

## PENGEMBANGAN MODEL LINEAR HELIKOPTER SKALA KECIL X-CELL 60 SE PADA KONDISI TERBANG HOVER

Sumar Hadi Suryo\* dan Mochammad Ariyanto

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

\*E-mail: [sumarhadisuryo@yahoo.co.id](mailto:sumarhadisuryo@yahoo.co.id)

### ABSTRAK

Pada saat helikopter terbang di udara, terdapat bermacam-macam jenis kondisi terbang, salah satunya adalah kondisi terbang *hover*. Kondisi terbang *hover* pada UAV helikopter atau helikopter skala kecil merupakan kondisi terbang yang sangat mendasar, oleh karena itu pemahaman dan pemodelan dinamika terbang *hover* menjadi sangatlah penting. Persamaan gerak pada dinamika terbang helikopter mempunyai bentuk nonlinear orde dua, simultan, *multi input multi output* (MIMO), *underactuated*, dan juga sangat kompleks. Pengembangan model linear yang berupa *state space* pada dinamika terbang *hover* menggunakan metode Jacobian matriks yang dilakukan secara numerik, efektif dan efisien menggunakan program bantu MATLAB/Simulink. Berdasarkan model dinamika linear *hover* yang diperoleh, didapatkan bahwa dalam kondisi terbang *hover* mempunyai karakteristik yaitu *cross-coupling* yang relatif kecil antara matriks matra gerakan *longitudinal vertical* dan matriks matra *lateral directional* sehingga *cross-coupling* tersebut dapat diabaikan. Pada gerak *longitudinal vertical* dan *lateral directional* masing-masing terdapat satu nilai eigen yang bernilai positif pada nilai realnya atau berada di sebelah kanan /Right Half Plane (RHP) pada *root locus* nya sehingga gerakannya menjadi tidak stabil pada kondisi tersebut.

**Kata Kunci:** helikopter skala kecil, *hover*, nonlinear, linear model, *state space*

### PENDAHULUAN

*Unmanned Aerial Vehicle helicopter* (wahana terbang tanpa awak) yang disingkat UAV helicopter, memberikan kontribusi yang sangat besar bagi militer maupun untuk bidang penelitian akademik dalam beberapa tahun ini. Dalam bidang militer UAV *helicopter* digunakan untuk misi militer (perang), mata-mata/spionase, sedangkan dalam penelitian akademik UAV *helicopter* dimanfaatkan untuk pengamatan dan penelitian cuaca.

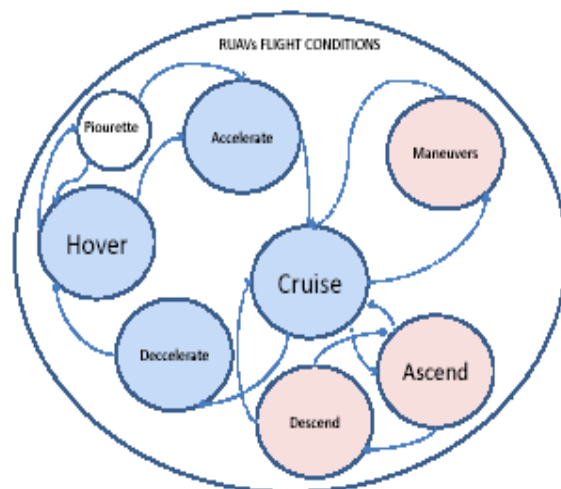
UAV *helicopter* mempunyai beberapa kelebihan dibandingkan dengan *full scale helicopter* yaitu tidak membutuhkan landasan yang luas, tidak ada korban jiwa saat menjelajah tempat yang berbahaya, lebih murah, suara bising yang dihasilkan lebih kecil, dapat melewati medan yang relatif sempit, biaya perawatan dan operasional yang murah, ramah lingkungan karena menghasilkan lebih sedikit CO<sub>2</sub>.

Pengembangan helikopter skala kecil atau *remote control (RC) hobby* helikopter sehingga menjadi UAV, pada umumnya helikopter skala kecil tersebut harus dipasang dengan sensor dan sebuah sistem komputer tertanam. Pengembangan, desain, dan perakitan dari helikopter skala kecil sehingga menjadi UAV *helicopter* dapat dilihat pada referensi [1].

Terdapat bermacam-macam kondisi terbang helikopter seperti pada gambar 1. Meskipun kondisi helikopter stabil pada kondisi *hover*, untuk berpindah dari kondisi yang satu ke kondisi yang lain dapat menyebabkan osilasi amplitudo yang besar dan

kestabilan helikopter menjadi jelek atau bahkan tidak stabil.

Helikopter mempunyai sistem yang bersifat *hybrid*. *Hybrid system*, berarti sistem yang terdiri atas subsistem *continuous* dan *discrete* yang berinteraksi satu sama lain. Subsistem *continuous* dapat dimodelkan dengan persamaan differensial biasa (ODE) sedangkan subsistem *discrete* dapat dimodelkan dengan perpindahan state/modus terbang dari kondisi satu ke kondisi yang lainnya [2], seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.

