Jurnal Sains & Matematika (JSM) ISSN 0854-0675
Volume 17 Nomor 3, Juli 2009 Kajian Pustaka: 127-130

DETEKSI DAN KOREKSI ERROR PADA PESAN DIGITAL DENGAN KODE HAMMING

Bambang Irawanto, Santi Widyaningsih
Jurusan Matematika FMIPA UNDIP

ABSTRACT---*At digital message delivery process in the form of code may will experience of trouble in couse of its transmission so that generate the error of accepted message. Hamming Code (n,k,d) is one of method that could detect error and correct error that happened at one blow.Coding process of message by Hamming Code (n,k,d) can be done by multiply of message word delivered with the generator matrix G. then for the Coding process of codewords accepted can be done with method of vector error, the method started by determined the syndrome, and continued with the error detraction process and also error correction process. The final step is read the codeword by multiply codeword accepted with parity check matrix H toget the message such as those which transmission from the beginning.*

Keyword: *Hamming Code (n,k,3), generator matrix, the parity check matrix, syndrome, error correcting code*

PENDAHULUAN

Teori pengkodean pesan terdiri atas proses pengkodean dan proses pendekodean. Proses pengkodean adalah suatu metode yang mengubah suatu informasi menjadi kode, sedangkan proses pendekodean adalah proses mengembalikan kode tersebut ke dalam informasi semula. Dari proses pengkodean, penyimpanan, pengiriman, hingga proses pendekodean, kode-kode tersebut sangat besar kemungkinannya untuk mengalami gangguan (*noise*) sehingga menyeb abkan perubahan atau *error* pada proses penerimaan pesan.

Ada berbagai macam *error correcting code* yang ditawarkan untuk memperbaiki error yang terjadi. Salah satunya adalah kode Hamming.

Kode Hamming bekerja dengan memberikan kode biner tambahan pada data yang berfungsi sebagai bit-bit pendeteksi kesalahan. Bit-bit ini akan memberikan gambaran mengenai kondisi data yang sesungguhnya sehingga kesalahan *(error)* yang terjadi dapat dideteksi dengan mudah karena terdapat suatu keterkaitan antara data dengan bit-bit pendeteksi kesalahan yang dikonstruksi.

Kode Hamming yang terdiri dari Kode Hamming biner dan non biner ini bekerja berdasarkan pada lapangan berhingga GF(q) yang ditemukan oleh Evariste Galois (1811-1832), ahli matematika berkebangsaan Perancis pada tahun 1830-an. Namun, dalam tulisan ini hanya akan dibahas Kode Hamming biner yang bekerja pada GF_{2^n} ,Sedangkan untuk proses pendekodean kembali menggunakan metode vektor error.

PENGKODEAN PESAN DENGAN KODE HAMMING (n,k,3)

Kode Hamming (n,k,d) pada simbol-simbol m digit ada untuk setiap n dan k dengan $m = n - k$, dimana k merupakan jumlah data simbol yang dikodekan, dan n adalah jumlah total simbol kode pada blok yang dikodekan.

Berdasarkan jarak minimal kode d = 3, maka kode Hamming (n,k,3) adalah suatu kode yang dapat mendeteksi *error* ganda dan mengoreksi *error* tunggal.

Definisi 1 [4]

Suatu matriks generator G untuk suatu kode C(n,k) adalah matriks berukuran k x n dimana baris-barisnya merupakan basis ruang vektor C.

$$G = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Karena vektor-vektor € V tak berhingga banyaknya, kecuali ruang vektor yang dibentuk oleh vektor nol sendiri, yaitu L{0}, dan misalnya dimensi V berhingga = n, maka kita dapat mencari banyak sekali himpunan n vektor-vektor € V yang bebas linier. Sehingga dapat dipilih banyak basis untuk V. Karena basis untuk suatu ruang vektor tidaklah tunggal, maka pesan dapat dikodekan ke kodekata yang berbeda.

Jika dapat ditemukan matiks generator dalam bentuk $[I_k\ A]$ di mana I_k adalah matriks identitas dan A adalah matriks berukuran $k \times (n\text{-}k)$, maka informasi simbol pesan akan dapat dilihat pada k posisi awal dari kodekata.

Definisi 2 [4]

Matriks cek paritas H untuk kode C (n,k) pada F adalah matriks generator untuk $C^{\perp}$.

Jika G adalah suatu matriks generator untuk C, dan H adalah suatu matriks generator untuk kode $C^{\perp}$, maka H adalah matriks cek paritas untuk C dan G adalah matriks cek paritas untuk $C^{\perp}$.

Proses pengkodean pesan dengan Kode Hamming (n,k,3) dapat dijelaskan melalui algoritma sebagai berikut:

1. Menginisialisasi pesan dalam bentuk biner.

Contoh:

Misalkan diterima pesan dalam bentuk alfabet

B	O	L	E	H

Misalkan pesan tersebut diinisialisasi ke dalam sistem desimal menjadi

B	O	L	E	H
2	15	12	5	8

Dan jika dikonversikan ke dalam bentuk biner menjadi

B = 0010
O = 1111
L = 1100
E = 0101
H = 1000

Sehingga pesan menjadi pesan biner d = {0010, 1111, 1100, 0101, 1000}.

2. Selanjutnya mengambil masing-masing bit pesan untuk dikalikan dengan matriks generator kode Hamming (7,4,3)

Untuk pesan (0010) menjadi

$$(0010)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

= (0010001)

Untuk pesan (1111) menjadi

$$(1111)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

= (1111100)

Untuk pesan (1100) menjadi

$$(1100)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

= (1100010)

Untuk pesan (0101) menjadi (0101001)

Untuk pesan (1000) menjadi (1000100)

3. Maka melalui proses pengkodean tersebut didapat kodekata

C = {(0010001), (1111100), (1100011), (0101010), (1000100)}

Yang kemudian disimpan dalam array.

