

ANALISA KONTAK ELASTIS ANTAR *HEMISPHERES* MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

Arda Yusra¹⁾, Ismoyo Haryanto²⁾ dan Jamari³⁾

Abstrak

Pada paper ini akan dipresentasikan analisa kontak antar *hemispheres* (bentuk setengah bola) pada daerah elastis menggunakan metode elemen hingga. Analisa dilakukan dengan mengasumsikan permukaan kontak tanpa gesekan (*frictionless contact*). Hubungan antara beban kontak, tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak rata-rata adalah beberapa parameter yang akan ditunjukkan pada analisa kontak elastis antar *hemispheres*. Hasil dari analisa ini akan dibandingkan dengan teori kontak elastis Hertz atau yang lebih dikenal dengan kontak Hertz (*Hertzian contact*) yang menganalisa kontak secara analitik.

Kata kunci: mekanika kontak, kontak elastis, kontak Hertz, metode elemen hingga.

PENDAHULUAN

Mekanika kontak merupakan salah satu cabang penting dari disiplin ilmu tribology. Berdasarkan ukuran atau skalanya kontak bisa dikategorikan dalam mikro-kontak dan makro-kontak sesuai dengan batasan analisa yang ingin dicapai [1]. Kontak antara bola dengan *race way*-nya pada bantalan bola adalah makro-kontak dan kontak antara asperities (bentuk tiga dimensi yang menonjol dari sebuah permukaan yang kasar) bola maupun *race way* merupakan mikro-kontak. Contoh beberapa tipe bantalan bola dapat dilihat pada Gambar 1.

Salah satu bagian permasalahan dari mekanika kontak (*contact mechanics*) adalah kontak elastis antar *hemispheres*. Teori kontak elastis ini telah dikembangkan oleh Hertz [2] pada tahun 1880 yang merupakan dasar dari sebagian besar permasalahan mekanika kontak atau lebih dikenal dengan kontak Hertz atau *Hertzian contact*.



Gambar 1. Berbagai tipe bantalan bola (*ball bearing*).

Beberapa asumsi yang digunakan pada kontak Hertz adalah: pada kontak deformasi yang terjadi adalah elastis, permukaan benda kontak merupakan permukaan benda kontinyu dan *non-conforming*. Gambar 2 menunjukkan perbedaan antara permukaan *conforming* dan permukaan *non-conforming*. Permukaan *non-conforming* mengabaikan gaya sentuh sebuah titik pada kontak, jadi dalam hal ini tanpa adanya deformasi pada saat kontak. Saat permukaan *non-conforming* saling kontak kondisi pertama kontak yang terjadi dapat berupa sebuah titik atau yang lebih dikenal titik kontak (*contact point*) dan garis kontak (*contact line*). Disamping itu Hertz mengasumsikan regangan pada daerah kontak adalah kecil yaitu berada pada modulus elastisitas untuk kontak elastis. Pada teori kontak elastis Hertz mengasumsikan juga bahwa benda kontak dianggap sebagai *elastic half-space* dan tidak ada gesekan pada permukaan kontak (*frictionless*).

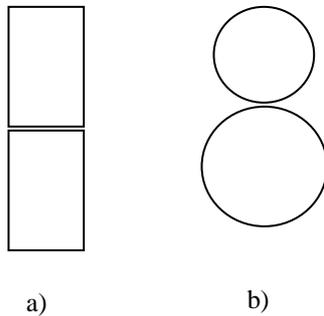
Bentuk permukaan kontak yang berupa lingkaran dapat dihasilkan dari kontak antara dua bola (*sphere*) atau antara dua silinder dengan radius yang sama dengan sumbu silinder masing-masing membentuk sudut 90°. Hertz telah memberikan hubungan antara beban kontak dengan tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak rata-rata untuk kondisi kontak seperti yang telah disebutkan di atas.