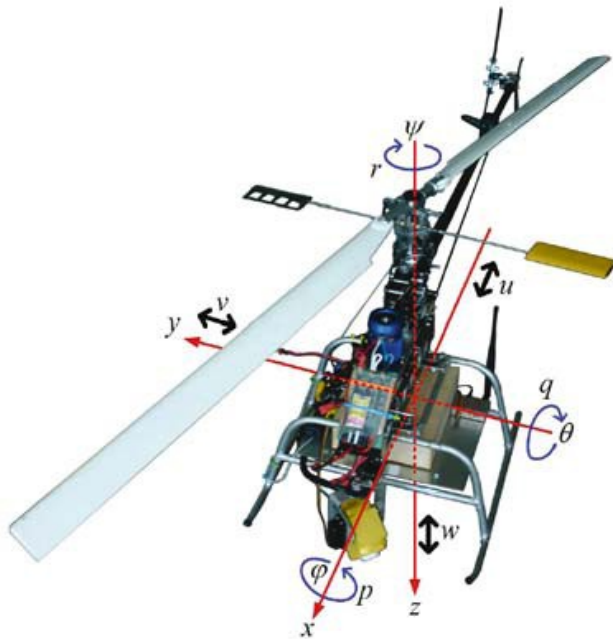


Gambar 1 Kondisi terbang helikopter [3]

**MODEL NONLINEAR HELIKOPTER SKALA KECIL X-CELL 60 SE**

Persamaan gaya dan momen dalam kerangka acuan badan helikopter (*body frame*) dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= vr - wq - g \sin \theta + X/m & (1) \\ \dot{v} &= wp - ur - g \cos \theta \sin \phi + Y/m & (2) \\ \dot{w} &= uq - vp - g \cos \theta \cos \phi + Z/m & (3) \\ \dot{p} &= qr(I_{yy} - I_{zz})/I_{xx} + L/I_{xx} & (4) \\ \dot{q} &= rp(I_{zz} - I_{xx})/I_{yy} + M/I_{yy} & (5) \\ \dot{r} &= pq(I_{zz} - I_{yy})/I_{zz} + N/I_{zz} & (6) \end{aligned}$$



Gambar 2 Sistem koordinat badan helikopter pada *small scale helicopter* [4]

Dimana gaya pada X, Y, Z dan momen L, M, N yang terdapat pada helikopter adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} X &= X_{mr} + X_{fus} & (7) \\ Y &= Y_{mr} + Y_{fus} + Y_{tr} + Y_{vf} & (8) \\ Z &= Z_{mr} + Z_{fus} + Z_{hv} & (9) \\ L &= L_{mr} + L_{vf} + L_{tr} & (10) \\ M &= M_{mr} + M_{hv} & (11) \\ N &= -Q_e + L_{vf} + N_{tr} & (12) \end{aligned}$$

Kelemahan menggunakan koordinat badan helikopter yaitu sulit untuk ‘mengungkapkan’ posisi dan orientasi relatif terhadap koordinat tetap di bumi. Persamaan (13) merupakan transformasi dari kecepatan terhadap badan helikopter kedalam komponen kecepatan terhadap koordinat tetap di bumi.

$$\begin{aligned} V_x &= \frac{dx}{dt} = u \cos \theta \cos \psi + v(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) \\ &\dots\dots\dots + w(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ V_y &= \frac{dy}{dt} = u \cos \theta \sin \psi + v(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) \\ &\dots\dots\dots + w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ V_z &= \frac{dz}{dt} = -u \sin \theta + v \sin \phi \cos \theta + w \cos \phi \cos \theta \end{aligned} \quad (13)$$

Sedangkan orientasi dari badan helikopter terhadap koordinat tetap di bumi dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (14)

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi + r \sin \phi \\ \dot{\psi} &= (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta \end{aligned} \quad (14)$$

Parameter dan nilai-nilai yang digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada referensi [5]

**Gaya dan momen rotor utama**

Untuk *thrust* pada rotor utama menggunakan asumsi aliran *steady* dan *uniform*. Teori momentum berdasarkan skema Newton’s iterative diberikan oleh Padfield [6] digunakan untuk menghitung koefisien gaya dorong dan *inflow ratio* sebagai fungsi dari kecepatan, kecepatan putaran rotor dan pengaturan sudut *collective*.

$$\begin{aligned} T_{MR} &= \rho(\Omega R)_{MR}^2 (\pi R^2)_{MR} C_{TMR} & (15) \\ C_{TMR} &= \frac{1}{2} a_{MR} \sigma_{MR} \left[ \frac{1}{2} (\mu_{zMR} - \lambda_{0MR}) + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \mu_{MR}^2 \right) \theta_{0MR} \right] & (16) \\ \lambda_{0MR} &= \frac{C_{TMR}}{2\eta_w \sqrt{\mu_{MR}^2 + (\lambda_{0MR} - \mu_{zMR})^2}} & (17) \end{aligned}$$

Pada persamaan (17)  $\eta_w$  merupakan *coefficient of non-ideal wake contraction* dari rotor utama, berdasarkan [5] perkiraan untuk nilai tersebut adalah

$\eta_w = 0.9$ . Rasio kecepatan angin induksi terhadap kecepatan elemen bilah di ujung bilah rotor didefinisikan:

$$\lambda_{0MR} \equiv \frac{w_{iMR}}{(\Omega R)_{MR}} \quad (18)$$

Rasio kecepatan angin relatif bidang putar rotor, tangensial terhadap kecepatan elemen bilah di ujung bilah rotor, didefinisikan:

$$\mu_{MR} \equiv \frac{\sqrt{u_a^2 + v_a^2}}{(\Omega R)_{MR}} \quad (19)$$

Rasio kecepatan angin relatif bidang putar rotor, normal terhadap kecepatan elemen bilah di ujung bilah rotor:

$$\mu_{zMR} \equiv \frac{w_a}{(\Omega R)_{MR}} \quad (20)$$

Sedangkan soliditas rotor merupakan perbandingan antara luas *blade* dan luas *disc*:

$$\sigma_{MR} = \frac{2c_{MR}}{\pi R_{MR}} \quad (21)$$

Rotor utama yang berputar pada porosnya mengalami gaya hambat udara pada setiap bilahnya, yang secara keseluruhan 'dirasakan' oleh poros rotor sebagai torsi. Torsi rotor utama dapat diperkirakan sebagai resultan torsi induksi untuk membangkitkan gaya dorong, dan torsi karena profil *drag* pada rotor.

