

**EFEK KONDUKSI PANAS DALAM SILINDER PEJAL
PADA PENGUJIAN PERPINDAHAN PANAS DENGAN FLUK KALOR TETAP
Bambang Yunianto**

Abstrak

Salah satu metoda pengujian perpindahan panas aliran fluida lewat permukaan luar adalah dengan fluk kalor tetap. Pada metoda ini diasumsikan bahwa terdapat fluk kalor seragam untuk seluruh permukaan. Untuk mengetahui keseragaman tersebut harus dibuktikan dulu ialah dengan digunakan analisis efek konduksi pada permukaan. Jika efek konduksi permukaan kecil (< 2.5%), maka fluk kalor seragam dapat dibenarkan.

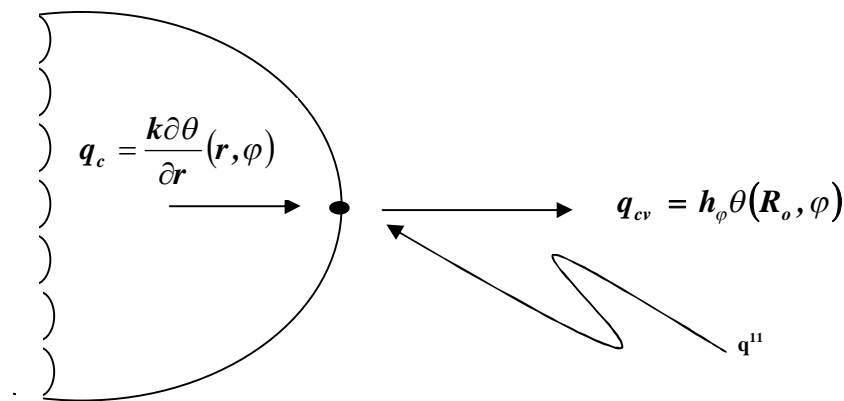
PENDAHULUAN

Pada pengujian perpindahan panas aliran udara menyalang permukaan silinder, diberikan fluk panas tetap pada permukaan. Fluk panas tetap ini sering diasumsikan seragam untuk seluruh permukaan silinder. Namun asumsi ini perlu dibuktikan kebenarannya, mengingat adanya distribusi temperatur dalam arah radial dan melingkar silinder. Adanya distribusi ini akan menimbulkan aliran panas konduksi dua dimensi (arah radial dan melingkar), sehingga mempengaruhi keseragaman aliran panas dari permukaan ke udara. Kesalahan asumsi akibat adanya efek konduksi dalam pipa ini perlu diketahui besarnya, sehingga dapat diputuskan asumsi fluk kalor tetap tersebut dapat dibenarkan atau tidak. Jika kesalahan akibat efek konduksi ini cukup signifikan mempengaruhi harga koefisien perpindahan panas

konveksi, maka kesalahan ini harus diperhitungkan. Untuk menghitung efek konduksi dalam pipa maka perlu diturunkan persamaan matematik konduksi panas dua dimensi dalam pipa pejal.

PERSAMAAN MATEMATIK KONDUKSI PANAS DALAM PIPA PEJAL

Udara mengalir menyalang terhadap silinder (dengan fluk panas tetap) akan menimbulkan distribusi temperatur dalam arah melingkar silinder. Hal ini menyebabkan terjadinya konduksi panas dalam pipa dengan arah radial dan melingkar (Gambar-1). Terjadinya aliran panas (efek konduksi) ini menyebabkan fluk panas tetap pada permukaan tidak seragam.



Gambar-1 : Diagram aliran panas pada permukaan silinder

Besar ketidak seragaman akibat efek konduksi dalam silinder ini dapat dinyatakan dalam bilangan tanpa dimensi, E_r .

$$E_r = \frac{q_c}{q''} = \frac{(q_{cv} - q'')}{q''} \dots\dots\dots (1)$$

- q_{cv} = panas konveksi dari dinding ke udara
- q'' = fluk panas per satuan luas dari sumber listrik

q_c = panas konduksi dalam silinder
Sebagai sumber panas digunakan lembaran tipis berlapis emas (gold coated foil) dengan konduktansi panas rendah ($k = 0.29 \text{ watt/m}^\circ\text{C}$) yang dialiri sumber listrik. Besar fluk panas yang dibangkitkan q'' dapat dinyatakan

$$q'' = \frac{v^2}{[Ro(1 + \beta(T_w(\phi) - T_\infty))]} \dots\dots\dots (2)$$

- v = tegangan
- Ro = tahanan pada temperatur acuan
- Tw = temperatur dinding
- T~ = temperatur udara
- β = konstanta temperatur dari tahanan bahan foil