Analisa terhadap mekanika kontak telah dikembangkan oleh banyak peneliti [3-12]. Berbagai sub topik telah diteliti seperti kontak antar permukaan yang kasar yang secara nominal datar, kontak antar permukaan yang kasar yang secara nominal berbentuk kurva, kontak elastis-plastis dan lain sebagainya. Model yang dikembangkan pada artikel ini mencoba menganalisa hubungan antara beban kontak dengan tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak pada kasus kontak antar *hemispheres*. Dalam kasus kontak ini kasus tiga dimensi bisa disederhanakan

¹⁾ Alumni Jurusan Teknik Mesin FT-UNDIP

^{2) & 3)} Staf Pengajar Jurusan Teknik Mesin FT-UNDIP

menjadi kasus dua dimensi. Analisa elemen hingga (*finite element analysis*) menggunakan software bantu komersial *ANSYS 9.0* yang telah banyak digunakan dalam dunia penelitian maupun rekayasa.



Gambar 2. a) Permukaan benda *conforming* dan b) permukaan benda *non-conforming*.

KONTAK ELASTIS (*ELASTIC CONTACT*)

Berikut hasil persamaan untuk jari jari permukaan kontak dan tekanan permukaan kontak rata-rata dari solusi Hertz. Jari-jari luas permukaan kontak dinotasikan dengan a yang dinyatakan dengan:

$$a = \left(\frac{3PR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1)$$

dimana P adalah gaya kontak yang dikenakan pada kedua permukaan hemisphere, R adalah jari-jari efektif dan E^* adalah modulus elastisitas efektif dari dua solid yang berkontak.

Bila luas permukaan kontak elastis dinyatakan dengan:

$$A_e = \pi a^2 \quad (2)$$

Persaman (2) di atas dapat juga dinyatakan dalam bentuk yang lain dengan mensubstitusikan nilai a yaitu:

$$A_e = \pi \left(\frac{3PR}{4E^*} \right)^{2/3} \quad (3)$$

Kelengkungan relatif $1/R$ dinyatakan dengan:

$$\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

dimana R_1 dan R_2 adalah masing-masing jari-jari hemisphere 1 dan 2.

Modulus elastisitas efektif kontak dinyatakan dengan:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (5)$$

dengan E_1 , ν_1 dan E_2 , ν_2 adalah modulus elastisitas dan *Poisson's ratio* untuk material hemisphere 1 dan 2.

Tekanan kontak rata-rata pada permukaan kontak diberikan dengan persamaan:

$$p_m = \left(\frac{16PE^{*2}}{9\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (6)$$

Tekanan kontak maksimum pada permukaan kontak diberikan dengan persamaan:

$$p_o = \left(\frac{6PE^{*2}}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (7)$$

Pada analisa yang lain, parameter kontak lebih disukai dalam bentuk fungsi dari *interference* ω atau jarak untuk berkontak, sehingga persamaan (2) dinyatakan sebagai:

$$A_e = \pi R \omega \quad (8)$$

dan tekanan kontak rata-rata, persamaan (6), ditulis dalam bentuk:

$$p_e = \frac{4E}{3\pi} \left(\frac{\omega}{R} \right)^{0.5} \quad (9)$$

Beban elastis sebagai fungsi dari *interference* dinyatakan dalam:

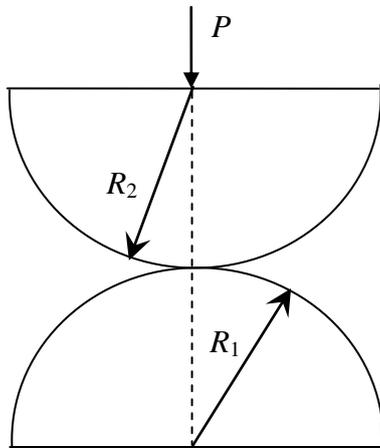
$$P_e = \frac{4E}{3} R^{0.5} \omega^{1.5} \quad (10)$$

