

# PENGARUH LOKASI RETAK PADA POROS TERHADAP KARAKTERISTIK DINAMIK SISTEM POROS ROTOR

Ojo Kurdi <sup>1)</sup>

## Abstrak

Paper ini membahas pengaruh lokasi retak melintang pada poros terhadap karakteristik dinamik sistem poros rotor sederhana, khususnya diagram Campbell dan respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang. Adanya retak pada poros menyebabkan terjadinya pengurangan kekakuan poros dan perbedaan lokasi retak pada poros menyebabkan harga kekakuan yang berbeda-beda. Hal ini menyebabkan terjadinya perbedaan pada diagram Campbell dan respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang untuk masing-masing lokasi retak. Perbedaan-perbedaan pada Diagram Campbell dan respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang akibat adanya perbedaan lokasi retak pada poros akan disajikan dalam bentuk tabel-tabel dan grafik.

Kata kunci: lokasi retak, Diagram Campbell, massa tak seimbang

## PENDAHULUAN

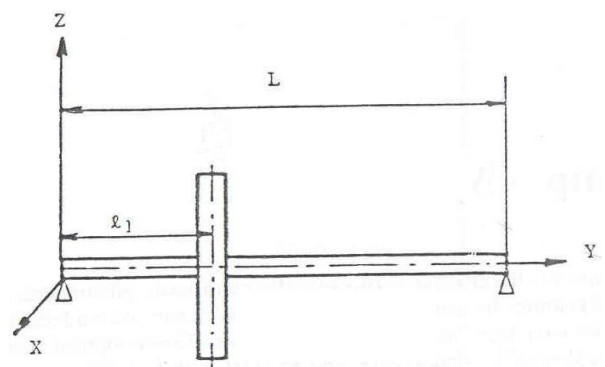
Dalam sebuah mesin yang berputar, retak dapat menyebabkan terjadinya kecelakaan jika tidak terdeteksi. Pendeteksian retak sejak awal memungkinkan dilakukannya perbaikan atau usaha-usaha pencegahan terhadap hal-hal yang tidak diinginkan. Pendeteksian retak sejak awal juga dapat mengurangi biaya perawatan dari sebuah sistem poros-rotor, karena bagaimanapun juga biaya perbaikan pada awal terjadinya retak jauh lebih rendah dibanding biaya apabila sistem poros rotor telah mengalami kerusakan yang fatal. Apabila sistem sudah *break down* disamping biaya penggantian terhadap peralatan yang rusak, suatu perusahaan juga harus menanggung kerugian akibat terhentinya proses produksi. Kerugian ini jauh lebih besar dibandingkan kerugian akibat peralatan yang rusak.

Sejak tahun 1970, banyak hasil penelitian mengenai poros retak yang telah dipublikasikan. O. S. Jun dkk [1992] memodelkan dan menganalisa getaran poros-rotor sederhana yang mengandung retak, R. Gasch [1993] menyelidiki perilaku dinamik poros-rotor sederhana yang memiliki retak melintang. Plaut dkk [1994] menyelidiki tentang perilaku poros rotor yang retak pada kecepatan kritisnya, Sekhar dan Prabhu [1998] mempublikasikan penelitian tentang respon transien pada kecepatan kritis.

Dalam penelitian ini akan dilakukan identifikasi retak pada poros melalui pengamatan karakteristik dinamik sistem poros rotor berdasarkan posisi retak. Sehingga diharapkan dengan keberhasilan penelitian ini, maka adanya retak pada poros dapat diketahui sejak dini dengan biaya yang relatif murah, karena dengan metode ini pengamatan karakteristik dinamik sistem poros rotor dapat dilakukan tanpa mematikan sistem atau mesin yang sedang diamati.

