

Perhitungan Medan Listrik dan Rapat Arus pada Plasma Lucutan Korona dengan Konfigurasi Jarum–Cincin

Ratna Wulan Sutanti, Asep Yoyo Wardaya, dan ¹Muhammad Nur

¹Devisi Aplikasi Plasma, Laboratorium Fisika Atom dan Nuklir Jurusan Fisika, Universitas Diponegoro

Corresponding author: m.nur@undip.ac.id

ABSTRACT

This paper presents analytical method for the calculations of the electric field and current density in needle-ring configurations of the corona discharge plasma. The needle is considered hyperboloidal. The result of the calculation indicates that the strong electric field generated by the sharp needle due to the unsymmetrical of geometric form of it. Similarly, the current density at the tip of the sharp needle is higher than at the ring. The value of the electric field and current density depends on geometric form, especially radius of the hyperbola, radius of the ring, and the distance between the electrodes. Radius of the hyperbola must be smaller than radius of the ring.

Keywords : electric field, current density, needle-ring configurations, geometric form

PENDAHULUAN

Penelitian mengenai plasma lucutan pijar korona telah dilakukan baik secara teoritis [1], eksperimen dan kegunaan aplikatif [2]. Plasma lucutan pijar korona dapat terbentuk di dalam medan listrik tak seragam yang kuat. Medan listrik tak seragam dapat dibangkitkan dengan konfigurasi elektroda tak simetris [3], seperti konfigurasi cincin-bidang bergerigi dan pisau-bidang [4], bidang-bidang, titik-titik [5], jarum-bidang [1], dan lain-lain. Plasma lucutan pijar korona akan membangkitkan lucutan di daerah ionisasi (*ionization region*) dengan medan listrik yang sangat kuat [6] di sekitar elektroda aktif [3,7]. Medan listrik menyebabkan ion-ion hasil ionisasi akan mengalir melalui daerah aliran (*drift region*). Aliran ion-ion ini akan menimbulkan arus ion [8].

Secara umum, rapat arus dapat terbentuk apabila divergensi medan listrik tidak berharga nol. Nilai divergensi medan listrik sangat ditentukan oleh bentuk konfigurasi yang tidak simetris seperti yang telah dilakukan oleh Coelho dan Debeau dengan menggunakan model konfigurasi jarum-bidang [1].

Plasma lucutan pijar korona telah diaplikasikan oleh Timothy dkk dan Gelfand untuk pemanfaatan ion dalam teknologi pengeringan (*drying technology*) [9, 10] dan Nur dkk untuk

mereduksi gas-gas polutan dari kendaraan bermotor [11] dan mempercepat persemaian mangrove [12]. Penelitian terkait angin ion dimulai oleh Robinson dan baru-baru ini juga diteliti oleh Nur dkk [13,14].

Makalah ini akan menyajikan perhitungan medan listrik dan rapat arus dengan konfigurasi jarum-cincin. Model konfigurasi jarum-cincin sebagai penyempurna dari model-model konfigurasi sebelumnya diharapkan dapat menghasilkan medan listrik dan rapat arus yang sangat besar pada ujung jarum walaupun hanya dibangkitkan dengan daya tegangan kecil disebabkan oleh adanya perbedaan geometri antar elektroda.

METODA PENELITIAN

Persamaan Medan Listrik Berdasarkan Metode Pendekatan Hiperbola

Perhitungan medan listrik berbentuk jarum telah dilakukan oleh Coelho dan Debeau [1] menggunakan metode pendekatan hiperbola (*hyperbolic approximation method*). Persamaan hiperbola di ujung hiperbola (*tip*) seperti ditunjukkan pada Gambar (1), sebagai berikut:

$$\begin{aligned}u &= a \sin \xi \cosh \eta \\v &= a \cos \xi \sinh \eta\end{aligned}\quad (1)$$