PEMODELAN METODE ELEMEN HINGGA

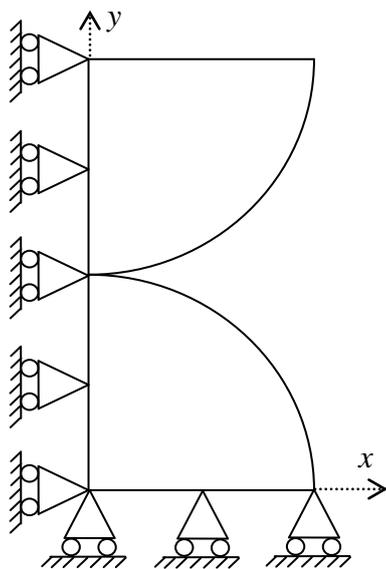
Gambar 3 menunjukkan ilustrasi masalah kontak antar hemisphere yang akan diselesaikan menggunakan metode elemen hingga [13]. Dalam hal ini, permasalahan 3D bentuk setengah bola dapat disederhanakan menjadi permasalahan 2D karena sifat simetris yang dimiliki.

Dua hemispheres dengan jari-jari R_1 dan R_2 ($R_1 = R_2$) saling berkontak dengan pembebanan pada pusat permukaan atas hemisphere seperti terlihat pada Gambar 3. Pada permasalahan ini kontak antar hemispheres yang terjadi mengasumsikan tanpa gesekan (*frictionless contact*). Sifat dari kedua material hemispheres ini adalah sama, yaitu *elastic-perfectly*

plastic dengan menggunakan material kuningan ($S_y = 0.6 \text{ GPa}$, $E = 115 \text{ GPa}$ dan $\nu = 0.35$).

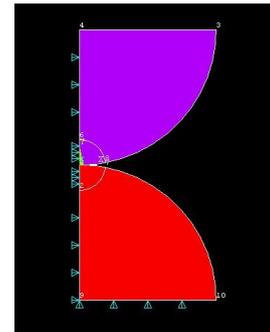


Gambar 3. Ilustrasi permasalahan kontak antar *hemispheres*.



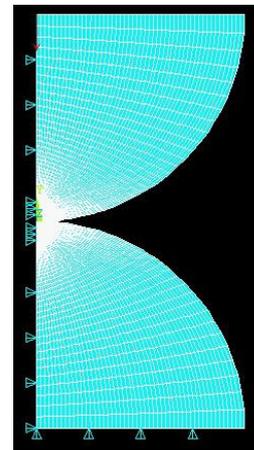
Gambar 4. Kondisi batas kontak antar *hemispheres*.

Dengan sifat simetri yang dimiliki pada permasalahan kontak ini maka pada sumbu simetri memiliki kondisi batas seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4. Untuk kondisi batas pada sumbu simetri yang searah dengan arah pembebanan yaitu sumbu y , *node* atau nodal yang berada pada sumbu y tersebut hanya dapat bergerak dalam arah y dan tidak dapat bergerak dalam arah x . Kondisi batas untuk bagian bawah dari *hemisphere* atau yang tegak lurus terhadap arah pembebanan hanya dapat bergerak dalam arah x dan tidak dapat bergerak dalam arah y . Pemodelan kondisi batas ini dalam ANSYS dilakukan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 5 dimana nodal-nodal pada sumbu x maupun y dikonstrains sesuai dengan sifatnya.



Gambar 5. Pemodelan kondisi batas kontak antar *hemispheres* pada ANSYS.

Proses pemodelan selanjutnya adalah *meshing*. *Meshing* adalah proses membagi komponen yang akan dianalisis menjadi elemen-elemen kecil atau diskrit seperti yang diperlihatkan pada Gambar 6. Pada proses *meshing* ini *hemispheres* dibagi menjadi 13900 *element 8-node quadrilateral* dengan total nodal 36639.



Gambar 6. Meshing pada pemodelan kontak antar *hemispheres* pada ANSYS.

HASIL DAN ANALISA

Setelah pemodelan kondisi batas, bentuk dan tipe elemen, dan sifat material maka proses selanjutnya adalah perhitungan numerik. Hasil dari perhitungan numerik ini bermacam-macam dan proses analisisnya dikenal dengan istilah *post-processing*.