Jika efek konduksi Er ini kecil (<5%) maka asumsi fluk panas konstan adalah seragam untuk seluruh permukaan silinder dapat digunakan. Sehingga dalam menghitung angka koefisien panas lokal aliran udara lewat permukaan silinder digunakan persamaan

$$h_{\phi} = \frac{q^{II}}{(T_w - T_{\sim})} \dots\dots\dots (3)$$

Namun jika efek konduksi Er besar maka fluk kalor perlu dikoreksi dengan persamaan

$$h = \frac{q_{cv}}{(T_w - T_{\sim})} = \frac{(q^{II} - q_c)}{(T_w - T_{\sim})} \dots\dots\dots (4)$$

Adapun besar efek konduksi dalam silinder qc dapat dihitung sebagai berikut (lihat gambar-1).

Persamaan umum konduksi panas dua dimensi silinder pejal

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{d\theta}{dr} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{d\theta^2}{d\phi^2} \right) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

- Ro = jari-jari silinder
- θ = T(r,φ)-T~
- φ = sudut keliling ditinjau dari titik stagnasi

dengan syarat batas

$$\frac{d\theta(r,0)}{d\phi} = 0 \quad \frac{d\theta(r,\pi)}{d\phi} = 0 \quad \theta(Ro, \phi) = \text{tertentu}$$

Persamaan (5) dapat diselesaikan dengan pemisahan variabel

$$\theta(r, \phi) = R(r)\phi(\phi) \dots\dots\dots (6)$$

$$\theta(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot r^n \cos \phi \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{dengan } A_n = \frac{\int_0^{\pi} \theta(Ro, \phi) \cos n\phi d\phi}{R_o^n \int_0^{\pi} \cos^2 n\phi d\phi} \dots\dots\dots (8)$$

Effek konduksi, Er didapat

$$Er = \frac{-k \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n) \cos n\phi Ro^{n-1}}{q^{II}} \dots\dots\dots (9)$$

dan konduksi dalam silinder, qc

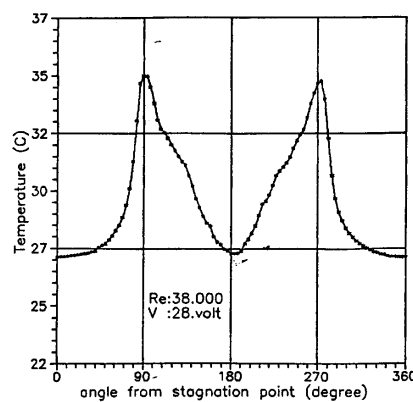
$$q_c = -k \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n) \cos n\phi Ro^{n-1} \dots\dots\dots (10)$$

Persamaan (7) s/d (10) dapat dihitung dengan bantuan program komputer. Sedangkan detail penyelesaian persamaan konduksi dalam silinder ini dapat dibaca pada lampiran.

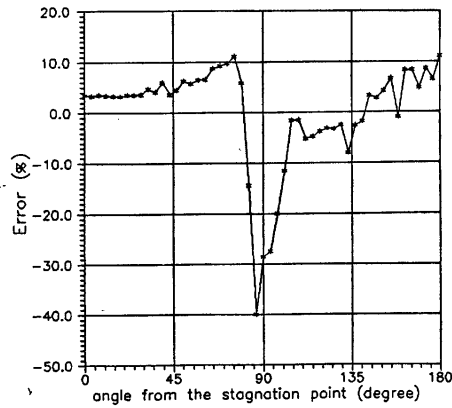
HASIL PENGUJIAN EFEK KONDUKSI DALAM SILINDER

Untuk menghitung besar efek konduksi Er atau qc perlu diperoleh data distribusi temperatur pada permukaan silinder, θ(Ro,φ) salah satu data pengukuran temperatur pada permukaan silinder tunggal untuk aliran udara dengan angka Reynold Re = 38.000 ditunjukkan dalam gambar-2.

Dengan data (gambar-2) diperoleh efek konduksi Er sebagai fungsi sudut keliling silinder ditunjukkan dengan gambar-3. Dari gambar-3 diperoleh data bahwa efek konduksi bervariasi dari sudut 0° (titik stagnasi) hingga sudut 180°. Besar efek konduksi dari sudut 0° hingga 70° dan 110° hingga 180° relatif kecil (10%). Namun untuk sudut 70° hingga 110° terdapat efek konduksi yang sangat besar, 40% (harga ini belum diketahui sumber kesalahannya). Dari data diatas, maka asumsi keseragaman fluk kalor permukaan tidak bisa digunakan (>5%). Oleh karena itu perhitungan koefisien perpindahan panaskonveksi pada silinder harus dikoreksi dengan menggunakan persamaan (4).