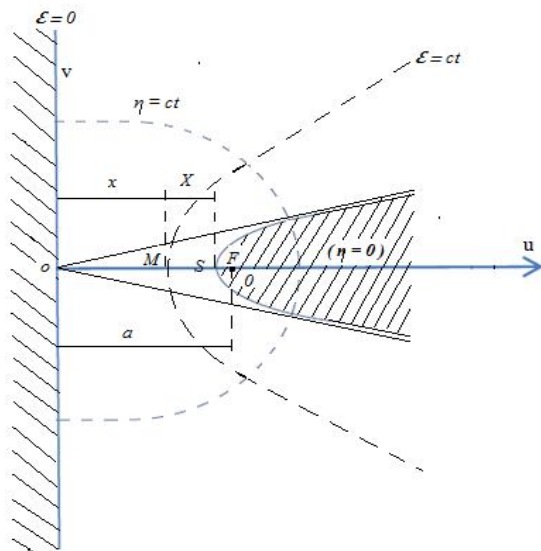
dengan melibatkan dua parameter, yaitu:

$$\xi = 0 \quad (u = 0)$$

Sumbu Ou membentuk bidang,

$$\xi = \frac{\pi}{2} \quad (v = 0)$$

Sumbu Ov membentuk jarum tajam, dengan ξ adalah parameter hiperbola dan η adalah parameter yang menunjukkan titik (*point*) tertentu pada hiperbola.



Gambar 1. Representasi konfigurasi puncak hiperbola – bidang [5]

Besarnya potensial pada $u = 0$ ($\xi = 0$) pada hiperbola menurut Coelho dan Debeau [1] yaitu:

$$V(\xi) = C \ln \tan(\xi/2 + \pi/4) \quad (2)$$

Sedangkan, medan listrik pada titik (*point*) sebagai fungsi dari (ξ, η) mengikuti persamaan [1]:

$$E(\xi, \eta) = \frac{C}{a \cos \xi (\cosh^2 \eta - \sinh^2 \xi)^{1/2}} \quad (3)$$

dengan besarnya C sebagai berikut:

$$C = \frac{V}{\ln\{2(a/d)^{1/2}\}} \quad (4)$$

V adalah potensial yang diberikan (*applying voltage*).

Dengan adanya muatan ruang, Coelho dan Debeau [1] menggunakan koordinat hiperbola tiga dimensi sebagai berikut:

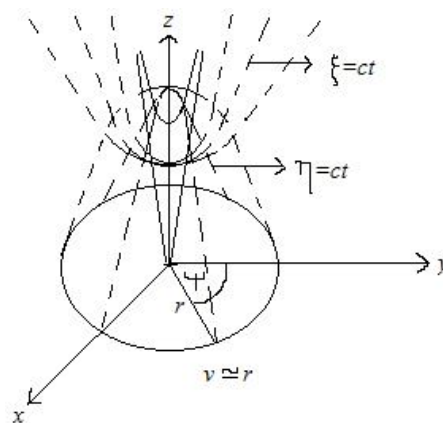
$$\begin{aligned} x &= v \sin \psi = -a \sinh \eta \cos \xi \sin \psi \\ y &= v \cos \psi = -a \sinh \eta \cos \xi \cos \psi \\ z &= u = a \cosh \eta \sin \xi \end{aligned} \quad (5)$$

dengan ψ adalah sudut polar pada sumbu- z . Divergensi medan listrik [1] dirumuskan sebesar:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{a\Delta^3} \left(\frac{2\sinh^2 \eta + \cos^2 \xi}{\tanh \eta} E_\eta - \frac{2\cos^2 \xi + \sinh^2 \eta}{\cot \xi} E_\xi \right) + \frac{1}{a\Delta} \left(\frac{\partial E_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial E_\xi}{\partial \xi} \right) \quad (6)$$

dengan

$$\Delta = (\cosh^2 \eta - \sin^2 \xi)^{1/2}. \quad (7)$$



Gambar 2. Representasi tiga dimensi konfigurasi puncak hiperbola-lingkaran

Persamaan Waktu Transfer Muatan dan Arus Induksi Berdasarkan Persamaan Gerak Hiperbola