$$Q_{MR} = \rho(\Omega R)_{MR}^2 (\pi R^2)_{MR} R_{MR} C_{QMR} \quad (22)$$

Sedangkan untuk memperkirakan koefisien torsi pada rotor utama digunakan rumus sebagai berikut:

$$C_{QMR} = \frac{1}{8} \sigma_{MR} \left( 1 + \frac{7}{3} \mu_{MR}^2 \right) C_{D_0MR} + (\lambda_{0MR} - \mu_{zMR}) C_{TMR} \quad (23)$$

Rotor utama pada helikopter dapat bergerak, yang disebut gerak *flapping*. Berikut ini formulasi *first order differential equation* yang digunakan untuk menghitung dinamika dari gerak *flapping* pada rotor utama:

$$\begin{aligned} \tau_e \dot{\delta}_{lat} &= \dots + \frac{\partial a_{1s}}{\partial \mu_{MR}} \frac{u_a}{(\Omega R)_{MR}} + \frac{\partial a_{1s}}{\partial \mu_{zMR}} \frac{w_a}{(\Omega R)_{MR}} - \tau_e q + A_{\delta_{long}} \delta_L \\ \tau_e \dot{\delta}_{long} &= \dots - \frac{\partial b_{1s}}{\partial \mu_{MR}} \frac{v_a}{(\Omega R)_{MR}} - \tau_e p + B_{\delta_{lat}} \delta_{lat} \end{aligned} \quad (24)$$

Dimana  $B_{\delta_{lat}}$  dan  $A_{\delta_{long}}$  merupakan *steady-state* lateral dan longitudinal *gains* dari *cyclic inputs* pada sudut *flapping* rotor utama,  $\delta_{lat}$  dan  $\delta_{long}$  merupakan lateral dan longitudinal *cyclic control inputs*,  $\tau_e$  merupakan *effective rotor time constant* untuk sebuah rotor dengan *stabilizer bar*.

Akhirnya komponen gaya dan momen yang dibangkitkan pada rotor utama, dihitung sebagai berikut:

$$X_{MR} = -T_{MR} \sin a_{1s} \quad (25)$$

$$Y_{MR} = T_{MR} \sin b_{1s} \quad (26)$$

$$Z_{MR} = -T_{MR} \cos a_{1s} \cos b_{1s} \quad (27)$$

$$L_{MR} = K_{\beta} b_{1s} + T_{MR} h_{MR} \sin b_{1s} \quad (28) \quad M_{MR} = K_{\beta} a_{1s} + T_{MR} h_{MR}$$

### Gaya dan momen rotor ekor

Untuk menghitung koefisien gaya dorong dan gaya dorong pada rotor ekor hampir sama dengan rotor

utama. Rotor ekor merupakan *non flapping* rotor sehingga tidak ada dinamika gerak *flapping* rotor. Kecepatan sudut rotor ekor dihitung dengan rumus  $\Omega_{TR} = n_{TR} \Omega_{MR}$ . Berikut dibawah ini merupakan persamaan yang digunakan untuk menghitung komponen gaya dan momen pada rotor ekor:

$$C_{TTR} = \frac{1}{2} a_{TR} \sigma_{TR} \left[ \frac{1}{2} (\mu_{yTR} - \lambda_{0TR}) + \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \mu_{TR}^2 \right) \theta_{0TR} \right] \quad (30)$$

$$\lambda_{0TR} = \frac{v_{iTR}}{(\Omega R)_{TR}} = \frac{C_{TTR}}{2\eta_v \sqrt{\mu_{TR}^2 + (\lambda_{0TR} - \mu_{yTR}^2)}} \quad (31)$$

$$\mu_{TR} = \frac{\sqrt{u_a^2 + w_{tr}^2}}{(\Omega R)_{TR}} \quad (32)$$

$$\mu_{yTR} = \frac{v_{tr}}{(\Omega R)_{TR}} \quad (33)$$

$$w_{tr} = w_a + l_{tr} q - k_{\lambda} v_{mr} \quad (34)$$

$$v_{tr} = v_a - l_{tr} r - h_{tr} p \quad (35)$$

Untuk menghitung torsi dan koefisien torsi pada rotor ekor, seperti dibawah ini:

$$Q_{TR} = \rho(\Omega R)_{TR}^2 (\pi R^2)_{TR} R_{TR} C_{QTR} \quad (36)$$

$$C_{QTR} = \frac{1}{8} \sigma_{TR} \left( 1 + \frac{7}{3} \mu_{TR}^2 \right) C_{D_0TR} + (\lambda_{0TR} - \mu_{zTR}) C_{TTR} \quad (37)$$

Untuk menghitung gaya dorong pada rotor ekor, kita gunakan parameter *vertical fin's blockage factor*,  $f_i$  yang didefinisikan sebagai berikut:

$$f_i = 1 - \frac{3}{4} \frac{S_{VF}}{\pi R_{TR}^2} \quad (38)$$

$$T_{TR} = f_i \rho (\Omega R)_{TR}^2 (\pi R)_{TR}^2 C_{TTR} \quad (39)$$

Dengan demikian, gaya dan momen yang dibangkitkan oleh rotor ekor dinyatakan dengan persamaan-persamaan sebagai berikut.

$$X_{TR} = 0 \quad (40)$$

$$Y_{TR} = -T_{TR} \quad (41)$$

$$Z_{TR} = 0 \quad (42)$$

$$L_{TR} = -T_{TR} h_{TR} \quad (43)$$

$$N_{TR} = T_{TR} l_{TR} \quad (44)$$

### Gaya dan momen *fuselage*

Gaya yang dibangkitkan oleh *fuselage* berasal dari gaya hambat udara (*drag*) yang muncul bila ada kecepatan relatif antara *fuselage* dengan udara atmosfer. Sementara itu, posisi titik tangkap gaya *drag* tersebut sangat dekat dengan pusat massa helikopter sehingga dapat dianggap komponen momen yang bekerja pada *fuselage* dapat diabaikan [3].

