

# ANALISA KONTAK ANTAR *HEMISPHERES* PADA DAERAH ELASTIS-PLASTIS MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

Arda Yusra<sup>1)</sup>, Ismoyo Haryanto<sup>2)</sup> dan Jamari<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup> Alumni Jurusan Teknik Mesin FT-UNDIP

<sup>2,3)</sup> Staff Pengajar Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. Soedarto, SII, Kampus Tembalang-Semarang 50255

## Abstrak

Analisa kontak antar *hemispheres* (bentuk setengah bola) pada daerah elastis-plastis menggunakan metode elemen hingga akan dipresentasikan pada paper ini. Permukaan kontak yang dianalisa diasumsikan sebagai kontak tanpa gesekan (*frictionless contact*). Hubungan antara beban kontak, tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak rata-rata adalah beberapa parameter yang akan ditunjukkan pada analisa kontak elastis-plastis antar *hemispheres* tersebut. Hasil dari analisa ini akan dibandingkan dengan teori kontak elastic-plastic dari model-model yang telah dipublikasikan pada jurnal-jurnal internasional.

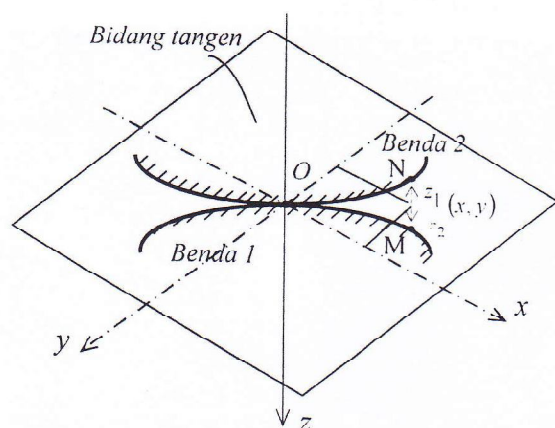
Kata kunci: *frictionless contact*, mekanika kontak, kontak elastis-plastik, metode elemen hingga.

## PENDAHULUAN

Salah satu bagian permasalahan dari mekanika kontak (*contact mechanics*) adalah kontak elastis-plastis (*elastic-plastic*). Analisa kontak antar permukaan (lihat Gambar 1) telah dipelajari dalam banyak penelitian. Penelitian tentang model kontak antar benda solid dipelopori oleh Greenwood dan Williamson [1]. Pemodelan yang dilakukan didasarkan pada solusi Hertz yang mana dalam pemodelannya deformasi yang terjadi yaitu murni deformasi *elastic*. Mereka memodelkan kontak tanpa gesekan antar permukaan setengah bola yang berdeformasi dengan bidang pelat yang *rigid* (kaku). Chang et al. (*CEB model*) [2] mengembangkan model baru kontak *elastic-plastic*. Pada *CEB* model tidak diperkenalkan daerah transisi dari kondisi kontak *elastic* ke kondisi kontak *fully plastic*, maka dari itu, Zhao et al (*ZMC model*) [3] mengembangkan model kontak *elastic-plastic* yang meliputi daerah transisi dari *elastic* ke kondisi kontak *fully plastic*. Daerah transisi ini disebut dengan daerah kontak elastis-plastis atau elastoplastis. Mengingat daerah kontak ini sangat penting dan menarik maka merangsang peneliti-peneliti lain untuk mengembangkan topik tersebut. Kogut dan Etsion (*KE model*) [4] melakukan analisa pada kontak *elastic-plastic* antara bola yang berdeformasi dengan pelat rigid/kaku (tak berdeformasi) menggunakan metode elemen hingga. Kogut dan Etsion memberikan hubungan empiris tak berdimensi untuk beban kontak, luas permukaan kontak dan tekanan kontak rata-rata. Jackson dan Green [5] juga menggunakan analisa metode elemen hingga untuk membahas kontak *elastic-plastic* antara *hemispheres* berdeformasi dengan pelat kaku. Dalam hal ini Jackson dan Green telah menemu-

kan fungsi yang kontinyu mulai dari kondisi *elastic* sampai kondisi *fully plastic*, dimana pada model Kogut dan Etsion hubungan antara parameter tak berdimensi antara beban kontak, permukaan kontak dan tekanan kontak rata-rata tidak kontinyu.