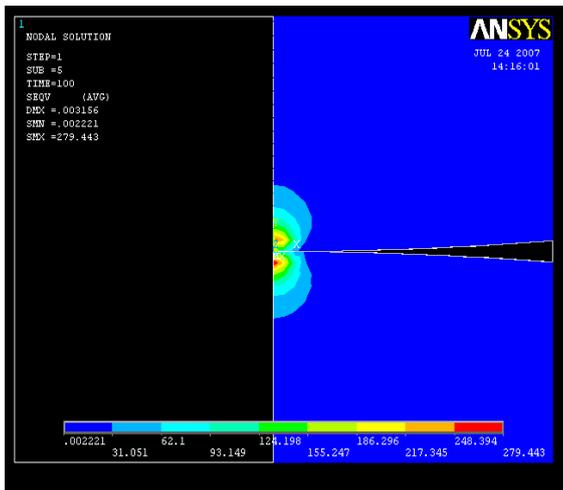
Gambar 7 menunjukkan plot tegangan von Mises yang terjadi untuk pembebanan 100 N. Seperti yang terlihat pada gambar, distribusi tegangan tersebut mencapai maksimum pada titik pusat suatu nukleus tepat di bawah daerah pusat kontak yang mempunyai jarak tertentu dengan permukaan kontak. Hal ini sangat menarik karena ternyata tegangan maksimum tidak terletak pada titik kontak antar *hemispheres*. Berbagai kondisi pembebanan divariasikan dan hasilnya kemudian dibandingkan dengan analisa Hertz.

Hubungan antara tekanan kontak rata-rata terhadap gaya kontak yang terjadi dari beberapa pembebanan (titik segitiga) diplot bersama dengan teori Hertz (garis

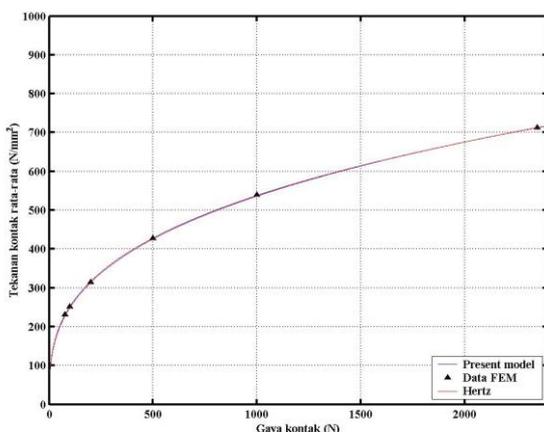
kontinyu) ditunjukkan pada Gambar 8. Pada gambar yang sama diplot juga sebuah garis *curve-fitting* (diistilahkan dengan *present model*) dimana persamaannya diberikan oleh Persamaan (11). Persamaan ini penting karena akan digunakan untuk perbandingan dengan model-model dari peneliti lain yang telah dipublikasikan. Hasil dari model yang dibuat jika dibandingkan dengan teori Hertz terlihat jelas bahwa model yang dikembangkan memberikan hasil yang sama dengan teori Hertz. Deviasi atau perbedaan antara *present model* terhadap teori Hertz berkisar rata-rata kurang dari 1 % sehingga sangat baik. Adanya perbedaan kecil ini dimungkinkan akibat efek numerik.

Hubungan antara gaya kontak dengan tekanan kontak rata-rata dari hasil *present model* dinyatakan dalam bentuk lain sebagai berikut:

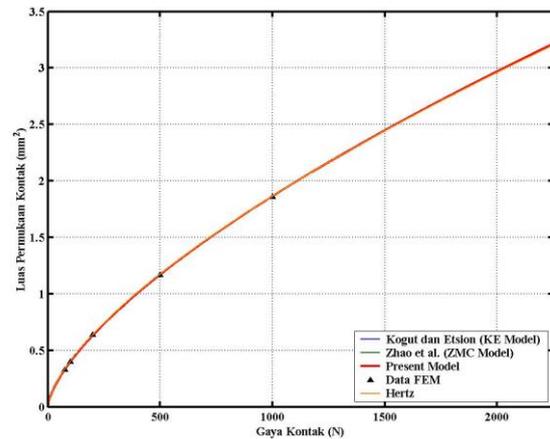
$$p_m = 55.284 \epsilon^{0.329} \quad (11)$$



Gambar 7. Distribusi tegangan von Mises pada gaya kontak 100 N.