Coelho dan Debeau [1] menyebutkan bahwa pembawa muatan (*carriers*) yang bergerak dengan mobilitas μ di sepanjang garis medan didefinisikan oleh parameter η , sedangkan posisi pembawa muatan pada garis medan didefinisikan oleh parameter ξ akan memenuhi persamaan gerak hiperbola dua dimensi sebagai berikut:

$$\frac{ds}{dt} = -\mu E \quad (8)$$

atau

$$dt = \frac{ds}{-\mu E} \quad (9)$$

dengan

$$\begin{aligned} ds &= (du^2 + dv^2)^{1/2} \\ &= a (\cosh^2 \eta - \sin^2 \xi)^{1/2} d\xi. \end{aligned} \quad (10)$$

Dari hubungan persamaan (9) dan (10), diperoleh:

$$dt = -\frac{a (\cosh^2 \eta - \sin^2 \xi)^{1/2}}{\mu E} d\xi. \quad (11)$$

Persamaan (3) disubstitusikan ke dalam persamaan (11) menghasilkan:

$$dt = -\frac{a^2}{\mu C} \cos \xi (\cosh^2 \eta - \sin^2 \xi) d\xi. \quad (12)$$

Integral dari persamaan (12) dapat digunakan untuk menentukan waktu transfer muatan dari puncak hiperbola ($\xi = \pi/2 - \epsilon$) menuju bidang ($\xi \neq 0$).

Berikutnya, arus induksi i di sirkuit eksternal yang disebabkan oleh pergerakan muatan pada garis medan dan hubungannya terhadap waktu transfer t setelah muatan q meninggalkan puncak hiperbola, dirumuskan sebagai [1]:

$$i = -\frac{q}{V} \frac{dV(\xi)}{dt} \quad (13)$$

atau dituliskan

$$i = -\frac{q}{V} \frac{\partial V(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial s} \frac{ds}{dt}. \quad (14)$$

Persamaan Rapat Arus

Perhitungan rapat arus dari model pembangkit plasma lucutan pijar korona diperoleh menggunakan formulasi [15]:

$$\mathbf{j} = ne\mu\mathbf{E} \quad (15)$$

karena [16]

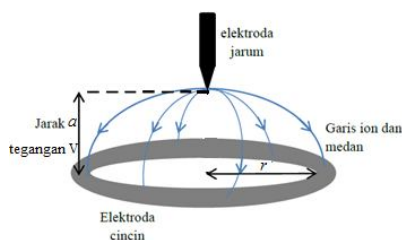
$$ne = \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} \quad (16)$$

dengan hubungan persamaan (15) dan (16) menghasilkan:

$$\mathbf{j} = \mu\epsilon(\nabla \cdot \mathbf{E}) \mathbf{E}. \quad (17)$$

Model Konfigurasi Jarum-Cincin

Model konfigurasi jarum-cincin seperti digambarkan pada Gambar (3), terdiri atas sebuah jarum yang ujungnya sangat tajam (anoda) dan sebuah cincin (katoda). Jarum tepat di titik pusat O (0,0) elektroda cincin. Elektroda jarum didefinisikan sebagai hiperbola, mempunyai jari-jari kelengkungan sebesar d . Jari-jari kelengkungan hiperbola sangat kecil. Elektroda cincin mempunyai jari-jari sebesar r . Tegangan yang diberikan sebesar V dan jarak antarelektroda sebesar a .