Gambar-2 : Distribusi temperatur aliran udara lewat silinder tunggal pada Re = 38.000



Gambar-3 : Efek konduksi Er untuk aliran udara lewat pipa tunggal pada Re = 38.000

KESIMPULAN

Dari fakta perhitungan efek konduksi yang besarnya lebih dari 5% maka asumsi fluk kalor seragam untuk seluruh permukaan tidak bisa digunakan. Sehingga pengujian perpindahan panas konveksi dengan fluk kalor tetap perlu diuji terlebih dahulu besar efek konduksi yang terjadi. Hal ini untuk memperkecil kesalahan pengukuran yang dihasilkan.

PUSTAKA

1. Bambang Yuniato, *Experiment Study of Heat Transfer in a Tube Bundle*, The Technical University of Denmark, 1993.
2. Baughn, J.W., *Local Heat Transfer Measurements Using An Electrically Heated thin Gold Wated Plastic Sheet*, ASME Journal of Heat Transfer, November, pp. 953-959, 1985.
3. Kreyszig, E., *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley & Sons Publisher, 1983.

APPENDIX

The Cylinder is asumed to be a solid cylinder.

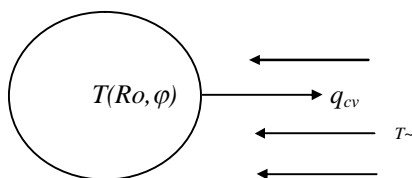


Figure-1

The general equation of two dimension heat conduction in a solid cylinder is,

$$\frac{\partial \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

The boundary conditions are,

1. $\frac{\partial \theta(r, 0)}{\partial \varphi} = 0$
2. $\frac{\partial \theta(r, \pi)}{\partial \varphi} = 0$
3. $\theta(0, \varphi) = \theta_o (1 + C_f f(\varphi))$
4. $\theta(0, \varphi) = finite$

C_f is a constant

The equation (1) can be solved by the separation of variable method,

$$\theta(r, \varphi) = R(r)\varnothing(\varphi)$$

Using the equation (1),

$$\frac{r^2 R''}{R} + \frac{\varnothing''}{\varnothing} = 0$$

$$\frac{r^2 R'' + rR'}{R} = -\frac{\varnothing''}{\varnothing} = \pm \lambda^2$$

This can be split into 2 equations and positive λ value is choosed to fullfild the boundary conditions.

A. The function ∅(φ)

$$-\frac{\varnothing''}{\varnothing} = \lambda^2$$

$$\varnothing'' + \lambda^2 \varnothing = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\varnothing = A \cos \lambda^2 \varphi + B \sin \lambda \varphi$$

Using boundary condition 1 :

$$\frac{\partial \theta(r, 0)}{\partial \varphi} = 0 = -A\lambda \sin \lambda \varphi + B\lambda \cos \lambda \varphi$$

$$B = 0 \quad A \neq 0$$

equation (2) becomes $\varnothing = A \cos \lambda \varphi$

Boundary conditions 2 :

$$\frac{\partial \varnothing(\mathbf{r}, \pi)}{\partial \varphi} = 0 = -A \lambda \sin \lambda \varphi$$

$$\lambda \kappa = n \pi$$

$$\lambda = \frac{n \pi}{\pi} = n$$

Where : $n = 1, 2, \dots \infty$

$$\varnothing = A_n \cos n \varphi \dots \dots \dots (3)$$

B. The function R(r) :

$$\frac{r^2 R'' + r R'}{R} = \lambda^2$$

This equation is called the Euler equation.

$$r^2 R'' + r R' - \lambda^2 R = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Let $R = Cr^t$

The equation (4)

$$t(t-1)Cr^t + tCr^t - \lambda^2 Cr^t = 0$$

$$t^2 - \lambda^2 = 0 \quad t_{1,2} = \pm \lambda$$

The solution of equation (4) is

$$R(r) = C_n r^\lambda \dots \dots \dots (5)$$

The general solution for equation (1) is

$$\theta(r, \varphi) = R(r) \varnothing(\varphi) = A_n \cos n \varphi C_n r^\lambda$$

$$\theta(r, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n \varphi \cdot C_n \cdot r^n \dots \dots \dots (6)$$

$$R(r) = Cr^n = C_o \text{ for } n = 0$$

$$R(r) = C_n r^n \text{ for } n = 0, 1, 2, 3, \dots \infty$$

The general equation (6) become

$$\theta(r, \varphi) = C_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n C_n \cos n \varphi r^n$$