Berikut di bawah ini merupakan persamaan yang digunakan untuk menghitung komponen gaya pada *fuselage*.

$$X_{fus} = -\frac{1}{2} \rho S_{xfus} V_{\infty} u_a \quad (45)$$

$$Y_{fus} = -\frac{1}{2} \rho S_{yfus} V_{\infty} v_a \quad (46)$$

$$Z_{fus} = -\frac{1}{2} \rho S_{z fus} V_{\infty} (w_a - w_{iMR}) \quad (47)$$

$$L_{fus} = 0 \quad (48)$$

$$M_{fus} = 0 \quad (49)$$

$$N_{fus} = 0 \quad (50)$$

$S_{xfus}$  merupakan luas *wet-area* efektif *fuselage* pada sumbu-x sistem koordinat badan helikopter.  $S_{yfus}$  merupakan luas *wet-area* efektif *fuselage* pada sumbu-y sistem koordinat badan helikopter.  $S_{z fus}$  merupakan luas *wet-area* efektif *fuselage* pada sumbu-z sistem koordinat badan helikopter.

$V_{\infty}$  adalah kecepatan absolut *fuselage*, relatif terhadap udara atmosfer, yang didefinisikan di bawah ini.

$$V_{\infty fus} = \sqrt{u_a^2 + v_a^2 + (w_a - w_{iMR})^2} \quad (51)$$

#### Gaya dan momen sirip horizontal (*horizontal fin*)

Gaya yang dibangkitkan oleh sirip horizontal berasal dari gaya angkat (*lift*) dan gaya hambat udara (*drag*) yang muncul bila ada kecepatan relatif antara sirip horizontal dengan udara atmosfer. Persamaan gaya dan momen pada sirip horizontal dapat diformulasikan dalam rumus berikut ini

$$X_{HF} = 0 \quad (52)$$

$$Y_{HF} = 0 \quad (53)$$

Untuk mengakomodasi *stall* dari sirip horizontal [5], harga absolut dari gaya angkat sirip horizontal dibatasi oleh:

$$Z_{HF} = -\frac{1}{2} \rho S_{HF} (C_{L\alpha HF} |u_a| + |w_{HF}|) w_{HF}$$

$$|Z_{HF}| = \frac{1}{2} \rho S_{HF} (u_a^2 + w_{HF}^2) \quad (54)$$

$$L_{HF} = 0 \quad (55)$$

$$M_{HF} = Z_{HF} l_{HF} \quad (56)$$

$$N_{HF} = 0 \quad (57)$$

Di mana  $S_{HF}$  luas efektif sirip horizontal dan  $C_{L\alpha HF}$  merupakan gradien gaya angkat pada sirip horizontal.

Kecepatan angin relatif arah vertikal, lokal di sirip horizontal didefinisikan sebagai berikut:

$$w_{HF} = w_a + l_{HF} q - K_{\lambda} w_{iMR} \quad (59)$$

Harga  $K_{\lambda}$  bervariasi, tergantung dari kecepatan helikopter, kecepatan angin induksi rotor utama.

$$K_{\lambda} = 0, \quad \frac{u_a}{w_{iMR} - w_a} \leq g_i$$

$$K_{\lambda} = 1.5 \frac{\left(\frac{u_a}{w_{iMR} - w_a}\right) - g_i}{g_f - g_i}, \quad g_i < \frac{u_a}{w_{iMR} - w_a} < g_f \quad (60)$$

$$K_{\lambda} = 1.5, \quad \frac{u_a}{w_{iMR} - w_a} \geq g_f$$

Parameter geometri konfigurasi rotor utama dan rotor ekor  $g_i$  dan  $g_f$  dirumuskan sebagai berikut:

$$g_i = \frac{l_{TR} - R_{MR} - R_{TR}}{h_{TR}} \quad (61)$$

$$g_f = \frac{l_{TR} - R_{MR} + R_{TR}}{h_{TR}} \quad (62)$$

#### Gaya dan momen sirip vertical (*vertical fin*)

Seperti halnya pada sirip horizontal, gaya yang dibangkitkan oleh sirip vertikal berasal dari gaya angkat (*lift*) dan gaya hambat udara (*drag*) yang muncul bila ada kecepatan relatif antara *fuselage* dengan udara atmosfer. Persamaan gaya dan momen pada sirip vertikal dapat diformulasikan dalam rumus berikut ini.

$$X_{VF} = 0 \quad (63)$$

Untuk mengakomodasi *stall* dari sirip vertikal, harga absolut dari gaya samping (*side force*) sirip vertikal dibatasi oleh:

$$Y_{VF} = -\frac{1}{2} \rho S_{VF} (C_{L\alpha VF} V_{\infty VF} + |v_{VF}|) v_{VF}$$

$$|Y_{VF}| = \frac{1}{2} \rho S_{VF} (V_{\infty VF}^2 + v_{VF}^2) \quad (64)$$

$$Z_{VF} = 0 \quad (65)$$

$$L_{VF} = Y_{VF} h_{VF} \quad (66)$$

$$M_{VF} = 0 \quad (67)$$

$$N_{VF} = -Y_{VF} l_{VF} \quad (68)$$

Kecepatan angin relatif arah lateral, lokal di sirip vertikal, didefinisikan sebagai berikut.