Gambar 3. Konfigurasi elektroda jarum-cincin

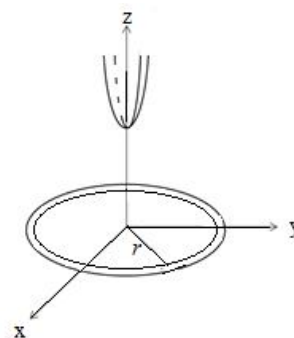
HASIL DAN PEMBAHASAN

Medan Listrik

Hasil perhitungan medan listrik pada hiperbola lancip seperti ditunjukkan pada Gambar (4), sebesar:

$$E(\xi, \eta, \psi) = \frac{V}{\ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} (r^2 + a^2 \cos^4 \xi)^{1/2}} \quad (18)$$

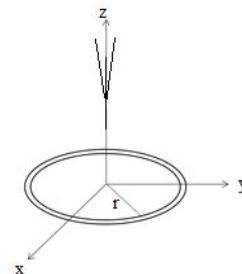
dengan $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ (dalam koordinat tiga dimensi).



Gambar 4. Representasi 3-D dari hiperbola lancip menurut persamaan (18)

Bentuk jarum tajam ($\xi = \frac{\pi}{2} - \epsilon$) akan menghasilkan medan listrik yang sangat besar di ujung jarum seperti ditunjukkan pada Gambar (5), sebesar:

$$E\left(\frac{\pi}{2} - \epsilon, \eta, \psi\right) = \frac{V}{a \ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \sin \epsilon (\sinh^2 \eta + \sin^2 \epsilon)^{1/2}} \quad (19)$$



Gambar 5. Representasi 3-D dari jarum tajam menurut persamaan (19)

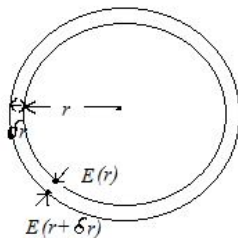
Jika $\xi = 0$, menghasilkan medan listrik yang membentuk lingkaran sebesar:

$$E(\eta, \psi) = \frac{V}{\ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} (r^2 + a^2)^{1/2}} \quad (20)$$

Sedangkan, medan listrik di cincin diperoleh dari selisih antara medan listrik di ujung luar cincin $E(r + \delta r)$ dengan medan listrik di ujung dalam cincin $E(r)$ (Persamaan 21) seperti ditunjukkan pada Gambar (6), sebesar:

$$E_c = E(r + \delta r) + E(r) \quad (21)$$

$$E_c = \frac{V}{\ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}} \left(\frac{1}{(r + \delta r)} - \frac{1}{r} \right) \quad (22)$$



Gambar 6. Representasi dari $E(r)$ dan $E(r + \delta r)$ menurut persamaan (21)

Arus Induksi dan Waktu Transfer

Arus induksi dan waktu transfer muatan terbentuk oleh adanya pergerakan muatan diantara kedua elektroda. Arus induksi pada hiperbola lancip sebesar:

$$i(\xi, \eta, \psi) = q \frac{\mu V}{\ln^2 \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} (r^2 + a^2 \cos^4 \xi)} \quad (23)$$

Sedangkan arus induksi pada jarum sebesar:

$$i\left(\frac{\pi}{2} - \epsilon, \eta, \psi\right) = q \frac{\mu V}{a^2 \ln^2 \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \sin^2 \epsilon (\sinh^2 \eta + \sin^2 \epsilon)} \quad (24)$$

Waktu transfer muatan dari elektroda hiperbola lancip ke elektroda cincin sebesar:

$$t(\xi, \eta, \psi) = -\frac{a^2}{\mu V} \ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \left[\left\{ \sin \xi \left(\cosh^2 \eta - \frac{\sin^2 \xi}{3} \right) \right\} - \left\{ \cos \epsilon \left(\cosh^2 \eta - \frac{\cos^2 \epsilon}{3} \right) \right\} \right] \quad (25)$$

yang dapat disederhanakan menjadi

$$t(\xi, \eta, \psi) \cong \frac{a^2}{3\mu V} \ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} (1 - \sin \xi) (3 \cosh^2 \eta - 1 - \sin \xi - \sin^2 \xi) \quad (26)$$

Sedangkan waktu transfer muatan dari elektroda jarum tajam ($\xi = \pi/2 - \epsilon$) ke elektroda cincin ($\xi \neq 0$) sebesar:

$$t\left(\frac{\pi}{2} - \epsilon, \eta, \psi\right) \cong \frac{a^2}{3\mu V} \ln \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} (1 - \cos \epsilon) (3 \cosh^2 \eta - 1 - \cos \epsilon - \cos^2 \epsilon) \quad (27)$$

diperlukan waktu yang relatif singkat bagi muatan untuk meninggalkan puncak hiperbola menuju ke cincin.