Model yang diperkenalkan pada paper ini (*Present model*) mencoba menganalisa hubungan antara beban kontak dengan tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak pada kasus kontak antara *hemispheres*. Dalam hal ini, kedua *hemispheres* berkontak dan kedua-duanya berdeformasi. Analisa yang dilakukan juga menggunakan metode elemen hingga (*finite element method*). Paket software *ANSYS 9.0* digunakan dalam analisa pada penelitian ini [6].



Gambar 1. Geometri kontak antar benda solid.

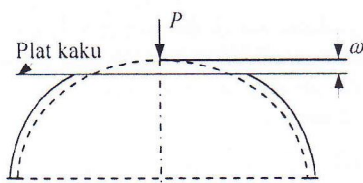
### KONTAK ELASTIC-PLASTIC

Pada analisa kontak elastis-plastis, parameter-parameter dan simbol-simbol yang digunakan sama dengan pada analisa kontak elastis Hertz.

Jari-jari kelengkungan relatif kontak  $1/R$  dinyatakan dalam:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2x}} + \frac{1}{R_{2y}} \quad (1)$$

*Interference*  $\omega$  merupakan jarak dari titik kontak sebelum pembebanan dengan bidang permukaan kontak seperti terlihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Kontak antara *hemisphere* dengan plat kaku.

Dari teori kontak elastis, tekanan kontak rata-rata  $p_m$  dan luas permukaan kontak  $A_e$  dapat ditulis dalam bentuk [7]:

$$p_m = \frac{2}{3} p_o = \frac{4E^*}{3\pi} \left( \frac{\omega}{R} \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$A_e = \pi R \omega \quad (3)$$

dimana  $p_o$  adalah tekanan kontak maksimum.

$1/E^*$  adalah modulus efektif kontak yang dinyatakan dengan:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (4)$$

#### Zhao et al. (ZMC) model

Zhao et al. [3] memperkenalkan model dengan memberikan hubungan tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak dalam fungsi *interference*  $\omega$ .

Kontak *elastic-plastic* merupakan peralihan antara kontak *elastic* dan kontak *fully plastic*. Saat nilai *interference*  $\omega$  memasuki nilai  $\omega_1$  dalam pembebanan kontak maka kondisi ini berada pada titik awal luluh (*yield*). Besar nilai  $\omega_1$  diberikan dengan:

$$\omega_1 = \left( \frac{3\pi k H}{4E^*} \right)^2 R \quad (5)$$

dengan  $k$  merupakan faktor tekanan kontak rata-rata dan  $H$  adalah nilai kekerasan dari material.

Jadi saat nilai  $\omega < \omega_1$  kondisi ini berada pada kondisi *elastic*. Sedangkan jika beban kontak dinaikkan

sampai *interference* mencapai  $\omega_2$  kondisi ini berada pada *fully plastic*, dimana besarnya  $\omega_2$  ditentukan dengan:

$$\omega_2 = 54 \omega_1 \quad (6)$$

Tekanan kontak rata-rata dalam fungsi *interference* pada kontak *elastic-plastic* dinyatakan dalam bentuk:

$$p_m = H - H(1-k) \frac{\ln \omega_2 - \ln \omega}{\ln \omega_2 - \ln \omega_1} \quad (7)$$

Luas permukaan kontak dalam fungsi *interference* pada kontak *elastic-plastic* dinyatakan dengan:

$$A_{ep} = \pi R \omega \left[ 1 - 2 \left( \frac{\omega - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right)^3 + 3 \left( \frac{\omega - \omega_1}{\omega_2 - \omega_1} \right)^2 \right] \quad (8)$$

Sedangkan beban kontak  $P$  pada kontak *elastic-plastic* merupakan perkalian dari tekanan kontak rata-rata dengan luas permukaan kontak, yaitu:

$$P = p_m A_{ep} \quad (9)$$

#### Kogut-Etsion (KE) model

Kogut et al. [4] memberikan model KE dengan memberikan hubungan tekanan kontak rata-rata dan luas permukaan kontak dalam fungsi *interference*  $\omega$ .