$$v_{VF} = v_a - \varepsilon_{VF}^{TR} v_{iTR} - l_{VF} r \quad (69)$$

### Model engine, governor, dan kecepatan putar rotor

Dinamika kecepatan putar rotor dapat dimodelkan dalam persamaan berikut:

$$\dot{\Omega} = \dot{r} + \frac{1}{I_{rot}} [Q_e - Q_{mr} - n_{tr} Q_{tr}] \quad (70)$$

Torsi dari *engine* tergantung pada throttle *setting*  $\delta_t$  dan kecepatan putaran rotor. Daya *engine* dianggap berbanding lurus dengan throttle *setting*  $\delta_t$

$$P_e = P_e^{\max} \delta_t \quad (71)$$

$$Q_e = \frac{P_e}{\Omega} \quad (72)$$

dimana harga  $\delta_t$  adalah  $0 < \delta_t < 1$

*Governor* dapat dimodelkan sebagai proportional integral feedback control (*PI control*) yang berfungsi untuk mempertahankan perintah putaran rotor.

$$\dot{\omega}_i = \Omega_c - \Omega \quad (73)$$

$$\delta_t = K_p \cdot (\Omega_c - \Omega) + K_i \cdot \omega_i \quad (74)$$

## PENGEMBANGAN MODEL DINAMIKA LINEAR HOVER

Terdapat dua jenis kondisi kesetimbangan/*trim condition* yang umum pada helikopter yaitu *hover* dan *cruise/forward flight*. Kondisi terbang *hover* merupakan kondisi dimana helikopter mempertahankan posisinya tetapi hal ini sulit untuk dilakukan, kecepatan longitudinalnya antara 0 m/s hingga 3 m/s. Kondisi terbang *cruise* merupakan kondisi dimana helikopter mempunyai kecepatan longitudinal antara 3 m/s sampai dengan 16 m/s untuk melakukan terbang jelajah. Kondisi kesetimbangan merupakan kondisi dimana jumlah gaya dan momen pada helikopter sama dengan nol. Untuk memperoleh sebagian parameter pada kondisi *hover* tidak ada kecepatan linear dan kecepatan angular, sedangkan pada kondisi *forward flight* dibutuhkan iterasi beberapa kali dari pengujian terbang lurus, biasanya kecepatan linear arah x mempunyai nilai yang tidak terlalu kecil, sedangkan kecepatan linear arah y, dan z mempunyai nilai yang cukup kecil. Kecepatan angular pada kondisi terbang lurus mempunyai nilai nol/tidak ada kecepatan angular.

Selain dari kondisi kesetimbangan di atas, terdapat kondisi seperti *vertical flight*, *ascending flight* dan *helices*. Kesemuanya itu dapat dihitung dengan prosedur yang sama pada *forward flight/cruise* [3].

*Hover dynamics* dan *forward flight (cruise) dynamics* dapat dipisahkan menjadi dua gerakan yaitu gerakan *longitudinal vertical* dan gerakan *lateral directional*. Dalam Kondisi *hover* mempunyai karakteristik yaitu *cross-coupling* yang lemah antara

gerakan longitudinal *vertical* dan *lateral directional*. Pada gerakan longitudinal vertikal pada helikopter mempunyai input main rotor collective angle ( $u_{col}$ ) dan longitudinal cyclic angle ( $u_{long}$ ), serta mempunyai output gerakan kecepatan arah x, kecepatan arah z, kecepatan sudut arah y, sudut *pitch*, dan sudut *flapping* longitudinal dari rotor utama als [7].

Sedangkan pada gerakan *lateral directional* pada helikopter mempunyai input *tail rotor collective angle* ( $u_{ped}$ ) dan *lateral cyclic angle* ( $u_{lat}$ ), serta mempunyai output gerakan kecepatan arah y, kecepatan sudut arah x, kecepatan sudut arah z, sudut roll, dan sudut *flapping* lateral dari rotor utama als [7].

Proses pengembangan model linear pada kondisi terbang *hover* dapat dilakukan dengan cara menghitung parameter-parameter input dan output pada kondisi setimbang *hover*, selanjutnya parameter-parameter tersebut digunakan untuk proses perhitungan model linear *state space* dengan menggunakan metode Jacobian Matriks.

### Perhitungan Parameter Kondisi Trim Hover

Semua gaya dan momen pada setiap komponen helikopter yang telah teridentifikasi tersebut kemudian digunakan untuk memecahkan permasalahan kesetimbangan pada tiap-tiap kondisi terbang. Namun pada penelitian ini, hanya menyajikan satu kondisi terbang yaitu kondisi terbang *hover*. Berikut ini merupakan perhitungan kondisi kesetimbangan pada kondisi *hover* seperti yang sudah dilakukan oleh (Agus Budiyo, 2009).

$$\begin{matrix} i & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ j & \cdot \end{matrix} \quad (75)$$

$$\begin{matrix} u = u_o = 0 & p = p_o = 0 \\ v = v_o = 0 & q = q_o = 0 \\ w = w_o = 0 & r = r_o = 0 \end{matrix} \quad (76)$$

$$\begin{matrix} \phi = \phi_o \\ \theta = \theta_o \\ \psi = \psi_o \end{matrix} \quad (77)$$

Parameter-parameter kondisi setimbang *hover* pada persamaan (75) dan (76) digunakan untuk menghitung parameter-parameter kondisi setimbang *hover* yang lainnya, yaitu seperti parameter empat *control input* yaitu *collective cyclic* ( $u_{col}$ ), *longitudinal cyclic* ( $u_{long}$ ), *lateral cyclic* ( $u_{lat}$ ), dan *pedal cyclic input* ( $u_{ped}$ ), dan parameter-parameter pada komponen rotor utama, rotor ekor, *fuselage*, sirip *vertical*, dan sirip *horizontal*. Tabel 1 merupakan rangkuman parameter-parameter pada kondisi setimbang *hover*.