## MODEL SEDERHANA

Dalam penelitian ini model sistem poros rotor yang dijadikan sebagai objek ditunjukkan pada Gambar 1. Model terdiri dari poros simetri sepanjang  $L$  yang ditumpu oleh tumpuan engsel pada kedua ujungnya, pada jarak  $l_1$ , dari tumpuan pertama terdapat piringan dengan jari-jari dalam  $R_1$  yang besarnya sama dengan jari-jari poros dan jari-jari luar piringan adalah  $R_2$ . Untuk mendapatkan fungsi perpindahan sistem, sistem dimodelkan sebagai balok yang ditumpu oleh tumpuan engsel pada kedua ujungnya dan menerima beban berupa momen lentur. Pemodelan tersebut dilakukan bertujuan untuk mempermudah perhitungan.



Gambar 1. Model sistem poros rotor<sup>[5]</sup>

## PERSAMAAN GERAK

Elemen dasar dari sistem poros rotor adalah: piringan, poros, bantalan, dan perapat (*seals*). Persamaan energi kinetik diperlukan untuk mendapatkan karakteristik dari poros, rotor dan massa tak seimbang. Persamaan energi regangan juga diperlukan untuk mendapatkan karakteristik dari poros. Persamaan Lagrange diterapkan untuk mendapatkan persamaan gerak dari sistem poros rotor.

<sup>1)</sup> Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin FT-UNDIP

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = F q_i \quad (1)$$

### Energi Kinetik

Piringan diasumsikan kaku dan karakteristiknya ditentukan oleh persamaan energi kinetik sebagai berikut:

$$T_D = \frac{1}{2} \left[ M_D f^2(l_1) + I_{D_x} g^2(l_1) \right] (q_1^{\circ 2} + q_2^{\circ 2}) - I_{D_y} \Omega g^2(l_1) q_1^{\circ} q_2^{\circ} \quad (2)$$

Poros dimodelkan sebagai beam fleksibel dengan penampang bulat dan karakteristiknya ditentukan oleh persamaan energi kinetik berikut ini:

$$T_S = \frac{1}{2} \left[ \rho S \int_0^L f^2(y) dy + \rho I \int_0^L g^2(y) dy \right] (q_1^{\circ 2} + q_2^{\circ 2}) - 2 \rho I \Omega \int_0^L g^2(y) dy q_1^{\circ} q_2^{\circ} \quad (3)$$

Dimana  $M_D$  adalah massa piringan dan  $I_{D_x}$ ,  $I_{D_y}$  adalah komponen diagonal dari tensor inersia.  $S$  adalah luas penampang poros dan  $I$  adalah momen inersia penampang poros terhadap sumbu netral.  $E$  adalah modulus elastisitas,  $\rho$  adalah massa jenis dan  $\Omega$  adalah kecepatan angular rotasi. Bentuk-bentuk konstan dari persamaan (8) dan (9) yang menyatakan energi dari piringan dan putaran beam pada kecepatan  $\Omega$ , tidak berpengaruh pada persamaan dan tidak diperhitungkan dalam persamaan tersebut. Persamaan (9) dapat disederhanakan menjadi:

$$T = \frac{1}{2} m (q_1^{\circ 2} + q_2^{\circ 2}) - \Omega a q_1^{\circ} q_2^{\circ} \quad (4)$$

dimana,

$$m = M_D f^2(l_1) + I_{D_x} g^2(l_1) + \rho S \int_0^L f^2(y) dy + \rho I \int_0^L g^2(y) dy \quad (5)$$

dan

$$a = I_{D_y} g^2(l_1) + 2 \rho I \int_0^L g^2(y) dy \quad (6)$$

### Energi Regangan

Persamaan umum energi regangan dinyatakan oleh:

$$U_S = \frac{EI}{2} \int_0^L h^2(y) dy (q_1^2 + q_2^2) \quad (7)$$

persamaan (13) dapat disederhanakan menjadi:

$$U_S = \frac{1}{2} k (q_1^2 + q_2^2) \quad (8)$$

dimana,

$$k = EI \int_0^L h^2(y) dy \quad (9)$$

### Bantalan dan Perapat

Bantalan merupakan komponen yang menumpu poros yang juga mempunyai fungsi untuk meredam getaran poros. Bantalan memiliki kekakuan dan redaman tertentu yang besarnya telah diketahui, pengaruh dari momen lentur secara umum dapat diabaikan. Kerja semu akibat gaya yang bekerja pada poros dapat dinyatakan oleh persamaan:

$$\begin{aligned} \partial W = & -k_{xx} u \partial u - k_{xz} w \partial u - k_{zz} w \partial w - k_{zx} u \partial w \\ & - c_{xx} \dot{u} \partial u - c_{xz} \dot{w} \partial u - c_{zz} \dot{w} \partial w - c_{zx} \dot{u} \partial w \end{aligned} \quad (10)$$

atau

$$\partial W = F_u \delta w + F_w \delta w \quad (11)$$

dimana  $F_u$  dan  $F_w$  adalah komponen gaya yang bekerja pada poros.