Pada model KE *interference*  $\omega_1$  dinyatakan dalam bentuk:

$$\omega_1 = \left( \frac{\pi K H}{2E^*} \right)^2 R \quad (10)$$

dimana  $K = 0.454 + 0.41\nu$ . Sedangkan *interference*  $\omega_2$  pada transisi dari *elastic-plastic* ke *fully plastic* didefinisikan sebagai:

$$\omega_2 = 110 \omega_1 \quad (11)$$

Tekanan kontak rata-rata dalam fungsi *interference* pada kontak *elastic-plastic* dinyatakan dalam bentuk:

$$\left( \frac{P_m}{Y} \right) = 1.19 \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^{0.289} \quad \text{untuk } 1 \leq \omega/\omega_1 \leq 6 \quad (12)$$

$$\left( \frac{P_m}{Y} \right) = 1.61 \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^{0.117} \quad \text{untuk } 6 \leq \omega/\omega_1 \leq 110$$

dimana  $Y$  merupakan kekuatan luluh dari material.

Luas permukaan kontak dalam fungsi *interference* pada kontak *elastic-plastic* adalah:

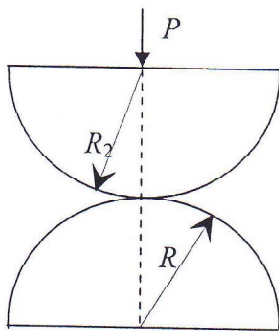
$$\frac{A_{sp}}{A_c} = 0.93 \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^{1.136} \quad \text{untuk } 1 \leq \omega/\omega_1 \leq 6 \quad (13)$$

$$\frac{A_{sp}}{A_c} = 0.94 \left( \frac{\omega}{\omega_1} \right)^{1.146} \quad \text{untuk } 6 \leq \omega/\omega_1 \leq 110$$

dimana  $A_e$  adalah luas permukaan kontak menurut persamaan (3).

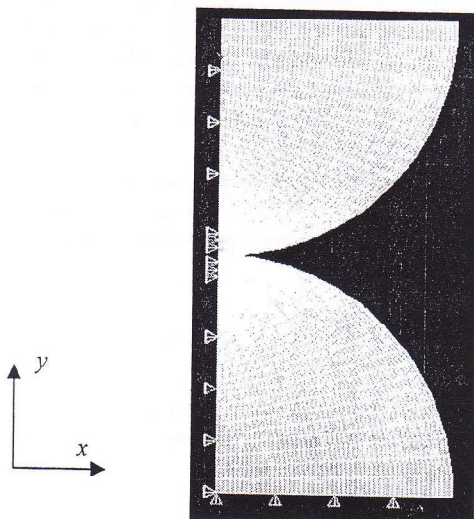
### METODE ELEMEN HINGGA

Gambar 3 menunjukkan sketsa permasalahan kontak yang akan diselesaikan dengan metode elemen hingga, yang dimodelkan dalam dua dimensi karena sifat kesimetrisan *hemispheres*.



Gambar 3. Sketsa masalah kontak antar *hemispheres*.

Dua *hemispheres* dengan jari-jari  $R_1$  dan  $R_2$  saling berkontak dengan pembebanan pada pusat sumbu permukaan atas *hemisphere* seperti terlihat pada Gambar 3. Pada permasalahan ini kontak antar *hemispheres* yang terjadi adalah tanpa gesekan (*frictionless*). Sifat dari kedua material dari *hemispheres* adalah *elastic-perfectly plastic* dengan menggunakan material kuningan ( $S_y = 0.6$  GPa,  $E = 115$  GPa dan  $\nu = 0.35$ ).