Rapat Arus

Perhitungan rapat arus tidak terlepas dari hasil divergensi medan listrik. Nilai dari divergensi medan listrik menurut Coelho dan Debeau [1] yaitu:

$$(\nabla \cdot \mathbf{E})_{\eta=0} = -\frac{2 \sin \xi}{a \cos^2 \xi} E_\xi + \frac{1}{a \cos \xi} \frac{\partial E_\xi}{\partial \xi} \quad (28)$$

Dikarenakan divergensi medan listrik yang dihasilkan sangat besar, ada kemungkinan terbentuknya rapat arus tidak bernilai nol dengan kemunculan bentuk fisik (geometri) ujung jarum yang tidak simetris.

Adapun rapat arus yang dihasilkan pada hiperbola lancip sebesar:

$$\mathbf{j} = \mu \epsilon \frac{2C^2 \tan \xi}{a} \left(\frac{a^2 \cos^3 \xi}{(r^2 + a^2 \cos^4 \xi)^2} - \frac{\sec \xi}{(r^2 + a^2 \cos^4 \xi)} \right) \quad (29)$$

rapat arus pada jarum tajam sebesar:

$$\mathbf{j} = \lim_{\xi \rightarrow \pi/2} \mu \epsilon \frac{2V^2 \tan \xi}{a \ln^2 \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{1/2} \right\}} \left(-\frac{\sec \xi}{r^2} \right) \quad (30)$$

dan rapat arus pada cincin sebesar:

$$\mathbf{j} = \lim_{\xi \rightarrow \pi/2} \mu \epsilon \frac{2V^2 \tan \xi}{a \ln^2 \left\{ 2 \left(\frac{a}{d} \right)^{1/2} \right\}} \left(-\frac{\sec \xi}{(r^2 + 2r\delta r)} + \frac{2 \sec \xi}{r(r^2 + 2r\delta r)^{1/2}} - \frac{\sec \xi}{r^2} \right) \quad (31)$$

dengan nilai $\tan \pi/2 \rightarrow \infty$ dan $\sec \pi/2 \rightarrow \infty$, maka nilai rapat arus pada cincin sangat besar.

Model pembangkit plasma dengan konfigurasi jarum-cincin memenuhi persyaratan geometri yang sangat lengkung (tidak simetris) sehingga