### Massa Tak Seimbang

Ketidakseimbangan didefinisikan dengan sebuah massa  $m_u$  yang terletak sejauh  $d$  dari pusat geometri poros dan memiliki energi kinetik  $T_u$  yang besarnya dapat dihitung.

Energi kinetik massa tersebut adalah:

$$T_u = \frac{m_u}{2} (u^{\circ 2} + w^{\circ 2} + \Omega^2 d^2 + 2\Omega d u^{\circ} \cos \Omega t - 2\Omega w^{\circ} \sin \Omega t) \quad (12)$$

Bentuk  $\frac{m_u \Omega^2 d^2}{2}$  harganya konstan dan tidak

berpengaruh pada persamaan. Massa  $m_u$  jauh lebih kecil dibandingkan massa piringan, sehingga persamaan energi kinetik dapat dinyatakan dengan persamaan:

$$T_u \approx m_u \Omega d (u^{\circ} \cos \Omega t - w^{\circ} \sin \Omega t) \quad (13)$$

Penjumlahan  $T_D$ ,  $T_S$  dan  $T_u$  akan menghasilkan energi kinetik total, selanjutnya dengan menerapkan pers. (7) pada ekspresi energi kinetik total akan menghasilkan persamaan gerak sistem, sebagai berikut:

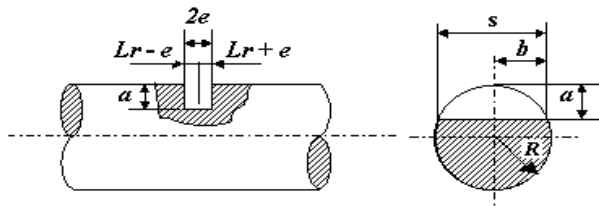
$$m q_1^{\circ \circ} - a \Omega q_2^{\circ} + k q_1 = m_u d \Omega^2 f(l_1) \sin \Omega t \quad (14)$$

(7)

$$m q_2^{\circ \circ} + a \Omega q_1^{\circ} + k q_2 = m_u d \Omega^2 f(l_1) \cos \Omega t \quad (15)$$

**MODEL POROS RETAK**  
**Momen Inersia Poros Retak**  
**Momen Inersia Penampang Retak**

Bagian retak pada poros dengan panjang ( $l=2\varepsilon$ ) dan lebar ( $s=2b$ ), ditunjukkan pada gambar 2.



Gambar 2. Penampang elemen poros retak<sup>[6]</sup>

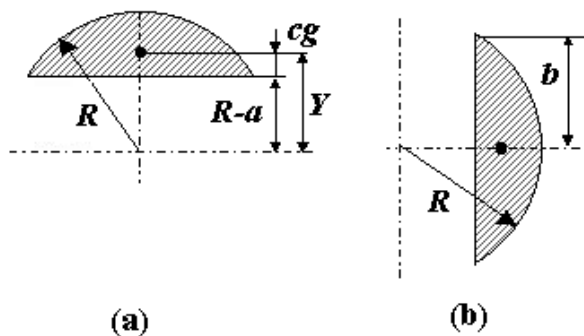
Luas daerah retak pada poros dengan kedalaman retak ( $a$ ) dan lebar ( $s$ ) (dimana  $s = 2\sqrt{2aR - a^2}$ ) dinyatakan oleh persamaan:

$$Ar = \frac{a}{6s} (3a^2 + 4s^2) = \frac{3a^3 + 32a^2R - 16a^3}{12\sqrt{2aR - a^2}} \quad (16)$$