Gambar 4. Deskripsi permasalahan kontak yang dianalisa.

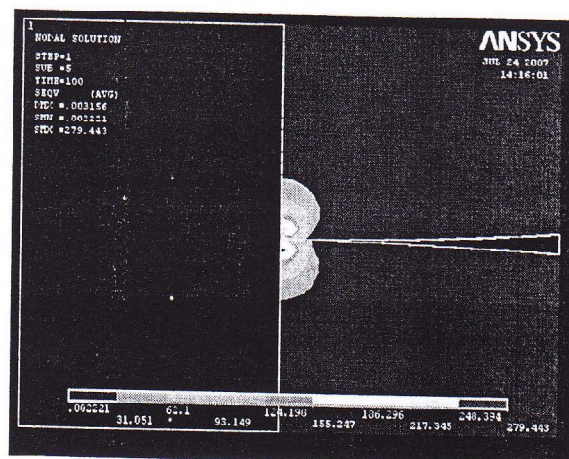
Karena penggunaan sistem simetri maka pada sumbu simetri memiliki kondisi batas seperti yang ditunjukkan dengan segitiga pada Gambar 4. Untuk kondisi batas pada sumbu simetri yaitu sumbu  $y$ , node yang berada pada sumbu  $y$  hanya dapat bergerak dalam arah  $y$  dan tidak dapat bergerak dalam arah  $x$ . Kondisi batas untuk bagian bawah dari *hemisphere* hanya dapat bergerak dalam arah  $x$  dan tidak dapat bergerak dalam arah  $y$ .

*Meshing* adalah proses membagi komponen yang akan dianalisis menjadi elemen-elemen kecil seperti yang diperlihatkan pada garis-garis elemen pada Gambar 4. Hasil dari *meshing* terdiri dari 13900 *element 8-node quadrilateral* dengan total *node* 36639.

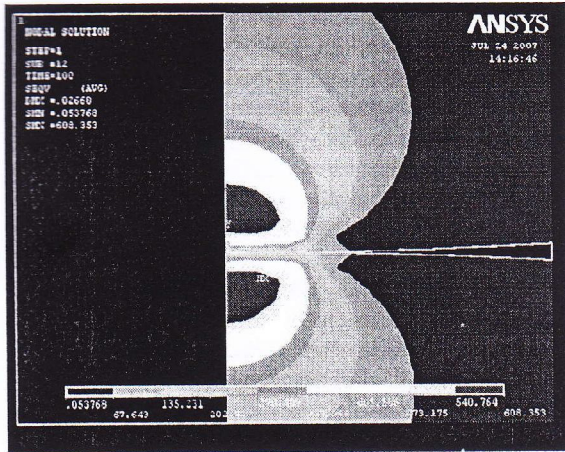
### HASIL DAN ANALISA

Distribusi tegangan von Mises digunakan dalam menganalisa transisi dari kondisi *elastic* ke *elastic-plastic*. Plot kontur distribusi tegangan von Mises ditunjukkan pada Gambar 5 dan 6. Gambar 5 memperlihatkan kontur tegangan yang terjadi saat nilai beban kontak yang relatif kecil yaitu 100 N. Pada pembebanan ini menghasilkan nilai tegangan von Mises maksimum dari *hemispheres* sebesar 279 MPa. Nilai ini lebih kecil dari *yield strength* dari material *hemispheres* yaitu 600 Mpa sehingga menunjukkan bahwa *hemispheres* ini masih berada pada kondisi *elastic*.