Gambar 8. Hubungan antara tekanan kontak rata-rata terhadap gaya kontak.



Gambar 9. Hubungan antara luas permukaan kontak rata-rata terhadap gaya kontak.

Gambar 9 adalah plot hubungan antara luas permukaan rata-rata kontak terhadap gaya kontak yang terjadi. Pada gambar ini juga terlihat bahwa *present model* memberikan hasil yang sama dengan hasil dari analisa Hertz. Perbedaan rata-rata antara *present model* dengan Hertz sekitar 1.2%. Hal ini menunjukkan hasil yang cukup baik dari *present model* yang dikembangkan dengan metode elemen hingga.

Pada *present model* luas permukaan rata-rata kontak terhadap gaya kontak diperoleh dengan cara *curve fitting* dari hasil data metode elemen hingga. Hubungan antara luas permukaan rata-rata kontak terhadap gaya kontak dinyatakan dengan:

$$A_e = 0.01729 \epsilon^{0.6725} \quad (12)$$

KESIMPULAN

Pemodelan kontak elastis antar hemispheres menggunakan metode elemen hingga dan perbandingannya dengan teori Hertz telah dilakukan. Analisa diberikan dengan pembuatan hubungan antara tekanan rata-rata kontak terhadap gaya kontak dan luas permukaan rata-rata kontak terhadap gaya kontak.

Hasil dari model metode elemen hingga yang dikembangkan menunjukkan bahwa prediksi tekanan rata-rata kontak maupun luas permukaan rata-rata kontak terhadap gaya kontak yang terjadi pada daerah elastis sangat baik. Hal ini ditunjukkan dengan perbedaan yang sangat kecil dibandingkan dengan prediksi analitik oleh Hertz.

DAFTAR PUSTAKA

1. B. Bhushan, Contact Mechanics of Rough Surfaces in Tribology: Single Asperity Contact, ASME Applied Mechanics Review, 49, 5 (1996) 275-298.
2. Johnson, K. L., "Contact Mechanics", Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1985.

3. J.A. Greenwood and J.B.P. Williamson, Contact of Nominally Flat Surfaces, Proc. R. Soc. London, Ser A295 (1966) 300-319.
4. J.A. Greenwood and J.H. Tripp, The Elastic Contact of Rough Spheres, ASME J. Appl. Mech., 34 (1967) 153-159.
5. J.A. Greenwood and J.H. Tripp, The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces, Proc. Instn. Mech. Engrs., 185 (1970-71) 625-633.
6. A.W. Bush, R.D. Gibson and T.R. Thomas, The Elastic Contact of Rough Surface, Wear, 35 (1975) 87-111.
7. E.J. Abbott and F.A. Firestone, Specifying Surface Quality — A Method Based on Accurate Measurement and Comparison, Mech. Engr., 55 (1933) 569.
8. J. Pullen and J.B.P. Williamson, On the Plastic Contact of Rough Surfaces, Proc. R. Soc. London, Ser A327 (1972) 159-173.
9. W.R. Chang, I. Etsion and D.B. Bogy, An Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces, ASME Journal of Tribology, 109 (1987) 257-263
10. Y. Zhao, D.M. Maietta and L. Chang, An Asperity Microcontact Model Incorporating the Transition from Elastic Deformation to Fully Plastic Flow, ASME Journal of Tribology, 122 (2000) 86-93.
11. L. Kogut and I. Etsion, Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat, ASME Journal of Applied Mechanics, 69 (2002) 657-662.
12. R.L. Jackson and I. Green, A Finite Element Study of Elasto-Plastic Hemispherical Contact against a Rigid Flat, ASME Journal of Tribology, 127 (2005) 343-354.
13. Stolarski, T., Nakasone, Y., dan Yoshimoto, S., "Engineering Analysis with ANSYS SOFTWARE", Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2006.