Bila luas penampang poros tanpa retak adalah ( $S=\pi R^2$ ) dan luas penampang retak ( $Ar$ ), maka luas penampang poros retak adalah:

$$Sr = S - Ar \quad (17)$$

Pada elemen poros dengan retak melintang satu sisi, penampang lingkarannya terpotong pada sisi dimana retak berada. Perhitungan momen inersia dengan keadaan seperti itu dilakukan dengan cara mengurangi penampang poros utuh tanpa retak dengan momen inersia penampang yang terbuang akibat adanya retak



Gambar 3. Penampang daerah retak<sup>[6]</sup>

Besarnya momen inersia penampang retak telah dihitung oleh Nugraha [2001] sebagai berikut:

- Pada posisi retak  $0^\circ$  dan  $180^\circ$

$$I_{ZZ3} = \left[ \int_{-\sqrt{2aR-a^2}}^{\sqrt{2aR-a^2}} \int_{-cg}^{(R^2-x^2)-(Y)} y^2 dy dx \right] + ArY^2 \quad (18)$$

- Untuk posisi retak  $90^\circ$  dan  $270^\circ$

$$I_{ZZ3} = \left[ \int_{-\sqrt{2aR-a^2}}^{\sqrt{2aR-a^2}} \int_{-cg}^{(R^2-x^2)-(Y)} y^2 dy dx \right] \quad (19)$$

Persamaan (19) adalah momen inersia daerah retak terhadap titik beratnya sendiri atau didefinisikan sebagai  $I_o$  yang harganya tetap untuk setiap posisi. Berdasarkan hal tersebut dapat kita definisikan persamaan momen inersia daerah retak sebagai fungsi dari posisi retak, sebagai berikut :

$$I_{zz1} = I_{zz2} - \left( Ar(Y \cos \theta)^2 + I_o \right) \quad (20)$$

$Y$  adalah posisi titik pusat terhadap sumbu:

$$Y = \frac{8(2aR - a^2)^2}{3a^3 + 32a^2R - 16a^3} \quad (21)$$

Persamaan gerak poros retak didapat dengan menerapkan persamaan Lagrange pada persamaan energi kinetik dan energi regangan poros retak, kemudian dikurangi  $\Delta k_\xi$  dan  $\Delta k_\eta$  dimana  $\xi$  dan  $\eta$  bersesuaian dengan  $x$  dan  $z$  sehingga persamaan geraknya menjadi:

$$mq_1^{\circ\circ} - a_1\Omega q_2^{\circ} + (k_1 - \Delta k_\xi)q_1 = Fq_1(t) \quad (22)$$

$$mq_2^{\circ\circ} + a_1\Omega q_1^{\circ} + (k_2 - \Delta k_\eta)q_2 = Fq_2(t) \quad (23)$$

Dimana  $Fq_1(t)$  dan  $Fq_2(t)$  adalah gaya eksitasi yang harganya tergantung pada jenis gaya eksitasi yang bekerja pada poros.