A_n and C_n are constant so $A_n \cdot C_n$ can be written A_n

$$\theta(r, \varphi) = C_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n \varphi r^n \dots \dots \dots (7)$$

Boundary condition 3 :

$$\theta(R_o, \varphi) = \theta_o (1 + C_f f(\varphi)) = C_o +$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n \varphi R_o^n \rightarrow C_o = \theta_o$$

$$\text{and } \theta_o C_f f(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n \varphi R_o^n$$

Let $f(\varphi) = -\cos \varphi$ then using orthogonality

$$A_n = \frac{-\theta_o C_f \int_0^\pi \cos \varphi \cos m \varphi d\varphi}{R_o^n \int_0^\pi \cos n \varphi \cos m \varphi d\varphi}$$

$$n \neq m \text{ gives } A_n = 0$$

$$n = m = 1, A_n = \frac{-\theta_o C_f \frac{\pi}{2}}{R_o^n \frac{\pi}{2}} = -\frac{\theta_o C_f}{R_o}$$

$$n = 2, 3, \dots A_n = 0$$

The general equation (7) becomes

$$\theta(r, \varphi) = \theta - \frac{\theta_o C_f}{R_o} r \cos \varphi \dots \dots \dots (8)$$

$$\theta(r, \varphi) = \theta_o \left(1 - \frac{C_f r}{R_o} \cos \varphi \right)$$

The coefficient of heat transfer h_x can be found from the following procedure. Let's see the control volume below.

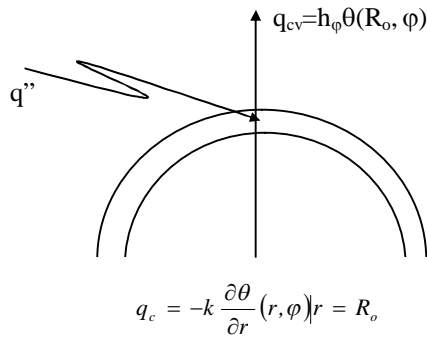


Figure 2

$$h_{\phi} = \frac{q'' - k \frac{\partial \theta}{\partial r}(r, \phi) |_{r=R_o}}{\theta(R_o, \phi)} =$$

$$\frac{q'' + \frac{\theta_o C_f}{R_o} k \cos \phi}{\theta_o (1 - C_f \cos \phi)} \quad \text{or} \quad \frac{h_{\phi}}{h_o} =$$

$$\frac{1 + \frac{C_f k}{h_o R_o} \cos \phi}{(1 - C_f \cos \phi)} = \frac{1 + \frac{C_f}{B_{io}} \cos \phi}{1 - C_f \cos \phi}$$

where B_{io} (Biot Number) and h_o

$$B_{io} = \frac{h_o R_o}{k} \quad h_o = \frac{q''}{\theta_o}$$

The conduction effect E_r is

$$E_r = \frac{h_o \theta(R_o, \phi) - q''}{q''} = \frac{-k \frac{d\theta}{dr}(R_o, \phi)}{q''}$$

$$E_r = \frac{\theta_o \cdot k \cdot C_f \cdot \cos \phi}{R_o q''} = \frac{C_f}{B_{io}} \cos \phi \quad \dots\dots (9)$$

The conduction effect E_r can be solved by numerical solution. Back to equation (6),

$$\theta(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos n\phi r^n$$

The temperature distribution $\theta(r, \phi)$ has been known from the experiment results. So

$$A_n = \frac{\int_0^{\pi} \theta(R_o, \phi) \cos m\phi \, d\phi}{R_o^n \int_0^{\pi} \cos n\phi \cos m\phi \, d\phi} A_n$$

$A_n = 0$ for $n \neq m$ and $n = m$

$$A_n = \frac{\int_0^{\pi} \theta(R_o, \phi) \cos n\phi \, d\phi}{R_o^n \int_0^{\pi} \cos^2 n\phi \, d\phi} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$E_r = \frac{-k \frac{d\theta}{dr}(R_o, \phi)}{q''}$$

$$E_r = \frac{-k \sum_{n=0}^{\infty} A_n(n) \cos n\phi \quad R_o^{n-1}}{q''} \quad \dots\dots (11)$$