menyebabkan terbentuknya medan listrik dan rapat arus yang sangat besar.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh Moon dkk dan Radu dkk, tegangan yang diberikan berkisar dalam kV, jari-jari kelengkungan hiperbola lebih kecil dibandingkan dengan jari-jari cincin [17, 5]. Beberapa faktor geometri seperti jari-jari kelengkungan hiperbola, jari-jari cincin, dan jarak antarelektroda dapat divariatif sehingga dapat mempengaruhi besarnya medan listrik dan rapat arus yang dihasilkan masing-masing elektroda.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil perhitungan medan listrik dan rapat arus yang dihasilkan pada pembangkit plasma lucutan pijar korona dengan konfigurasi jarum-cincin dapat disimpulkan bahwasanya perbedaan geometri yang semakin tidak simetris antarelektroda memberikan kontribusi terhadap besarnya medan listrik dan rapat arus yang dihasilkan. Kelebihan dari model konfigurasi jarum-cincin adalah medan listrik dan rapat arus yang dihasilkan pada ujung jarum sangat besar walaupun dibangkitkan hanya dengan daya tegangan kecil. Kemunculan medan listrik dan rapat arus dapat dipengaruhi oleh ukuran jari-jari kelengkungan jarum, jari-jari cincin, jarak antarelektroda, dan lain-lain.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Coelho, R., dan Debeau, J., 1971, *Properties of The Tip-Plane Configuration*, J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 4, pp. 1266-1280.
- [2] Li, F.D., Li, L.T., Sun, J.F., dan Tatsumi, E., 2006, *Effect of Electrohydrodynamic (EHD) Technique on Drying Process and Appearance of Okara Cake*, Journal of Food Engineering 77, pp. 275-280.
- [3] Goldman, M. dan Goldman, A., 1978, *Corona Discharges in Gaseous Electronics*, edited by Hirsh M.N. and Oskam, H.J., Chapt. 4, Vol. 1, Academic Press, New York.
- [4] Wardaya, A. Y., dan Nur, M., 2010, *Analisis Medan Listrik pada Plasma Korona dengan Konfigurasi Cincin Bidang*, Berkala Fisika, Vol. 13 (4), pp. 139-144.
- [5] Radu, I., 2004, *Electric Field Calculation and The Influence of Water Trees on Insulation Breakdown in Needle-Plane Geometry*, Journal of Electrostatics 60, pp. 49-67.
- [6] Sigmond, R.S., 1997, *The Oscillations of The Positive Glow Corona*, J. Phys. IV France 7, pp. 383-395.
- [7] Goldman, M., Goldman, A., dan Sigmond, R.S., 1985, *The Corona Discharge, Its Properties and Specific Uses*, Pure & Appl. Chem., Vol. 57 (9), pp. 1353-1362.
- [8] Sigmond, R.S., 1982, *Simple Approximate Treatment of Unipolar Spacecharge-Dominated Coronas: The Warburg Law and The Saturation Current*, J. Appl. Phys. 53, pp. 891-898.
- [9] Timothy, I.J. Goodenough, Peter W. Goodenough, dan Sylvia, M. Goodenough, 2007, *The Efficiency of Corona Wind Drying and Its Application to The Food Industry*, Journal of Food Engineering 80, pp. 1233-1238.
- [10] Gelfand, P.C., *Corona Wind Generating Device*, U.S. Patent No. 3,896,347 (22 July, 1975).
- [11] Nur, M., Wirawan, B.Y., Wijaya, W.A., Suseno, A., dan Sumariyah, 2006, *Pereduksian COx, NOx, SOx, HC, dari Kendaraan Bermotor dengan Menggunakan Plasma Non-Termik*, Vol. 9 (4), pp. 209-219.
- [12] Nur, M., Nasruddin, Wasiq, J., dan Sumariyah, *Penerapan Teknologi Plasma untuk Mempercepat Persemaian Mangrove sebagai Upaya Rehabilitasi Green Belt untuk Mengatasi Abrasi*, Riptek, Vol. 7 (1), pp. 15-26.
- [13] Robinson, M., 1960, *Movement of The Air in The Electric Wind of The Corona Discharges*, Research-Cottrell Inc., Bound Brook, New Jersey.
- [14] Nur, M., Bonifaci, N., dan Denat, A., 2014, *Ionic Wind Phenomenon and Charge Carrier Mobility in Very High Density Argon Corona Discharge Plasma*, The 2nd International Conference on Science & Engineering in Mathematics, Chemistry, and Physics 2014 (ScieTech 2014), pp. 388-397.

- [15] Kraus, J.D., 1984, *Electromagnetics*, 3rd edn., New York: McGraw-Hill.
- [16] Wangness, R. K., 1986, *Electromagnetic Fields*, 2nd edn., New York, NY: John Wiley & Sons.
- [17] Moon, J. D., dan Hwang, D. H., Geum, S. T., 2009, *An EHD Gas Pump Utilizing a Ring/Needle Electrode*, IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, Vol. 16 (2), pp. 352-358.