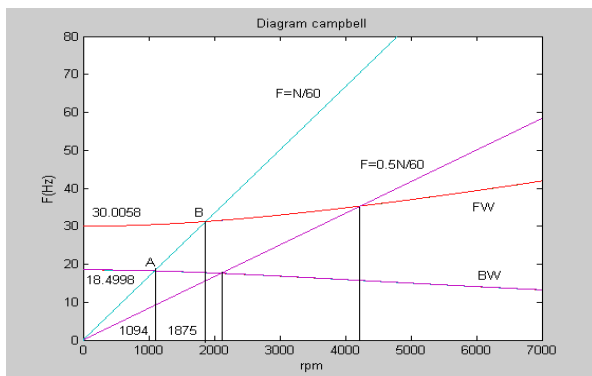
**CONTOH NUMERIK**

Data numerik untuk model sistem monorotor pada Gambar 1 adalah jari-jari dalam piringan,  $R_1 = 0,01$  m sama dengan jari-jari penampang poros, jari-jari luar piringan,  $R_2 = 0,2$  m, tebal piringan,  $h = 0,02$  m,  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $l_1 = L/3$ ,  $L = 0,5$  m,  $E = 2 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>,  $m_u = 10^{-4}$  kg,  $d = R_2 = 0,2$  m. Dalam makalah ini sistem poros rotor diasumsikan simetri, sehingga pengaruh bantalan diabaikan. Berdasarkan data numerik tersebut, maka persamaan (20) dan (21) memiliki harga  $m = 17,22$ ,  $a = 3,871$  dan  $k = 6,1024 \times 10^5$ . Model poros retak yang dianalisa dalam makalah ini geometrinya sama dengan model yang terdapat pada bab 2 untuk poros yang tidak retak, dengan tambahan adanya retak pada poros. Besaran tambahan tersebut adalah  $\varepsilon$ , yaitu besaran yang menyatakan setengah lebar retak, diambil  $\varepsilon = 0,0005$  m (5  $\mu$ m) atau dengan kata lain lebar retaknya adalah 10  $\mu$ m. Harga lebar retak sebesar itu diambil dengan anggapan bahwa selang sebesar

tersebut memungkinkan untuk dibuat pada kaji eksperimental<sup>[3]</sup>. Besaran lain yang perlu ditambahkan adalah letak retak dan kedalaman retak, kedalaman retak diambil sebesar 0,01 m. Letak retak dibuat bervariasi, karena salah satu tujuan penelitian ini ingin mengetahui pengaruh letak retak terhadap perilaku dinamik sistem poros rotor. Variasi letak retak ditentukan sebanyak lima variasi, yaitu: 0,1 m, 0,2 m, 0,25 m, 0,3 m dan 0,4 m.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Gambar 4. menampilkan diagram Campbell untuk sistem poros monorotor retak. Pada gambar tersebut juga ditampilkan titik potong antara garis frekuensi dengan dua buah garis lurus yaitu garis  $F = N/60$  dan garis  $F = 0,5N/60$ . Titik potong tersebut menunjukkan kecepatan rotasi kritis akibat gaya eksitasi, yaitu massa tak seimbang dan gaya asinkron, pembahasan mengenai respon akibat gaya asinkron tidak dibahas dalam penelitian ini. Secara umum kecepatan rotasi kritis menurun akibat adanya perubahan posisi retak dan mencapai harga minimum pada posisi retak di tengah-tengah poros ( $L = 0.25$  m), setelah itu harga kecepatan rotasi kritis naik lagi sampai posisi retak di dekat ujung poros.



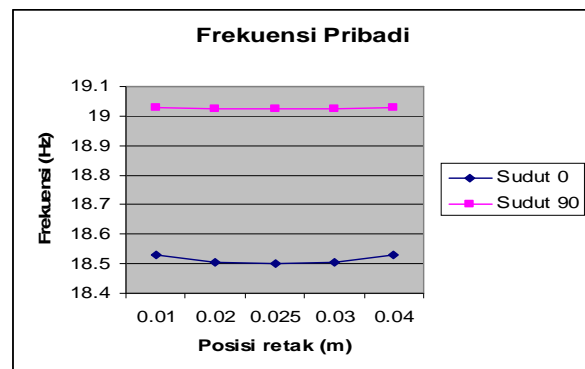
Gambar 4. Diagram Campbell untuk sistem monorotor

Untuk mengetahui bagaimana pengaruh posisi retak terhadap frekuensi dan kecepatan kritis dibawah ini ditabelkan hasil perhitungan frekuensi pribadi untuk kecepatan rotasi nol dan kecepatan kritis akibat massa tak seimbang untuk berbagai variasi lokasi retak.