**Tabel 1.** Parameter kesetimbangan *hover* [7, 8]

<i>Trim</i>	<i>Trim values</i>	
<b>condition:</b>		
<b>Hover</b>		
<i>Main rotor</i>	$T_{MR} _{hov} = 81.616$ Newton	$C_{TMR} _{hov} = 0.002256$
<i>parameter</i>	$Q_{MR} _{hov} = 6.247$ N · m	$C_{QMR} _{hov} = 0.000222$
<i>-ter</i>	$w_{iMRhov} = 4.582$ m/s	
	$\theta_{0MRhov} = 0.1047$ rad = $6.001^\circ$	
<i>Tail rotor</i>	$T_{TR} _{hov} = 6.8656$ Newton	$C_{TR} _{hov} = 0.01329$
<i>parameter</i>	$Q_{TRhov} = 0.1268$ N · m	$C_{QTRhov} = 0.001568$
<i>-ter</i>	$v_{iTRhov} = 8.693$ m/s	
	$\theta_{0TRhov} = 0.2412$ rad = $13.82^\circ$	
<i>Control input</i>	$a_{1hov} = 0.0014258$ rad = $0.0817^\circ$	
	$b_{1hov} = 0.0074866$ rad = $0.4290^\circ$	
	$\delta_{Long} = 0.0003395$ rad = $0.01945^\circ$	
	$\delta_{Lat} = 0.001783$ rad = $0.1021^\circ$	
<i>Attitude angles</i>	$\theta_{hov} = -0.0014471$ rad = $-0.0829^\circ$	
	$\phi_{hov} = 0.077643$ rad = $4.4486^\circ$	

Selanjutnya, parameter-parameter pada tabel 1 digunakan untuk mengembangkan model linear yang berupa persamaan *state space* pada kondisi terbang *hover*. Karena persamaan dinamika gerak helikopter skala kecil X-Cell 60 SE merupakan persamaan nonlinear dengan orde dua, *multi input multi output* (MIMO), dan sangat kompleks, maka proses perhitungan untuk mendapatkan model linear *state space*, dilakukan dengan menggunakan perhitungan secara *numeric* menggunakan program bantu MATLAB/Simulink.

**Penurunan Model Linear state space**

Persamaan model yang umum untuk sistem nonlinear, *time invariant*, adalah persamaan (78).

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{78}$$

Untuk mendiskripsikan sebuah ke *n order system*, baik untuk *x* dan *f* adalah matriks berukuran *n x 1* dan *u* adalah sebuah matriks berukuran *r x 1*. Misalkan *x0* merupakan *operating point* dari sistem nonlinear orde ke *n* dan *u0* merupakan input yang menghasilkan operasi sistem, (lebih detail pada referensi [9]. *Perturbation* terjadi pada:

$$u = u + \delta u \tag{79}$$

$$x = x^0 + \delta x$$

$$\frac{d}{dt}(x^0 + \delta x) = (\dot{x}^0 + \delta \dot{x}) = f(x^0 + \delta x, u^0 + \delta u) \tag{80}$$

$$\dot{x}^0_j + \delta \dot{x}_j = f_j(x_0, u_0) + \left. \frac{\partial f_j}{\partial x_j} \right|_{x_0, u_0} \delta x_1 + \dots + \left. \frac{\partial f_j}{\partial x_n} \right|_{x_0, u_0} \delta x_n$$

$$+ \left. \frac{\partial f_j}{\partial u_1} \right|_{x_0, u_0} \delta u_1 + \dots + \left. \frac{\partial f_j}{\partial u_r} \right|_{x_0, u_0} \delta u_r \tag{81}$$

$$\dot{x}^0_j = f_j(x_0, u_0)$$

Persamaan (81) akan menjadi

$$\delta \dot{x}^0_j = \left. \frac{\partial f_j}{\partial x_1} \right|_{x_0, u_0} \delta x_1 + \dots + \left. \frac{\partial f_j}{\partial x_n} \right|_{x_0, u_0} \delta x_n$$

$$+ \left. \frac{\partial f_j}{\partial u_1} \right|_{x_0, u_0} \delta u_1 + \dots + \left. \frac{\partial f_j}{\partial u_r} \right|_{x_0, u_0} \delta u_r \tag{82}$$

Dapat dinyatakan tiap persamaan pada (80) ke dalam bentuk matriks dan persamaan yang sudah terlinearisasi untuk (78) akan menjadi:

$$\delta \dot{x} = A \delta x + B \delta u \tag{83}$$

Dengan parameter A dan B pada persamaan (83)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0, u_0} \tag{84}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x_0, u_0} \tag{85}$$

Matriks pada persamaan (84) dan (85) disebut Jacobian Matriks. Dalam penelitian ini, linearisasi tidak dilakukan manual, tetapi dengan menggunakan program bantu Matlab/Simulink

