debit Rata-Rata Tahunan



Gambar 2. Grafik Data pengamatan debit rata-rata tahunan Kali Kunto Jawa Tengah, dari tahun 1946 sampai dengan tahun 1987

Interpretasi pola

Untuk menentukan pola dari debit rata-rata tahunan Kali Kunto dilakukan dengan melihat bentuk dari Autokorelasi (AC) dan Autokorelasi Parsial (PAC), karena untuk model AR, model MA dan model ARMA mempunyai pola AC dan PAC yang spesifik. Untuk Kali Kunto, bentuk Autokorelasinya tidak teratur positif – negatif, ada kecenderungan berpola gelombang sedangkan untuk Autokorelasi Parsial, bentuknya pada bagian awal eksponensial tetapi pada bagian akhir berpola gelombang juga.

Dari kedua kenyataan di atas maka dapat disimpulkan bahwa debit rata-rata tahunan kali Kunto mengikuti pola ARMA, di mana untuk menentukan orde dari ARMA harus dikaji lebih lanjut.

KESIMPULAN

Suatu kenyataan bahwa pola distribusi suatu rangkaian waktu terutama untuk data hidrologi, baik untuk data curah hujan maupun data debit limpasan dapat

diidentifikasi awal dari pola Autokorelasi dan pola Autokorelasi Parsial, namun bukanlah suatu hal yang mudah untuk menentukan pola yang benar-benar cocok dan tepat.

DAFTAR PUSTAKA

BOX, G.E.P., and G.M. JENKINS, *Time Series analysis Forecasting and Control*, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1976.

FILLIBEN, J.J., *The Probability Plot Correlation Test for Normality*, *Technometrics*, Vol. 17, No. 1, 1975, pp. 111-117.

HAAN, C.T., *Statistical Methods in Hydrology*, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.

JENKINS, G.M., and D.G. WATTS, *Spectral Analysis and Its Application*, Holden-Day, Inc., San Francisco, 1968.

KITE, G.W., *Frequency and Risk Analysis in Hydrology*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colo., 1977.