Tabel 1. Frekuensi dan kecepatan kritis untuk berbagai lokasi retak

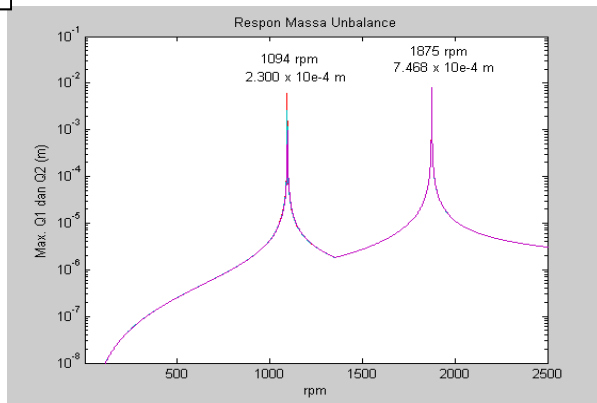
N <sub>o</sub>	Lokasi retak (m)	$f_{n1}$ (Hz)	$f_{n2}$ (Hz)	$N_m$ (rpm)	$N_a$ (rpm)
1	0,010	18.5283	30.0051	1095,5	1874,8
2	0,020	18.5041	30.0057	1094,2	1874,8
3	0,025	18.4998	30.0058	1939,9	1874,8
4	0,030	18.5041	30.0057	1094,2	1874,8
5	0,040	18.5283	30.0051	1095,5	1874,8

Frekuensi pribadi mengalami penurunan seiring dengan menjauhnya posisi retak dari ujung poros, frekuensi pribadi mencapai harga minimum tepat di tengah-tengah poros ( $L = 0.25$  m). Penurunan yang terjadi sangat kecil, yaitu sebesar 0,15 % dari frekuensi pribadi terbesar ke frekuensi pribadi minimum untuk sudut retak  $0^\circ$ , dan untuk sudut retak  $90^\circ$ , penurunannya sebesar 0,03 %. Penurunan frekuensi pribadi disebabkan oleh turunnya harga kekakuan poros akibat adanya retak, karena harga frekuensi pribadi berbanding lurus dengan kekakuan, sehingga dengan semakin menjauhnya posisi retak sampai titik tengah poros, harga frekuensi pribadinya menjadi semakin kecil. Menjauhnya posisi retak juga menyebabkan turunnya harga  $m$  dan hal ini dapat menyebabkan naiknya frekuensi pribadi, tetapi karena penurunan  $m$  kecil sekali maka yang lebih dominan adalah pengaruh dari  $k$  yang penurunannya jauh lebih besar, sehingga penurunan harga  $m$  tak dapat menaikkan frekuensi pribadi. Penurunan frekuensi pribadi untuk berbagai lokasi retak ditunjukkan pada Gambar 5.



Gambar 5. Frekuensi pribadi untuk berbagai lokasi retak

Kecepatan kritis mengalami penurunan seiring dengan menjauhnya posisi retak dari ujung poros, Kecepatan kritis mencapai harga minimum tepat di tengah-tengah poros ( $L = 0.25$  m). Penurunan yang terjadi sangat kecil, yaitu sebesar 0,146 % dari kecepatan kritis terbesar ke kecepatan kritis minimum untuk sudut retak  $0^\circ$ , dan untuk sudut retak  $90^\circ$ , penurunannya sebesar 0,0267 %. Penurunan kecepatan kritis disebabkan oleh turunnya harga frekuensi pribadi akibat adanya perubahan posisi retak, karena harga frekuensi pribadi berbanding lurus dengan harga kecepatan kritis, sehingga dengan semakin menjauhnya posisi retak sampai titik tengah poros, harga kecepatan kritisnya menjadi semakin kecil.



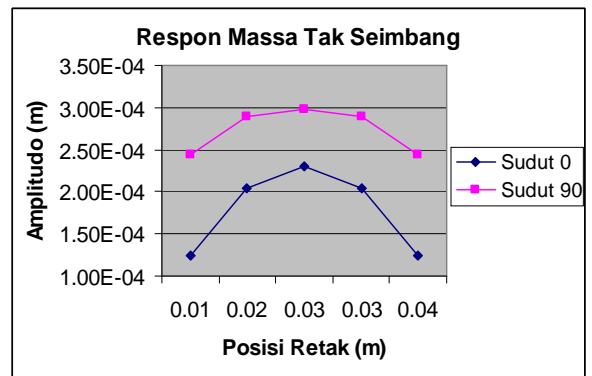
Gambar 6. Respon massa *unbalance* untuk sistem monorotor

Secara umum terlihat bahwa dengan adanya perubahan posisi retak respon mengalami kenaikan sampai dengan posisi retak di tengah-tengah poros ( $L = 0.25$  m), setelah itu respon akibat massa tak seimbang mengalami penurunan lagi sampai posisi retak di dekat ujung poros. Amplitudo respon akibat gaya eksitasi berupa massa tak seimbang untuk dua sudut retak dan variasi posisi retak ditabelkan pada tabel dibawah ini. Data untuk amplitudo respon massa tak seimbang diambil pada putaran 1094 rpm untuk sudut retak 0° dan 1124 rpm untuk sudut retak 90°.