Pada linerisasi dari model dinamika nonlinear menjadi linear model pada kondisi terbang *hover* dengan *state vector* *x* dan *input vector* *u*. adalah sebagai berikut.

$$x = [u \ w \ q \ \theta \ a_1 \ v \ p \ r \ \phi \ b_1]^T \quad (86)$$

$$u = [u_{col} \ u_{long} \ u_{ped} \ u_{lat}]^T \quad (87)$$

Dimana *trim point state vector*  $x_0$  dan *trim point input vector*  $u_0$

$$x = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0.0014 \ 0.0014 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.0776 \ 0.0075]^T \quad (88)$$

$$u = [0.2412 \ 0.0003 \ 0.0018 \ 0.1047]^T \quad (89)$$

Jacobian Matriks pada persamaan (83) dan (84) dengan menggunakan state vector dan input vector pada persamaan (86) dan (87) maka Jacobian Matriks akan menjadi persamaan (90)

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{w}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial u} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial w} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial q} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial v} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial p} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial r} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{v}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial p} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial b_1} \\ \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial u} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial w} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial q} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial a_1} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial v} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial p} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial r} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial b_1} \end{bmatrix} = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_0, u_0} \quad (86)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{w}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{a}_1}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{v}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial u_{lat}} \\ \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial u_{col}} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial u_{lon}} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial u_{ped}} & \frac{\partial \dot{b}_1}{\partial u_{lat}} \end{bmatrix} = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x_0, u_0} \quad (90)$$

Dengan memasukkan kondisi *trim point state vector*  $x_0$  dan *trim point input vector*  $u_0$  pada persamaan (88) dan (89) maka diperoleh nilai Jacobian Matriks A dan B seperti yang ditunjukkan pada persamaan (91).

$$A = \begin{bmatrix} -0.013 & 0.0001 & 0 & -9.81 & -24.27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0397 & 0.0965 & 0 & 0.014 & 0.0346 & 0.039 & 0 & 0 & -0.761 & 0.182 \\ -0.0004 & -0.001 & 0 & 0 & 295.50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.997 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.077 & 0 & 0 \\ 0.0079 & 0 & -1 & 0 & -8.35 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0166 & -0.017 & 0 & 0.001 & 0 & 0.07 & 0 & 0.0018 & 9.78 & 24.269 \\ -0.062 & -0.0667 & 0 & 0 & 0 & 0.3567 & 0 & 0.006 & 0 & 556.722 \\ 0.433 & 0.433 & 0 & 0 & 0 & -2.642 & 0 & -0.048 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -0.0014 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0079 & -1 & 0 & 0 & -8.35 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.2817 & 0 & 0 & 0 \\ -197.54 & 0 & 0 & 0 \\ 1.591 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 35.07 & 0 & 0 \\ 0.0003 & 0 & 0 & 0 \\ 1.4779 & 0 & -154.71 & 0 \\ 15.73 & 0 & -560.7 & 0 \\ 0 & 0 & 4108.23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0003 & 0 & 0 & 35.07 \end{bmatrix} \quad (91)$$

### ANALISA KESTABILAN

Dalam kondisi hover mempunyai karakteristik yaitu *cross-coupling* yang relatif kecil antara gerakan *longitudinal vertical* dan *lateral directional* seperti yang ditunjukkan pada matriks A dan B pada persamaan (91).

Persamaan *state space* pada gerakan longitudinal vertikal kondisi terbang *hover* terdapat dalam persamaan (89).

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.013 & 0.0001 & 0 & -9.81 & -24.27 \\ 0.0397 & 0.0965 & 0 & 0.014 & 0.0346 \\ -0.0004 & -0.001 & 0 & 0 & 295.50 \\ 0 & 0 & 0.997 & 0 & 0 \\ 0.0079 & 0 & -1 & 0 & -8.35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ a_1 \end{bmatrix}$$

$$\dots + \begin{bmatrix} -0.2817 & 0 \\ -197.54 & 0 \\ 1.591 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.0003 & 35.07 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{col} \\ u_{long} \end{bmatrix} \quad (92)$$



Persamaan *state space* pada gerakan lateral direksional kondisi terbang *hover* terdapat dalam persamaan (90).

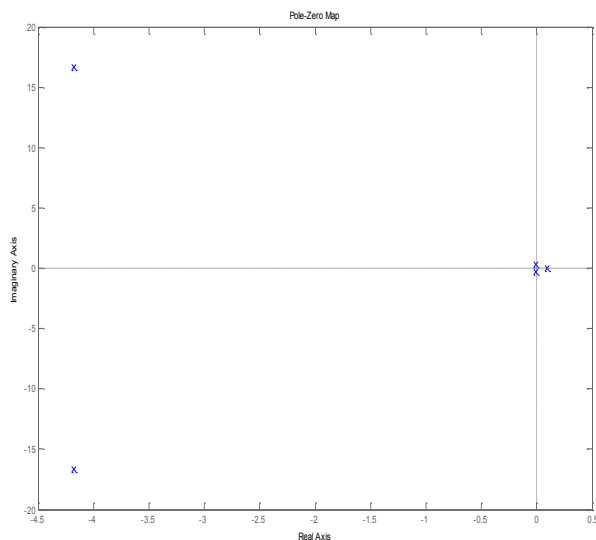
$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{b}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.07 & 0 & 0.0018 & 9.78 & 24.269 \\ 0.3567 & 0 & 0.006 & 0 & 556.722 \\ -2.642 & 0 & -0.048 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0.0014 & 0 & 0 \\ 0.0079 & -1 & 0 & 0 & -8.35 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ b_1 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -154.71 & 0 \\ -560.7 & 0 \\ 4108.23 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 35.07 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ped} \\ u_{lat} \end{bmatrix} \quad (93)$$

Persamaan *state space* pada gerakan longitudinal vertikal kondisi terbang *hover* pada persamaan (92) mempunyai karakteristik dinamika seperti yang ditunjukkan oleh tabel 2 dan *root locus* pada gambar 2. Berdasarkan tabel 2 dan gambar 2 menunjukkan bahwa respon dinamik yang paling cepat adalah pada nilai eigen -4,18 dengan nilai frekuensi sebesar 17,2 rad/s.