5. Proses pengkodean selesai

PENDEKODEAN PESAN DENGAN KODE HAMMING (n,k,3)

Salah satu metode pendekodean pesan dalam kode Hamming ,yaitu

Metode Dekoding Vektor Error

Prosedur dalam mendekoding kode Hamming yang merupakan single error correcting code dengan metode vektor error adalah sebagai berikut:

1. hitung $S^T = Hr^T$ dengan S adalah sindrom
2. jika $Hr^T = 0$, maka terima r sebagai kodekata yang ditransmisikan
3. jika $S^T = Hr^T \neq 0$, maka bandingkan S^T dengan kolom-kolom dalam matriks cek paritas H.
4. jika terdapat beberapa i sedemikian sehingga $S^T = \alpha h_i$, maka e adalah suatu n-tuple dengan α pada posisi i dan 0 di tempat sisanya; koreksi r ke c = r–e
5. jika tidak, lebih dari satu error telah terjadi.

Contoh:

Pada kode Hamming (7,4,3) yang mempunyai generator

$$G=\begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0&0\\0&1&0&0&1&1&0\\0&0&1&0&0&0&1\\0&0&0&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

Sedemikian sehingga mempunyai matriks cek paritas

$$H=\begin{pmatrix}1&1&0&1&1&0&0\\0&1&0&1&0&1&0\\0&0&1&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

Diterima kodekata r = {(0010001), (1111100), (1100011), (0101010), (1000100)}.
Langkah pertama akan dicari sindrom.
Untuk pesan $c_1, c_2, c_5,$
$S^T = Hr^T = 0$
Untuk pesan c_3 = (1100011),
$S^T = Hr^T$

$$=\begin{pmatrix}1&1&0&1&1&0&0\\0&1&0&1&0&1&0\\0&0&1&1&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\\0\\1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

Untuk pesan c_4 = (0101001),
$S^T = Hr^T$

$$=\begin{pmatrix}1&1&0&1&1&0&0\\0&1&0&1&0&1&0\\0&0&1&1&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\\0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

Karena untuk kodekata c_3 dan c_4, $S^T \neq 0$, maka pada kodekata tersebut terdapat error yang akan dicari dengan menggunakan rumus e = r − c
Untuk kodekata c3,
e = r − c
e = 1100011 − 1100010
e = 0000001
Tampak bahwa pola error ada di posisi ke-7. Selanjutnya pada posisi ke-7 kodekata 1100011 diganti dengan digit 0 menjadi 1100010.
Atau dapat ditulis juga sebagai
$S^T = \alpha h_i$
dengan α adalah digit 1 dan hi adalah posisi vektor sindrom yang terdapat dalam matriks cek paritas H. Dalam hal ini, vektor sindrom terdapat di kolom ke-3 dan ke-7. Namun pada vektor error digit 1 terletak pada posisi ke-7, maka yang digunakan adalah kolom ke-7 sehingga menjadi

$$S^T=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=1.h_7$$

Sedangkan untuk kodekata c_4,
e = r − c
e = 0101010 − 0101001
e = 0000011
Karena ada dua digit tidak nol dalam pola error di atas, maka digunakan rumus
$S^T = \alpha hi$
dengan α = 1 dan hi adalah kolom-kolom pada matriks cek paritas H.

$$S^T=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}=1\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}+1\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$
$$=1.\,h_6+1.\,h_7$$

Karena vektor sindrom memenuhi persamaan tersebut dengan matriks cek paritas H pada kolom ke-6 dan ke-7, maka error yang terjadi pada kodekata 0101010 tersebut dapat dikoreksi dengan mengganti digit 1 pada posisi ke-6 dengan digit 0 dan digit 0 pada posisi ke-7 dengan digit 1 menjadi 0101001, maka kodekata yang diterima adalah C = {(0010001), (1111100), (1100010), (0101001), (1000100)}.

Empat digit pertama dalam kodekata tersebut menyatakan informasi pesan dan tiga digit selanjutnya adalah digit redundan yang ditambahkan sebagai pendeteksi dan pengoreksi error yang terjadi. Oleh karena itu pesan yang diterima dari kodekata tersebut adalah r = {(0010), (1111), (1100), (0101), (1000)}.

Selanjutnya kodekata tersebut dikonversikan dalam sistem bilangan desimal.

0010 = 2
1111 = 23 + 22 + 2 + 1 =15
1100 = 23 + 22 = 12
0101 = 22 + 1 = 5
1000 = 23 = 8

Dan jika dikembalikan dalam bentuk alfabet didapatkan pesan

2	15	12	5	8
B	O	L	E	H

Dan proses pendekodean selesai.

SIMPULAN

Kode Hamming(n,k,3) adalah salah satu kode pendeteksi dan pengoreksi *error*. Proses pengkodean pesan dapat dilakukan dengan mengalikan kodekata diterima dengan matriks generator kode. Sedangkan untuk proses pendekodean kembali menggunakan salah satu metode vektor error yang diawali dengan pendeteksian dan pengoreksian error, kemudian dilanjutkan dengan mengalikan kodekata dengan matriks cek paritas.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bose R.C & Manvel, B, 1984, *Introduction to Combinatorial Theory*, John Wiley& Sons, New York.
2. Hamming, RW, 1950, *The Bell System Technical Journal*, American Telephone and Telegraph Company, New York.
3. Sterk, Hans, Dr, *Introduction to The Theory of Error Correcrting Codes*, Vera Pless, Netherlands.
4. Vanstone, Scott A & Van Oorschot,Paul C, 1989, *An Introduction To Error Correcting Codes Wit Applications*, Kluwer Academic Publisher