Saat nilai gaya kontak mulai diperbesar menjadi 2422 N maka nilai tegangan von Mises maksimum menjadi 608 MPa, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6. Nilai ini telah melampaui *yield strength* dari material. Nilai maksimum distribusi tegangan von Mises berada pada bagian dalam material *hemispheres* yang terletak di bawah daerah permukaan kontak. Pada bagian struktur tersebut telah terjadi deformasi *plastic*. Namun pada daerah permukaan kontak nilai distribusi tegangan von Mises belum mencapai batas *yield strength* dari *hemispheres* sehingga masih elastis. Pada kondisi ini kontak yang terjadi adalah kontak *elastic-plastic*. Jadi pada beban kontak 2422 N ini telah menyebabkan kondisi terjadinya kontak *elastic-plastic*.

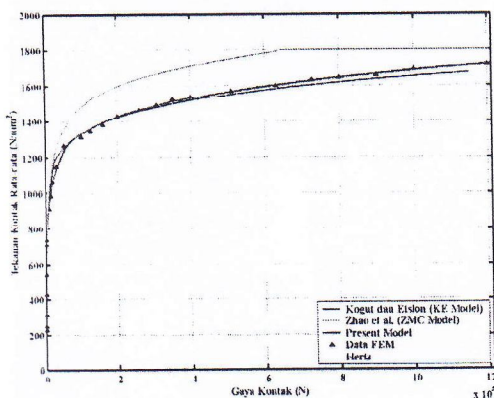


Gambar 5. Distribusi tegangan von Mises pada beban kontak 100 N.



Gambar 6. Distribusi tegangan von Mises pada beban kontak 2422 N.

Gambar 7 menunjukkan plot hubungan antara tekanan kontak rata-rata terhadap beban kontak yang terjadi. Hasil dari setiap model elemen hingga untuk kondisi pembebanan tertentu diplotkan dengan sebuah titik. Titik-titik tersebut kemudian didekati dengan sebuah kurva yang representatif (*curve fitting*). Untuk kondisi *elastic*, hasil dari *present* model memberikan hasil yang hampir persis sama dengan teori kontak *elastic* Hertz. Hasil *present* model memiliki perbedaan rata-rata 1 % dari Hertz. Nilai tekanan kontak rata-rata mulai tampak berbeda pada gaya kontak sekitar 2400 N, walaupun perbedaan yang ditunjukkan juga relatif kecil. Pada kondisi elastis-plastis hasil dari *present* model memberikan hasil yang relatif sama dengan *KE* model dengan perbedaan rata-rata sekitar 1.5 %. Sedangkan pada *ZMC* model perbedaan yang diberikan sedikit lebih besar, yaitu sekitar 8.5 %. Hal ini dikarenakan pada *ZMC* model, kondisi fully plastis adalah kondisi dimana tekanan kontak rata-rata mencapai harga kekerasan dari material yang berkontak. Selain itu, batasan antara *ZMC* dan *KE* model berbeda jauh dalam penentuan  $\omega_2$ . Namun demikian, perbedaan tersebut semakin kecil ketika beban kontak semakin tinggi atau jauh pada daerah plastis.



Gambar 7. Hubungan antara tekanan kontak rata-rata terhadap gaya/beban kontak.

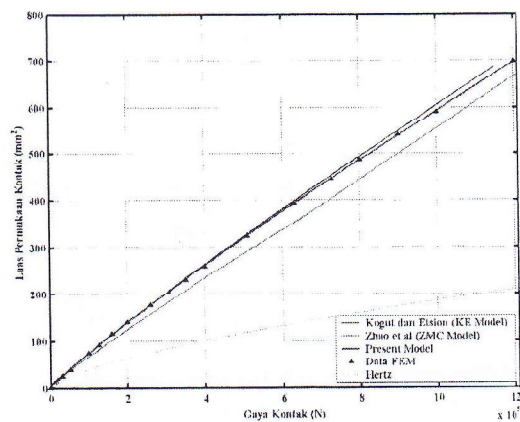
Hasil *curve fitting* untuk kondisi *elastic*, *present* model memberikan hubungan tekanan kontak rata-rata terhadap gaya kontak dengan persamaan:

$$p_e = 55.284(P)^{0.3293} \quad P < 2422 \text{ N}$$

Sedangkan untuk kondisi *elastic-plastic*, *present* model memberikan hubungan tekanan kontak rata-rata terhadap gaya kontak dengan:

$$p_{ep} = 190.77(P)^{0.1224} \quad 2422 \text{ N} \leq P \leq 55926 \text{ N}$$

$$p_{ep} = 416.38(P)^{0.101} \quad 55926 \text{ N} < P < 630000 \text{ N}$$



Gambar 8. Hubungan antara luas permukaan kontak terhadap gaya kontak.

Hubungan antara luas permukaan kontak terhadap gaya kontak ditunjukkan pada Gambar 8. Pada kondisi *elastic* hasil *present* model juga memberikan hasil yang cukup sama dengan model Hertz dengan perbedaan sekitar 1.2 %. Sedangkan untuk transisi dari kondisi *elastic* ke *elastic-plastic* hasil *present* model memiliki perbedaan rata-rata dengan *KE* model sekitar 2.4 %. Perbedaan rata-rata cukup besar ketika dibandingkan dengan *ZMC* model yaitu 9.8 %. Perbedaan terbesar dari hasil *present* model dengan *ZMC* model adalah pada gaya kontak sekitar 640000N.

*Curve fitting* dari hasil data metode elemen hingga untuk kondisi *elastic*, *present* model memberikan hubungan luas permukaan kontak terhadap gaya kontak:

$$A_e = 0.01729(P)^{0.6725} \quad P < 2422 \text{ N}$$

Sedangkan untuk kondisi *elastic-plastic*, *present* model memberikan hubungan luas permukaan kontak terhadap gaya kontak dalam bentuk:

$$A_{ep} = 0.00524(P)^{0.8276} \quad 2422 \text{ N} \leq P \leq 55926 \text{ N}$$

$$A_g = 0.0024(P)^{0.899}$$

$$55926 \text{ N} < P < 630000 \text{ N}$$

#### KESIMPULAN

Daerah kontak *elastic-plastic* diperoleh dengan menggunakan analisa kontak elastis-plastis antar *hemispheres* dengan material *elastic-perfectly plastic*.

Hasil dari *present* model dibandingkan dengan Hertz pada kondisi *elastic* memberikan hasil yang sama dan untuk transisi dari daerah *elastic* ke *elastic-plastic* sebagian besar sama dengan *KE* model. Sedangkan jika dibandingkan dengan *ZMC* model akan diperoleh perbedaan yang lebih besar. Namun demikian, *present* model telah memberikan hasil yang sangat baik dalam memprediksi parameter-parameter kontak antar *hemispheres*.

#### DAFTAR PUSTAKA

1. J.A. Greenwood and J.B.P. Williamson, Contact of Nominally Flat Surfaces, Proc. R. Soc. London, Ser A295 (1966) 300-319.
2. W.R. Chang, I. Etsion and D.B. Bogy, An Elastic-Plastic Model for the Contact of Rough Surfaces, ASME Journal of Tribology, 109 (1987) 257-263.
3. Y. Zhao, D.M. Maietta and L. Chang, An Asperity Microcontact Model Incorporating the Transition from Elastic Deformation to Fully Plastic Flow, ASME Journal of Tribology, 122 (2000) 86-93.
4. L. Kogut and I. Etsion, Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigid Flat, ASME Journal of Applied Mechanics, 69 (2002) 657-662.
5. R.L. Jackson and I. Green, A Finite Element Study of Elasto-Plastic Hemispherical Contact against a Rigid Flat, ASME Journal of Tribology, 127 (2005) 343-354.
6. Stolarski, T., Nakasone, Y., dan Yoshimoto, S., "Engineering Analysis with ANSYS SOFTWARE", Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2006.
7. K.L. Johnson, Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge, 1985.