**Tabel 2.** Nilai *eigen*, *damping* dan *frequency*

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
-4.18e+000 + 1.67e+001i	2.43E-01	1.72E+01
-4.18e+000 - 1.67e+001i	2.43E-01	1.72E+01
-5.63e-003 + 2.78e-001i	2.03E-02	2.78E-01
-5.63e-003 - 2.78e-001i	2.03E-02	2.78E-01
9.66E-02	-1.00E+00	9.66E-02

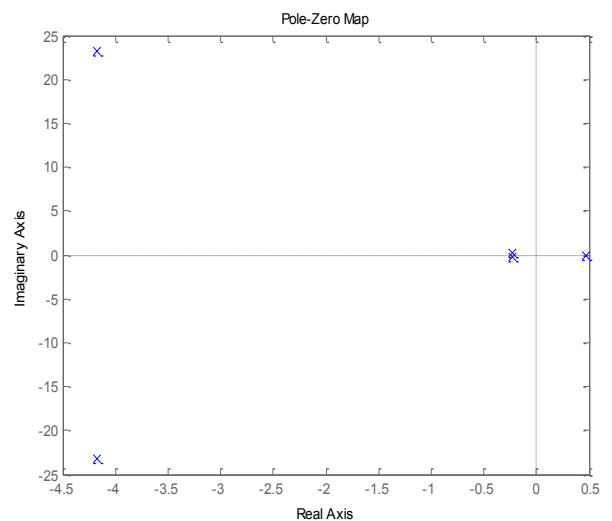


Gambar 2. *Root locus* gerakan longitudinal vertikal.

Persamaan *state space* pada gerakan longitudinal vertikal kondisi terbang *hover* pada persamaan (93) mempunyai karakteristik dinamika seperti yang ditunjukkan oleh tabel 3 dan *root locus* pada gambar 3. Berdasarkan tabel 3 dan gambar 3 menunjukkan bahwa respon dinamik yang paling cepat adalah pada nilai eigen -4,17 dengan nilai frekuensi sebesar 23,6 rad/s.

**Tabel 3.** Nilai *eigen*, *damping* dan *frequency*

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
-4.17e+000 + 2.32e+001i	1.77E-01	2.36E+01
-4.17e+000 - 2.32e+001i	1.77E-01	2.36E+01
4.68E-01	-1.00E+00	4.68E-01
-2.28e-001 + 1.82e-001i	7.82E-01	2.92E-01
-2.28e-001 - 1.82e-001i	7.82E-01	2.92E-01



Gambar 2. *Root locus* gerakan longitudinal vertikal.

## KESIMPULAN

Pengembangan model linear *state space* dinamika terbang gerak *hover* menggunakan metode Jacobian matriks dapat dilakukan secara efektif dan efisien menggunakan program bantu MATLAB/Simulink. Berdasar kan model dinamika linear *hover* yang diperoleh, diadapatkan bahwa dalam kondisi *hover* mempunyai karakteristik yaitu *cross-coupling* yang relatif kecil antara gerakan *longitudinal vertical* dan *lateral directional* sehingga *cross-coupling* tersebut dapat diabaikan. Pada gerakan *longitudinal vertical*, terdapat satu nilai eigen yang bernilai positif atau disebalah kanan *root locus* sehingga dinamikanya menjadi tidak stabil. Sedangkan pada gerakan *lateral directional*, terdapat satu nilai eigen yang bernilai positif atau disebalah kanan *root locus* sehingga dinamikanya menjadi tidak stabil.



DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cai G., Peng K., Ben M., Chen. *Design and Assembling a UAV Helicopter Sytem*. Defence Science and Technology Agency (DSTA) of Singapore. Singapore. 2005.
- [2] Lutfi M, Budiyono A, Sutarto H. Y. *Hybrid Simulation For Safety Investigation Of Embedded Control Yamaha R-50 Helicopter Flight Control System*. ITB. Bandung, Indonesia. 2006
- [3] Budiyono, A. *Advances in Unmanned Aerial Vehicle Technologies*. Chinese Sience Buletin. China. 2007.
- [4] Valavanis, K. P. et. Al. *Advances in Unmanned Aerial Vehicle: State of the Art and the Road to Autonomy*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2007.
- [5] Gavrilets, V. *Autonomous Aerobatic Maneuvering of Miniature Helicopter*, PhD thesis, Department of Aeronautics and Astronautics Massachusetts Institute of Technology. 2003
- [6] Padfield G. D. *Helicopter flight dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*. Reston, VA: AIAA. 1996.
- [7] Budiyono, A. et. Al. *Intelligent Unmanned Systems: Theory and Applications*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2009
- [8] Budiyono, A. et.al. *First Principle Approach to Modeling of Small Scale Helicopter*, in Proceedings of International Conference on Intelligent Unmanned Systems, Bali, Indonesia. 2007.
- [9] Phillips, Charles L. and Royce D. Harbor, *Feedback Control Systems 4th Edition*, Prentice Hall, New Jersey, 2000.