Tabel 2. Amplitudo respon massa tak seimbang

No	Posisi retak (m)	Sudut 0° (m)	Sudut 90° (m)
1	0,010	1.25E-04	2.45E-04
2	0,020	2.04E-04	2.90E-04
3	0,025	2.30E-04	2.98E-04
4	0,030	2.04E-04	2.90E-04
5	0,040	1.25E-04	2.45E-04

Secara umum amplitudo respon massa tak seimbang mengalami kenaikan dengan menjauhnya posisi retak dari ujung poros, harga defleksi maksimum terjadi pada titik tengah poros ( $L = 0.25$  m). Hal ini disebabkan berkurangnya kekakuan poros akibat adanya perubahan posisi retak, sehingga poros lebih mudah terdefleksi. Harga minimum kekakuan poros terjadi pada titik tengah poros, sehingga pada titik tersebut terjadi amplitudo respon yang maksimum. Kenaikan amplitudo untuk sudut retak 0° sebesar  $1,05 \times 10^{-4}$  m, sedangkan untuk sudut retak 90° sebesar  $0,53 \times 10^{-4}$  m. Pengaruh kedalaman retak terhadap respon massa tak seimbang dapat dilihat pada Gambar 7.



Gambar 7. Respon massa tak seimbang untuk berbagai posisi retak

## KESIMPULAN

Cacat retak pada poros dapat dideteksi melalui pengamatan pada perubahan perilaku dinamik sistem poros rotor. Hal ini disebabkan karena dengan adanya retak pada poros, maka kekakuan poros akan mengalami penurunan yang akan menyebabkan perubahan perilaku dinamik sistem poros rotor. Berdasarkan pengamatan pada Diagram Campbell dan respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang, frekuensi pribadi dan kecepatan kritis menurun akibat menjauhnya posisi retak dari ujung poros dan mencapai harga minimum di tengah-tengah poros, sedangkan Amplitudo respon gaya eksitasi akibat massa tak seimbang meningkat dengan bertambahnya posisi retak dari ujung poros dan mencapai harga maksimum di tengah-tengah poros.

## DAFTAR PUSTAKA

1. Dimaragonas, A.D., and Paipetis, S.A, *Analytical Methods in Rotor Dynamics*, London:Applical Science, 1983.
2. Gasch, R., *A Survey of the Dynamic Behaviour of A Simple Rotating Shaft with A Transverse Crack*, Journal of Sound and Vibration 160 (2), 1993.
3. Irvan Hilmy, *Analisis Dinamik Model Poros Rotor dengan Cacat Retak Transversal*, Tugas Akhir Sarjana, ITB, Bandung, 1996.
4. Jun, O.S., et all, *Modelling and Vibration Analysis of A Simple Rotor with A Breathing Crack*, Journal of Sound and Vibration 155(2), 1992.
5. Lalanne, M. and Ferraris, G., *Rotordynamics Prediction in Engineering*, John willey and Sons, Chicester 1990.
6. Nugraha, K., *Kaji Numerik Pengaruh Retak Melintang Pada Poros Terhadap Perilaku Dinamik Rotor Menggunakan Metode Elemen Hingga*, Seinar Tugas Akhir, ITB Bandung, 2001.
7. Plaut, R.H., Andruet, R.H., Suherman, S., *Behavior of Cracked Rotating Sghft During Passage Through A Critical Speed*, Journal Sound and Vibration 173(5), 1994.
8. Popov, E.P., *Mekanika Teknik (Mechanics of Material)*, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1993.